

## 3

## 线段的垂直平分线

我们曾经利用折纸的办法得到：线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等。请你尝试证明这一结论，并与同伴交流。



**定理** 线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等。

已知：如图 1-17，直线  $MN \perp AB$ ，垂足为  $C$ ，且  $AC = BC$ ， $P$  是  $MN$  上的任意一点。

求证： $PA = PB$ 。

证明： $\because MN \perp AB$ ,

$\therefore \angle PCA = \angle PCB = 90^\circ$ 。

$\because AC = BC, PC = PC$ ,

$\therefore \triangle PCA \cong \triangle PCB$  (SAS)。

$\therefore PA = PB$  (全等三角形的对应边相等)。

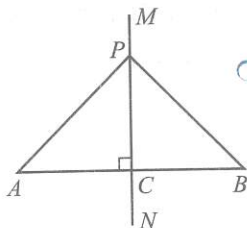


图 1-17

如果点  $P$  与点  $C$  重合，那么结论显然成立。



**想一想**

你能写出上面这个定理的逆命题吗？它是真命题吗？如果是，请你加以证明。



**定理** 到一条线段两个端点距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上。

**例1** 已知：如图 1-18，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ， $O$  是  $\triangle ABC$  内一点，且  $OB = OC$ 。

求证：直线  $AO$  垂直平分线段  $BC$ 。

证明:  $\because AB = AC,$

$\therefore$  点  $A$  在线段  $BC$  的垂直平分线上 (到一条线段两个端点距离相等的点, 在这条线段的垂直平分线上).

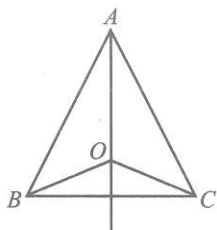


图 1-18

你还有其他证明方法吗?

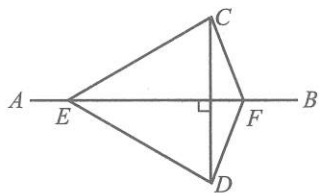
同理, 点  $O$  在线段  $BC$  的垂直平分线上.

$\therefore$  直线  $AO$  是线段  $BC$  的垂直平分线 (两点确定一条直线).

### 随堂练习

已知: 如图,  $AB$  是线段  $CD$  的垂直平分线,  $E, F$  是  $AB$  上的两点.

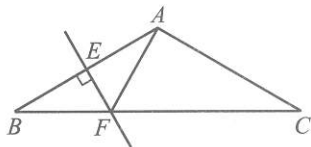
求证:  $\angle ECF = \angle EDF$ .



### 习题 1.7

#### 知识技能

- 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = 120^\circ$ ,  $AB$  的垂直平分线交  $AB$  于点  $E$ , 交  $BC$  于点  $F$ , 连接  $AF$ , 求  $\angle AFC$  的度数.



(第 1 题)

#### 数学理解

- 在以线段  $AB$  为底边的所有等腰三角形中, 它们另一个顶点的位置有什么共同特征?