

1

认识无理数

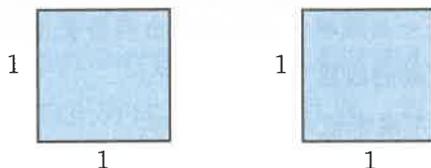


图 2-1

图 2-1 是两个边长为 1 的小正方形，剪一剪、拼一拼，设法得到一个大的正方形。

- (1) 设大正方形的边长为 a ， a 满足什么条件？
- (2) a 可能是整数吗？说说你的理由。
- (3) a 可能是分数吗？说说你的理由，并与同伴进行交流。

事实上，我们可以证明，在等式 $a^2 = 2$ 中， a 既不是整数，也不是分数，所以 a 不是有理数。



做一做

- (1) 如图 2-2，以直角三角形的斜边为边的正方形的面积是多少？
- (2) 设该正方形的边长为 b ， b 满足什么条件？
- (3) b 是有理数吗？

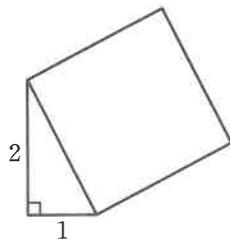
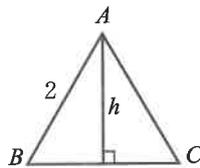


图 2-2

在上面的两个问题中，数 a ， b 确实存在，但都不是有理数。

随堂练习

如图，等边三角形 ABC 的边长为 2，高为 h ， h 可能是整数吗？可能是分数吗？

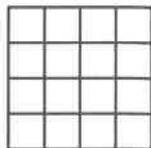


习题 2.1

问题解决



- 右图是由 16 个边长为 1 的小正方形拼成的，任意连接这些小正方形的若干个顶点，可得到一些线段。试分别找出两条长度是有理数的线段和两条长度不是有理数的线段。
- 请你在方格纸上按照如下要求设计直角三角形：
 - 使它的三边中有一边边长不是有理数；
 - 使它的三边中有两边边长不是有理数；
 - 使它的三边边长都不是有理数。



(第 1 题)

面积为 2 的正方形的边长 a 究竟是多少呢？

(1) 如图 2-3，三个正方形的边长之间有怎样的大小关系？说说你的理由。

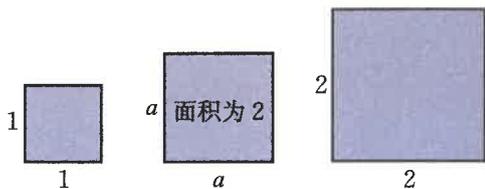


图 2-3

(2) 边长 a 的整数部分是几？十分位是几？百分位呢？千分位呢？……借助计算器进行探索。

(3) 小明将他的探索过程整理如下，你的结果呢？

边长 a	面积 S
$1 < a < 2$	$1 < S < 4$
$1.4 < a < 1.5$	$1.96 < S < 2.25$
$1.41 < a < 1.42$	$1.9881 < S < 2.0164$
$1.414 < a < 1.415$	$1.999396 < S < 2.002225$
$1.4142 < a < 1.4143$	$1.99996164 < S < 2.00024449$

还可以继续算下去吗？ a 可能是有限小数吗？

事实上， $a = 1.41421356\dots$ 它是一个无限不循环小数。