1.2.4 绝对值

两辆汽车从同一处 O 出发，分别向东、西方向行驶 10 km，到达 A，B 两处（图 1.2-6）．它们的行驶路线相同吗？它们的行驶路程相等吗？

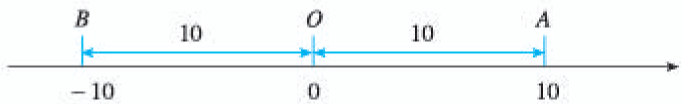


图 1.2-6

一般地，数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的**绝对值**（absolute value），记作 $|a|$．例如，图 1.2-6 中 A，B 两点分别表示 10 和 -10，它们与原点的距离都是 10 个单位长度，所以 10 和 -10 的绝对值都是 10，即

> 这里的数 a 可以是正数、负数和 0.

$$|10|=10,\quad |-10|=10.$$

显然 $|0|=0$.

由绝对值的定义可知：

一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0. 即

(1) 如果 $a>0$，那么 $|a|=a$；

(2) 如果 $a=0$，那么 $|a|=0$；

(3) 如果 $a<0$，那么 $|a|=-a$.

练习

1. 写出下列各数的绝对值：

$$6,\ -8,\ -3.9,\ \frac{5}{2},\ -\frac{2}{11},\ 100,\ 0.$$

2. 判断下列说法是否正确：

(1) 符号相反的数互为相反数；

(2) 一个数的绝对值越大，表示它的点在数轴上越靠右；

(3) 一个数的绝对值越大，表示它的点在数轴上离原点越远；

(4) 当 $a\neq 0$ 时，$|a|$ 总是大于 0.

3. 判断下列各式是否正确：

(1) $|5|=|-5|$；　　(2) $-|5|=|-5|$；　　(3) $-5=|-5|$.

思考

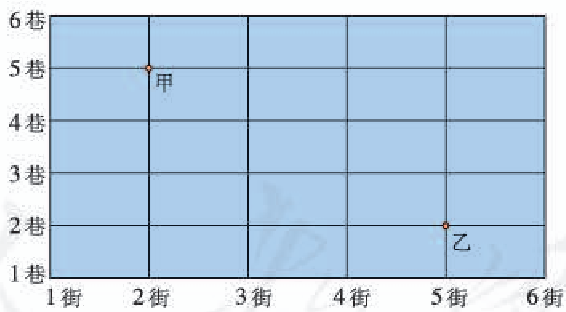
怎样确定教室里座位的位置？排数和列数的先后顺序对位置有影响吗？假设我们约定“列数在前，排数在后”，请你在图 7.1-1 上标出被邀请参加讨论的同学的座位.

上面的问题都是通过像“9 排 7 号”“第 1 列第 5 排”这样含有两个数的表达方式来表示一个确定的位置，其中两个数各自表示不同的含义，例如前边的表示“排数”，后边的表示“号数”. 我们把这种有顺序的两个数 a 与 b 组成的数对，叫做**有序数对**（ordered pair），记作（a，b）.

利用有序数对，可以准确地表示出一个位置. 生活中利用有序数对表示位置的情况是很常见的，如人们常用经纬度来表示地球上的地点等. 你能再举出一些例子吗？

练习

如图，甲处表示 2 街与 5 巷的十字路口，乙处表示 5 街与 2 巷的十字路口. 如果用（2，5）表示甲处的位置，那么“(2，5) → (3，5) → (4，5) → (5，5) → (5，4) → (5，3) → (5，2)”表示从甲处到乙处的一种路线. 请你用这种形式写出几种从甲处到乙处的路线.



7.1.2 平面直角坐标系

图 7.1-2 是一条数轴，数轴上的点与实数是一一对应的. 数轴上每个点都对应一个实数，这个实数叫做这个点在数轴上的坐标. 例如，点 A 在数轴上的坐标为 -4，点 B 在数轴上的坐标为 2. 反过来，知道数轴上一个点的坐标，这个点在数轴上的位置也就确定了. 例如，数轴上坐标为 5 的点是点 C.

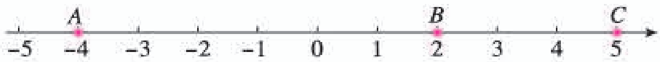


图 7.1-2

思考

类似于利用数轴确定直线上点的位置，能不能找到一种办法来确定平面内的点的位置呢（例如图 7.1-3 中 A，B，C，D 各点）？

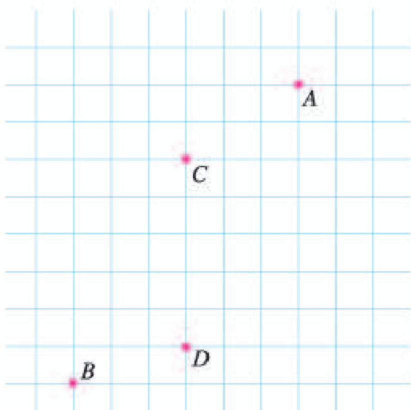


图 7.1-3

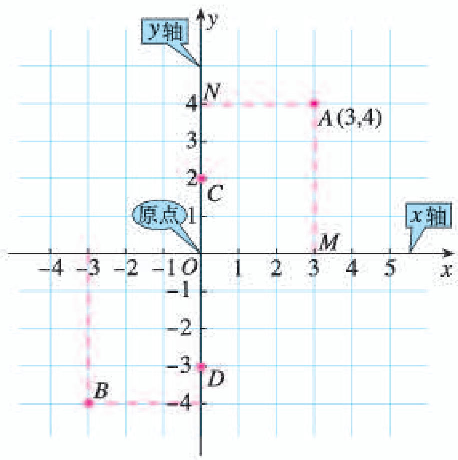


图 7.1-4

如图 7.1-4，我们可以在平面内画两条互相垂直、原点重合的数轴，组成**平面直角坐标系**(rectangular coordinate system)．水平的数轴称为 x 轴（x-axis）或**横轴**，习惯上取向右为正方向；竖直的数轴称为 y 轴（y-axis）或**纵轴**，取向上方向为正方向；两坐标轴的交点为平面直角坐标系的**原点**．

法国数学家笛卡儿(Descartes，1596—1650)，最早引入坐标系，用代数方法研究几何图形．

有了平面直角坐标系，平面内的点就可以用一个有序数对来表示了．例如，如图 7.1-4，由点 A 分别向 x 轴和 y 轴作垂线，垂足 M 在 x 轴上的坐标是 3，垂足 N 在 y 轴上的坐标是 4，我们说点 A 的横坐标是 3，纵坐标是 4，有序数对（3，4）就叫做点 A 的**坐标**(coordinate)，记作A(3，4)．类似地，请你写出点 B，C，D 的坐标：B(__，__)，C(__，__)，D(__，__)．

思考

原点 O 的坐标是什么？x 轴和 y 轴上的点的坐标有什么特点？

可以看出，原点 O 的坐标为（0，0）；x 轴上的点的纵坐标为 0，例如(1，0)，(−1，0)，…；y 轴上的点的横坐标为 0，例如（0，1），(0，−1)，….

建立了平面直角坐标系以后，坐标平面就被两条坐标轴分成Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ四个部分（图 7.1-5），每个部分称为**象限**（quadrant），分别叫做第一象限、第二象限、第三象限和第四象限．坐标轴上的点不属于任何象限.

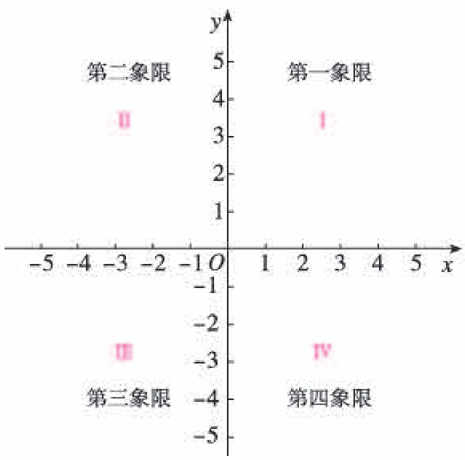


图 7.1-5

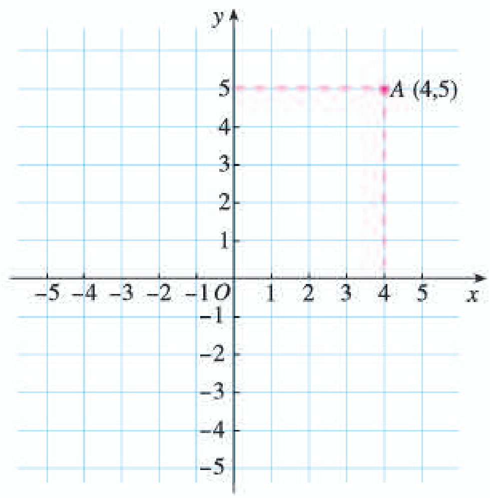


图 7.1-6

例　在平面直角坐标系(图7.1-6)中描出下列各点：

$A(4，5)$，$B(-2，3)$，$C(-4，-1)$，$D(2.5，-2)$，$E(0，-4)$.

解：如图7.1-6，先在 x 轴上找出表示 4 的点，再在 y 轴上找出表示 5 的点，过这两个点分别作 x 轴和 y 轴的垂线，垂线的交点就是点 A.

类似地，请你在图 7.1-6 上描出点 B，C，D，E.

我们知道，数轴上的点与实数是一一对应的．我们还可以得出：对于坐标平面内任意一点 M，都有唯一的一对有序实数（x，y）（即点 M 的坐标）和它对应；反过来，对于任意一对有序实数（x，y），在坐标平面内都有唯一的一点 M（即坐标为（x，y）的点）和它对应．也就是说，坐标平面内的点与有序实数对是一一对应的.

探究

如图 7.1-7，正方形 $ABCD$ 的边长为 6，如果以点 A 为原点，AB 所在直线为 x 轴，建立平面直角坐标系，那么 y 轴是哪条线？写出正方形的顶点 A，B，C，D 的坐标.

请另建立一个平面直角坐标系，这时正方形的顶点 A，B，C，D 的坐标又分别是什么？与同学们交流一下.

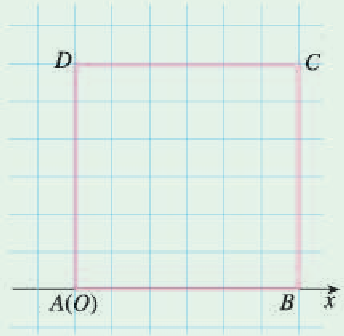
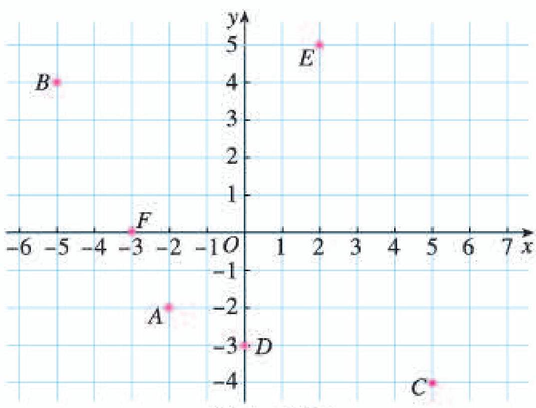


图 7.1-7

练习

1. 写出图中点 A，B，C，D，E，F 的坐标.



（第 1，2 题）

2. 在图中描出下列各点：

$L(-5, -3)$，$M(4, 0)$，$N(-6, 2)$，$P(5, -3.5)$，$Q(0, 5)$，$R(6, 2)$.

习题 7.1

复习巩固

1. 如图，写出表示下列各点的有序数对：

A（__，__）；B（5，2）；C（__，__）；D（__，__）；E（__，__）；F（__，__）；G（__，__）；H（__，__）；I（__，__）.

12.2 三角形全等的判定

我们知道，如果$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$，那么它们的对应边相等，对应角相等. 反过来，根据全等三角形的定义，如果$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$满足三条边分别相等，三个角分别相等，即

$$AB=A'B',\ BC=B'C',\ CA=C'A',$$
$$\angle A=\angle A',\ \angle B=\angle B',\ \angle C=\angle C',$$

就能判定$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$（图 12.2-1）.

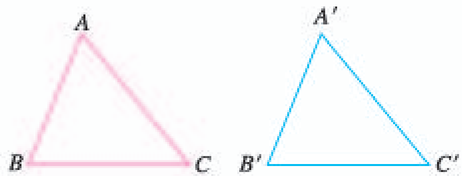


图 12.2-1

一定要满足三条边分别相等，三个角也分别相等，才能保证两个三角形全等吗？上述六个条件中，有些条件是相关的. 能否在上述六个条件中选择部分条件，简捷地判定两个三角形全等呢？

本节我们就来讨论这个问题.

探究1

先任意画出一个$\triangle ABC$. 再画一个$\triangle A'B'C'$，使$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$满足上述六个条件中的一个（一边或一角分别相等）或两个（两边、一边一角或两角分别相等）. 你画出的$\triangle A'B'C'$与$\triangle ABC$一定全等吗？

通过画图可以发现，满足上述六个条件中的一个或两个，$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$不一定全等. 满足上述六个条件中的三个，能保证$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$全等吗？

我们分情况进行讨论.

探究2

先任意画出一个$\triangle ABC$. 再画一个$\triangle A'B'C'$，使$A'B'=AB$，$B'C'=BC$，$C'A'=CA$. 把画好的$\triangle A'B'C'$剪下来，放到$\triangle ABC$上，它们全等吗？

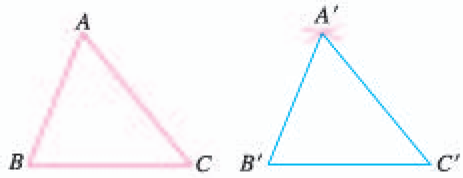


图 12.2-2

画一个$\triangle A'B'C'$，使$A'B'=AB$，$A'C'=AC$，$B'C'=BC$：

(1) 画$B'C'=BC$；

(2) 分别以点B'，C'为圆心，线段AB，AC长为半径画弧，两弧相交于点A'；

(3) 连接线段$A'B'$，$A'C'$.

图 12.2-2 给出了画$\triangle A'B'C'$的方法，你是这样画的吗？探究 2 的结果反映了什么规律？

由探究 2 可以得到以下基本事实，用它可以判定两个三角形全等：

三边分别相等的两个三角形全等（可以简写成“边边边”或“SSS”）.

我们曾经做过这样的实验：将三根木条钉成一个三角形木架，这个三角形木架的形状、大小就不变了. 就是说，三角形三条边的长度确定了，这个三角形的形状、大小也就确定了.

例 1 在如图 12.2-3 所示的三角形钢架中，$AB=AC$，AD是连接点A与BC中点D的支架. 求证$\triangle ABD\cong\triangle ACD$.

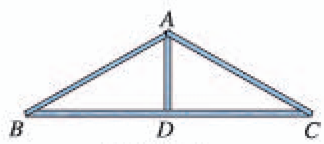


图 12.2-3

分析： 要证$\triangle ABD\cong\triangle ACD$，只需看这两个三角形的三条边是否分别相等.

证明： $\because$ D是BC的中点，

$\therefore$ $BD=CD$.

在$\triangle ABD$和$\triangle ACD$中，

$$\begin{cases} AB=AC, \\ BD=CD, \\ AD=AD, \end{cases}$$

$\therefore$ $\triangle ABD\cong\triangle ACD$ (SSS).

AD既是$\triangle ABD$的边又是$\triangle ACD$的边. 我们称它为这两个三角形的公共边.

由三边分别相等判定三角形全等的结论，还可以得到用直尺和圆规作一个角等于已知角的方法.

已知：$\angle AOB$.

求作：$\angle A'O'B'$，使$\angle A'O'B'=\angle AOB$.

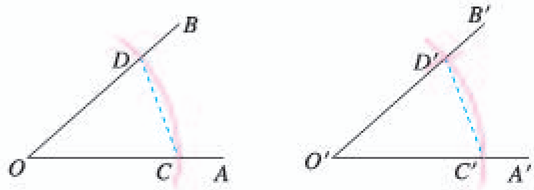


图 12.2-4

作法：（1）如图 12.2-4，以点 O 为圆心，任意长为半径画弧，分别交 OA，OB 于点 C，D；

（2）画一条射线 $O'A'$，以点 O' 为圆心，OC 长为半径画弧，交 $O'A'$ 于点 C'；

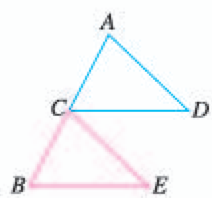
（3）以点 C' 为圆心，CD 长为半径画弧，与第 2 步中所画的弧相交于点 D'；

（4）过点 D' 画射线 $O'B'$，则 $\angle A'O'B'=\angle AOB$.

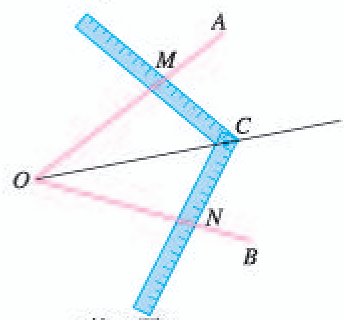
想一想，为什么这样作出的 $\angle A'O'B'$ 和 $\angle AOB$ 是相等的？

练习

1. 如图，C 是 AB 的中点，$AD=CE$，$CD=BE$. 求证 $\triangle ACD \cong \triangle CBE$.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 工人师傅常用角尺平分一个任意角. 做法如下：如图，$\angle AOB$ 是一个任意角，在边 OA，OB 上分别取 $OM=ON$，移动角尺，使角尺两边相同的刻度分别与点 M，N 重合. 过角尺顶点 C 的射线 OC 便是 $\angle AOB$ 的平分线. 为什么？

探究3

先任意画出一个 $\triangle ABC$. 再画出一个 $\triangle A'B'C'$，使 $A'B'=AB$，$A'C'=AC$，$\angle A'=\angle A$（即两边和它们的夹角分别相等）. 把画好的 $\triangle A'B'C'$ 剪下来，放到 $\triangle ABC$ 上，它们全等吗？