

3

线段的垂直平分线

我们曾经利用折纸的办法得到：线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等。请你尝试证明这一结论，并与同伴交流。



定理 线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等。

已知：如图 1-17，直线 $MN \perp AB$ ，垂足为 C ，且 $AC = BC$ ， P 是 MN 上的任意一点。

求证： $PA = PB$ 。

证明： $\because MN \perp AB$ ，

$\therefore \angle PCA = \angle PCB = 90^\circ$ 。

$\because AC = BC, PC = PC$ ，

$\therefore \triangle PCA \cong \triangle PCB$ (SAS)。

$\therefore PA = PB$ (全等三角形的对

应边相等)。

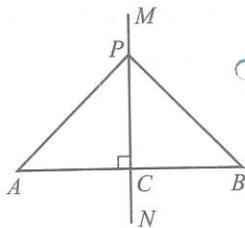


图 1-17

如果点 P 与点 C 重合，那么结论显然成立。



想一想

你能写出上面这个定理的逆命题吗？它是真命题吗？如果是，请你加以证明。



定理 到一条线段两个端点距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上。

例1 已知：如图 1-18，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， O 是 $\triangle ABC$ 内一点，且 $OB = OC$ 。

求证：直线 AO 垂直平分线段 BC 。

证明: $\because AB = AC,$

\therefore 点 A 在线段 BC 的垂直平分线上 (到一条线段两个端点距离相等的点, 在这条线段的垂直平分线上).

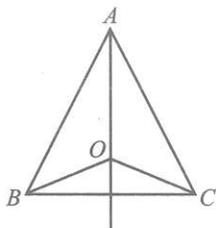


图 1-18

你还有其他证明方法吗?

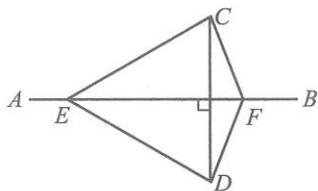
同理, 点 O 在线段 BC 的垂直平分线上.

\therefore 直线 AO 是线段 BC 的垂直平分线 (两点确定一条直线).

随堂练习

已知: 如图, AB 是线段 CD 的垂直平分线, E, F 是 AB 上的两点.

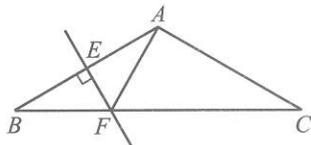
求证: $\angle ECF = \angle EDF.$



习题 1.7

知识技能

- 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, \angle BAC = 120^\circ,$ AB 的垂直平分线交 AB 于点 $E,$ 交 BC 于点 $F,$ 连接 $AF,$ 求 $\angle AFC$ 的度数.



(第 1 题)

数学理解

- 在以线段 AB 为底边的所有等腰三角形中, 它们另一个顶点的位置有什么共同特征?