

2

平行四边形的判定

取四根细木条，其中两根长度相等，另两根长度也相等，能否在平面内将这四根细木条首尾顺次相接搭成一个平行四边形？说说你的理由，并与同伴交流。

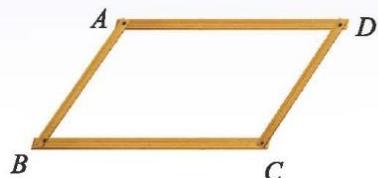


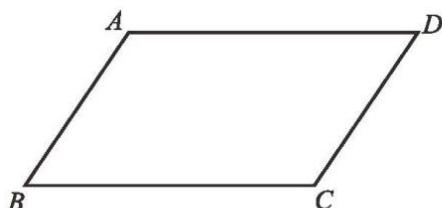
图 6-7



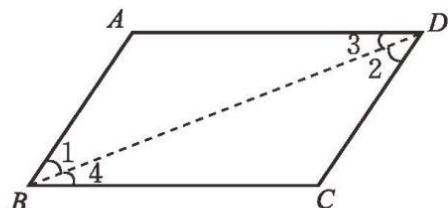
定理 两组对边分别相等的四边形是平行四边形。

已知：如图 6-8（1），在四边形 $ABCD$ 中， $AB = CD$ ， $AD = CB$ 。

求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形。



(1)



(2)

图 6-8

证明：如图 6-8（2），连接 BD 。

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ 中，

$$\because AB = CD, AD = CB, BD = DB,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB.$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4.$$

$$\therefore AB \parallel CD, AD \parallel CB.$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形（平行四边形的定义）。



议一议

（1）取两根长度相等的细木条，你能将它们摆放在一张纸上，使得这两根

细木条的四个端点恰好是一个平行四边形的四个顶点吗？

(2) 如果四边形有一组对边相等，那么还需要添加什么条件，才能使它成为平行四边形？与同伴交流。

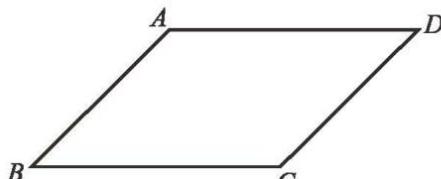


定理 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形。

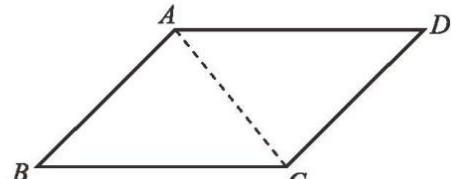


已知：如图 6–9 (1)，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \not\parallel CD$.

求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形。



(1)



(2)

图 6–9

证明：如图 6–9 (2)，连接 AC 。

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DCA.$$

$$\text{又} \because AB = CD, AC = CA,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA.$$

$$\therefore BC = DA.$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形（两组对边分别相等的四边形是平行四边形）。

你还有其他证法吗？与同伴交流。

例1 已知：如图 6–10，在 $\square ABCD$ 中， E ， F 分别为 AD 和 CB 的中点。

求证：四边形 $BFDE$ 是平行四边形。

证明： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD = CB \text{ (平行四边形的对边相等)},$$

$$AD \parallel CB \text{ (平行四边形的定义)}.$$

$$\therefore E, F \text{ 分别是 } AD \text{ 和 } CB \text{ 的中点},$$

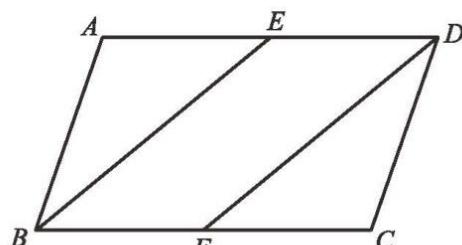


图 6–10

① 符号“ $\not\parallel$ ”表示平行且相等，读作“平行且等于”。

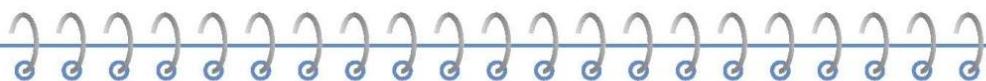
$$\therefore ED = \frac{1}{2}AD, FB = \frac{1}{2}CB.$$

$$\therefore ED = FB, ED \parallel FB.$$

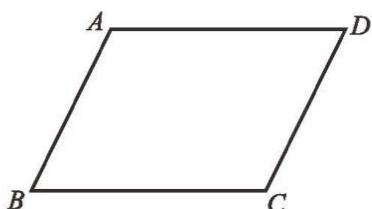
\therefore 四边形 $BFDE$ 是平行四边形 (一组对边平行且相等的四边形是平行四边形).



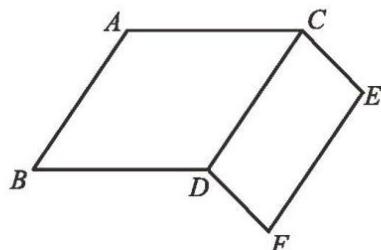
随堂练习



1. 如图, 线段 AD 是线段 BC 经过平移得到的, 分别连接 AB, CD , 四边形 $ABCD$ 是平行四边形吗? 请说明理由.



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图, $AC = BD, AB = CD = EF, CE = DF$. 图中有哪些互相平行的线段? 请说明理由.

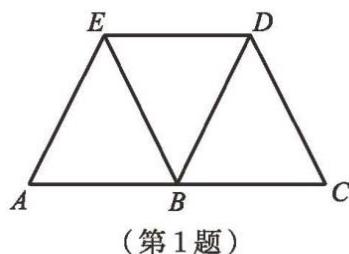


习题 6.3

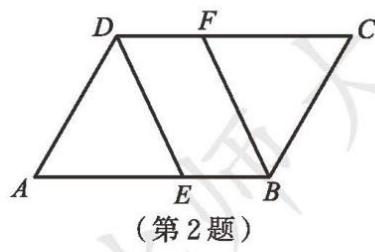


知识技能

- 如图, $AC \parallel DE$, 点 B 在 AC 上, 且 $AB = DE = BC$. 找出图中的平行四边形, 并说明理由.
- 已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 AB 和 CD 上, $BE = DF$. 求证: 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.



(第 1 题)



(第 2 题)