2022年云南特岗教师考试

考前30分

数学

华图教师教研院编著

目录

【考点1】实数集

1.实数的分类

$$
\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\left.\begin{array}{l}\text{正整数}(1,2,3\cdots)\\0\end{array}\right\}\text{自然数}\\\text{负整数}(-1,-2,-3\cdots)\end{cases}\\\text{分数}\left.\begin{cases}\text{正分数}(\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{3}\cdots)\\\text{负分数}(-\frac{1}{2},-\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\cdots)\end{cases}\right\}\rightarrow\begin{cases}\text{整数}\\\text{有限小数}\\\text{无限循环小数}\end{cases}\end{cases}\\\text{无理数}\left.\begin{cases}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\right\}\text{无限不循环小数}\end{cases}
$$

2.质数和合数：只有1和它本身两个因数的数。0和1既不是质数也不是合数。

3.科学计数法：把一个数写做 $\pm a\times10^n(1\le a<10)$ 的形式，其中 n 是整数，这种记数法叫做科学记数法。

4.算数平方根的性质：$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a\ge0)\\-a(a<0)\end{cases}$。

【考点2】复数

1.复数的概念：复数 $a+bi\begin{cases}\text{实数}(b=0)\\\text{虚数}(b\neq0)\begin{cases}\text{纯虚数}(a=0)\\\text{非纯虚数}(a\neq0)\end{cases}\end{cases}$，规定 $i^2=-1$，a，b 分别叫做复数的实部与虚部。

2.共轭复数：$z=a+bi$ 时，对应的共轭复数为 $\bar{z}=a-bi$。

3.复数坐标：复数 $z=a+bi(a,\ b\in R)$ 可用平面直角坐标系内点 $Z(a,\ b)$ 来表示。

4.复数的模：复数的模：$\sqrt{a^2+b^2}$ 为复数 $z=a+bi(a,\ b\in R)$ 的模，记为 $|z|$。

5.复数的运算：①加法：$(a+b\mathrm{i})+(c+d\mathrm{i})=(a+c)+(b+d)\mathrm{i}$。

②减法：$(a+b\mathrm{i})-(c+d\mathrm{i})=(a-c)+(b-d)\mathrm{i}$。

③乘法：$(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i$。

④除法：$\dfrac{a+bi}{c+di}=\dfrac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}=\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}+\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}i$（$c$，$d$ 不同时为0）。

【考点3】整式

1.整式运算：$a^0=1(a\neq0)$；$a^{-p}=\dfrac{1}{a^p}(a\neq0,\ p\text{为正整数})$。

2.十字相乘因式分解：① $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$　（x 系数为1）

②$abx^2+(ad+bc)x+cd=(ax+c)(bx+d)$　（x 系数不为1）

【考点4】分式

分式运算法则：$\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}=\frac{bc}{ad};\frac{b}{a}\div\frac{c}{d}=\frac{b}{a}\times\frac{d}{c}=\frac{bd}{ac}$；

$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}(n\text{为整数});\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c};\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}$。

【考点5】根式

二次根式的性质：

（1）$\left(\sqrt{a}\right)^2=a\left(a\geq 0\right)$

（2）$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\left(a\geq 0,\ b\geq 0\right)$

（3）$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\left(a\geq 0,\ b>0\right)$

（4）$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a\geq 0)\\-a(a<0)\end{cases}$

【考点6】分式方程的解法

（1）去分母，方程两边都乘以最简公分母；

（2）解所得到的整式方程；

（3）验根：将所得的根代入最简公分母，若等于零，就是增根，应该舍去；若不等于零，就是原方程的根。

【考点7】根式方程的解法

（1）形如$|ax+b|=c(a\neq 0)$的绝对值方程的解法：

①当$c<0$时，根据绝对值的非负性，可知此时方程无解；

②当$c=0$时，原方程变为$|ax+b|=0$，即$ax+b=0$，解得$x=-\frac{b}{a}$；

③当$c>0$时，原方程变为$ax+b=c$或$ax+b=-c$，解得$x=\frac{c-b}{a}$或$x=\frac{-c-b}{a}$。

（2）形如$|ax+b|=cx+d(ac\neq 0)$的绝对值方程的解法：

①根据绝对值的非负性可知$cx+d\geq 0$，求出x的取值范围；

②根据绝对值的定义将原方程化为两个方程$ax+b=cx+d$和$ax+b=-(cx+d)$；

③分别解方程$ax+b=cx+d$和$ax+b=-(cx+d)$；

④将求得的解代入$cx+d\geq 0$检验，舍去不符合条件的解。

（3）形如$|ax+b|=|cx+d|(ac\neq 0)$的绝对值方程的解法：

①根据绝对值的定义将原方程化为两个方程 $ax+b=cx+d$ 或 $ax+b=-(cx+d)$；

②分别解方程 $ax+b=cx+d$ 和 $ax+b=-(cx+d)$。

（4）形如 $|x-a|+|x-b|=c(a<b)$ 的绝对值方程的解法：

①根据绝对值的几何意义可知：$|x-a|+|x-b|\ge|a-b|$；

②当 $c<|a-b|$ 时，方程无解；当 $c=|a-b|$ 时，方程的解为 $a\le x\le b$；当 $c>|a-b|$ 时，分两种情况：当 $x<a$ 时，原方程的解为 $x=\dfrac{a+b-c}{2}$；当 $x>b$ 时，原方程的解为 $x=\dfrac{a+b+c}{2}$。

（5）形如 $|ax+b|\pm|cx+d|=ex+f(ac\ne0)$ 的绝对值方程的解法：

①找绝对值零点：令 $|ax+b|=0$，得 $x=x_1$，令 $|cx+d|=0$ 得 $x=x_2$；

②零点分段讨论：不妨设 $x_1<x_2$，将数轴分为三个区段，即 $a.x<x_1$；$b.x_1\le x<x_2$；$c.x\ge x_2$；

③分段求解方程：在每一个区段内去掉绝对值符号，求解方程并检验，舍去不在区段内的解。

【考点8】一元二次方程根与系数的关系

如果方程 $ax^2+bx+c=0(a\ne0)$ 的两个实数根是 x_1，x_2，那么 $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$，$x_1x_2=\dfrac{c}{a}$。

【考点9】不等式的基本性质

①对称性：$a>b\Leftrightarrow b<a$；

②传递性：$a>b，b>c\Rightarrow a>c$；

③加法法则：①$a>b\Rightarrow a+c>b+c$，②$a>b$，$c>d\Rightarrow a+c>b+d$；

④乘法法则：$a>b，c>0\Rightarrow ac>bc$，$a>b，c<0\Rightarrow ac<bc$，$a>b>0$，$c>d>0\Rightarrow ac>bd$；

⑤乘方法则：$a>b>0\Rightarrow a^n>b^n\left(n\in N，n>1\right)$；

⑥开方法则：$a>b>0\Rightarrow\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}\left(n\in N，n>1\right)$；

⑦除法法则：$a>b，c>0\Rightarrow\dfrac{a}{c}>\dfrac{b}{c}$，$a>b，c<0\Rightarrow\dfrac{a}{c}<\dfrac{b}{c}$，$a>b>0$，$c>d>0\Rightarrow\dfrac{a}{d}>\dfrac{b}{c}>0$；

⑧倒数法则：$a>b$，$ab>0\Rightarrow\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$。

【考点10】常用基本不等式

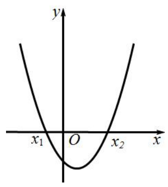
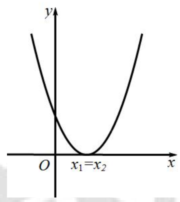
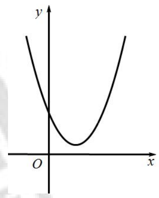
①$a^2+b^2\geq 2ab$，②$ab\leq\dfrac{a^2+b^2}{2}$；③$ab\leq\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2$，④$\dfrac{a^2+b^2}{2}\geq\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2$。

【考点11】一元一次不等式组的解法

①分别求出不等式组中各个不等式的解集；

②利用数轴求出这些不等式的解集的公共部分（取交集），即这个不等式组的解集。

【考点12】二次函数的图象、一元二次方程的根、一元二次不等式的解集间的关系

判别式 $\Delta=b^2-4ac$	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
二次函数 $y=ax^2+bx+c$ $(a>0)$ 的图象			
一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a>0)$ 的根	有两个相异实数根 $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $(x_1<x_2)$	有两个相等实数根 $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$	没有实数根
一元二次不等式的解集：$ax^2+bx+c>0$ $(a>0)$	$\{x\|x<x_1或x>x_2\}$	$\left\{x\middle\|x\neq-\dfrac{b}{2a}\right\}$	R
一元二次不等式的解集：$ax^2+bx+c<0$ $(a>0)$	$\{x\|x_1<x<x_2\}$	$\varnothing$	$\varnothing$

【考点13】分式不等式的解法

1.将分式不等式化为标准形式：

①$\dfrac{f(x)}{g(x)}>0\Leftrightarrow f(x)\cdot g(x)>0$

②$\dfrac{f(x)}{g(x)}<0\Leftrightarrow f(x)\cdot g(x)<0$

③$\dfrac{f(x)}{g(x)}\geq 0\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)\cdot g(x)\geq 0\\ g(x)\neq 0\end{cases}$

④$\dfrac{f(x)}{g(x)}\le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)\cdot g(x)\le 0 \\ g(x)\ne 0 \end{cases}$

2.将分式不等式标准形转化为整式不等式求解

【考点14】绝对值不等式的解法

1.将绝对值不等式化为标准形式：$|f(x)|>(<,\ge,\le)c(c>0)$

2.去绝对值符号：当$c>0$时，$\begin{cases} |f(x)|>c \Leftrightarrow f^2(x)>c^2 \Leftrightarrow f(x)>c\text{或}f(x)<-c \\ |f(x)|<c \Leftrightarrow f^2(x)<c^2 \Leftrightarrow -c<f(x)<c \end{cases}$

3.解不等式

【考点15】定义域的求法

1.具体函数求定义域：偶次方根的被开方数不小于0；

对数函数的真数大于0；

0的零次幂没有意义；

分母不为0。

【考点16】函数的基本性质

1.单调性：①定义法，如果对于函数$y=f(x)$定义域I内的某个区间D内的任意两个自变量x_1，x_2，当$x_1<x_2$时，都有$f(x_1)<f(x_2)\left(f(x_1)>f(x_2)\right)$，那么就说函数$f(x)$在区间$D$上是增（减）函数。

②导数法：如果对于函数$y=f(x)$的导函数$f'(x)\ge 0\left(f'(x)<0\right)$，那么就说函数$f(x)$是增（减）函数。

③图象法：如果对于函数$y=f(x)$的图像上升（下降），那么就说函数$f(x)$是增（减）函数。

④复合函数$y=f\left[g(x)\right]$在公共定义域上的单调性：同增异减。

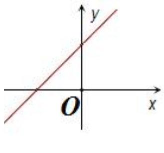
2.奇偶性：①有$f(-x)=f(x)$，那么$f(x)$就叫做偶函数；

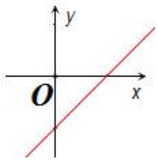
②有$f(-x)=-f(x)$，那么$f(x)$就叫做奇函数。

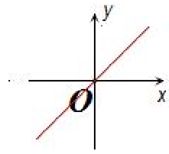
3.周期性：若T为非零常数，对于定义域内的任意一个x，使$f(x+T)=f(x)$恒成立，则$f(x)$叫做周期函数，T叫做这个函数的一个周期。

【考点17】函数的图像

1.一次函数：①$k>0$

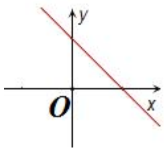


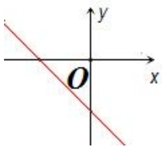


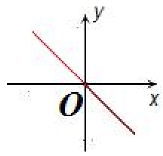


$b>0$　　$b<0$　　$b=0$

②$k<0$

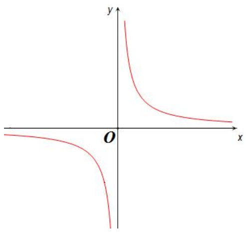


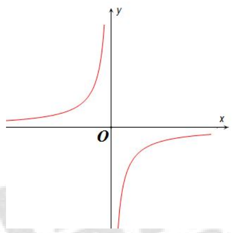




$b>0$　　$b<0$　　$b=0$

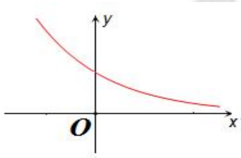
2.反比例函数：

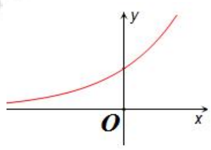




$k>0$　　$k<0$

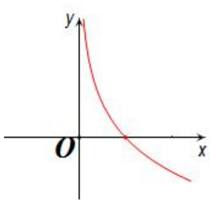
3.指数函数：

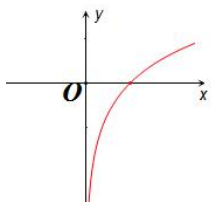




$0<a<1$　　$a>1$

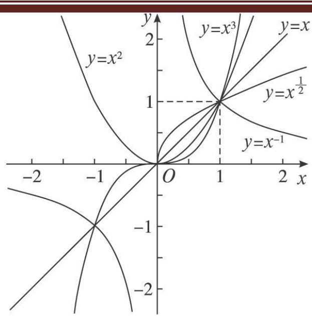
4.对数函数：



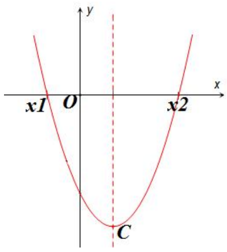


$0<a<1$　　$a>1$

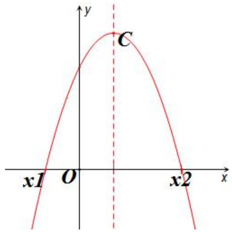
5.幂函数：



6.二次函数：



$a>0$



$a<0$

【考点18】二次函数的最值

（1）如果自变量的取值范围是全体实数，那么函数在顶点处取得最大值（或最小值），即当$x=-\frac{b}{2a}$时，$y_{最值}=\frac{4ac-b^2}{4a}$。

（2）如果自变量的取值范围是$x_1 \le x \le x_2$，那么，首先要看$-\frac{b}{2a}$是否在自变量取值范围$x_1 \le x \le x_2$内：

①若$-\frac{b}{2a}$在此范围内，则当$x=-\frac{b}{2a}$时，$y_{最值}=\frac{4ac-b^2}{4a}$；

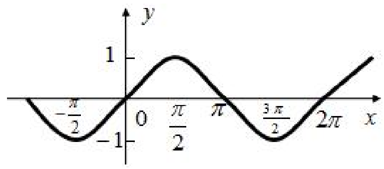
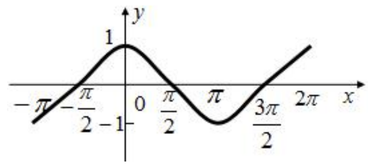
②若$-\frac{b}{2a}$不在此范围内，则需要考虑函数在$x_1 \le x \le x_2$范围内的增减性：

（1）如果在此范围内y随x的增大而增大，则当$x=x_2$时，$y_{\max}=ax_2{}^2+bx_2+c$，当$x=x_1$时，$y_{\min}=ax_1{}^2+bx_1+c$；

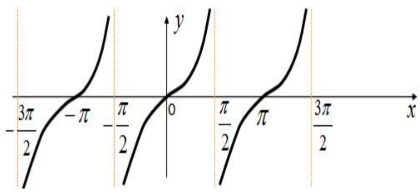
（2）如果在此范围内，y随x的增大而减小，则当$x=x_1$时，$y_{\max}=ax_1{}^2+bx_1+c$，当$x=x_2$时，$y_{\min}=ax_2{}^2+bx_2+c$。

【考点19】正余弦函数的图像和性质

函数	$y=\sin x$	$y=\cos x$

图像			
性质	定义域	R	R
	值域	[-1，1]	[-1，1]
	最值	$x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$时，$y_{\max}=1(k\in Z)$ $x=2k\pi-\frac{\pi}{2}$时，$y_{\min}=-1(k\in Z)$	$x=2k\pi$时，$y_{\max}=1(k\in Z)$ $x=2k\pi+\pi$时，$y_{\min}=-1(k\in Z)$
	单调性	在$\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right]$单调递增 在$\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right]$单调递减	在$\left[2k\pi-\pi,2k\pi\right]$单调递增 在$\left[2k\pi,2k\pi+\pi\right]$单调递减
	奇偶性	奇函数	偶函数
	最小正周期	2π	2π
	对称性	对称轴：$x=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$ 对称中心：$(k\pi,0)$，$k\in Z$	对称轴：$x=k\pi$，$k\in Z$ 对称中心：$\left(k\pi+\frac{\pi}{2},0\right)$，$k\in Z$

【考点20】正切函数的图像和性质

函数	$y=\tan x$
图像	
定义域	$\left\{x\middle\vert x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}，k\in Z\right\}$
值域	R
最小正周期	π
奇偶性	奇函数

单调性	在$\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right](k\in Z)$单调递增
对称中心	$\left(\frac{k\pi}{2},0\right)$，$k\in Z$

【考点21】三角函数常用公式

1.平方关系：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$；

2.商数关系：$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\left(\alpha\neq k\pi+\frac{\pi}{2}，k\in Z\right)$

3.诱导公式：①$\left|\sin(\frac{n\pi}{2}\pm\alpha)\right|=\begin{cases}\sin\alpha(n\text{为偶数})\\ \cos\alpha(n\text{为奇数})\end{cases}$ ②$\left|\cos(\frac{n\pi}{2}\pm\alpha)\right|=\begin{cases}\cos\alpha(n\text{为偶数})\\ \sin\alpha(n\text{为奇数})\end{cases}$

$\frac{k\pi}{2}+\alpha$与α的三角函数关系口诀：奇变偶不变，符号看象限。

4.两角和差与二倍角公式

①$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$；②$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

③$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$；④$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\beta$

⑤$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$；⑥$\tan2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

【考点22】三角函数图像变换

1.先平移，后拉伸

$y=\sin x\xrightarrow{\text{图像上各点向左或向右平移}|\varphi|\text{个单位}}y=\sin(x+\varphi)$

$\xrightarrow{\text{各点横坐标伸长或缩短到原来的}\frac{1}{\omega}\text{，纵坐标不变}}y=\sin(\omega x+\varphi)$

$\xrightarrow{\text{各点纵坐标伸长或缩短到原来的}A\text{倍，横坐标不变}}y=A\sin(\omega x+\varphi)$

2.先拉伸，后平移

$y=\sin x\xrightarrow{\text{各点横坐标伸长或缩短到原来的}\frac{1}{\omega}\text{，纵坐标不变}}y=\sin\omega x$

$\xrightarrow{\text{图像上各点向左或向右平移}\left|\frac{\varphi}{\omega}\right|\text{个单位}}y=\sin(\omega x+\varphi)$

$\xrightarrow{\text{各点纵坐标伸长或缩短到原来的}A\text{倍，横坐标不变}}y=A\sin(\omega x+\varphi)$

【考点23】正余弦定理

1.正弦定理：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$。

2.余弦定理：$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$；$\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$；$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$。

【考点24】数列

1.等差数列：$a_n=a_1+(n-1)d\left(n\in N^*\right)$；$S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\dfrac{1}{2}n(n-1)d$。

扩充性质：①$a_m-a_n=(m-n)d$，a_m，a_n为第m，n项；

②等差中项：a，b，c成等差数列，b叫做a与c的等差中项，则$2b=a+c$；

③若$m+n=p+q$，则$a_m+a_n=a_p+a_q$。

2.等比数列：$a_n=a_1q^{n-1}\left(n\in N^*，a_1\neq 0，q\neq 0\right)$，

$$S_n=\begin{cases} na_1\,(q=1) \\ \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{a_1-qa_n}{1-q}\,(q\neq 1) \end{cases}。$$

扩充性质：①$\dfrac{a_m}{a_n}=q^{m-n}$，a_m，a_n为第m，n项；

②等比中项：a，b，c成等比数列，b叫做a与c的等比中项，则$b^2=a\cdot c$；

③$m+n=p+q$，则$a_m\cdot a_n=a_p\cdot a_q$，两个下标和相等。

3.数列通项：①公式法$a_n=\begin{cases} S_1，& n=1 \\ S_n-S_{n-1}，& n\geq 2 \end{cases}$；

②构造法，如果数列$\{a_n\}$的通项满足$a_{n+1}=Aa_n+B$，则可用构造法球通项公式。可构造为$a_{n+1}-\dfrac{B}{1-A}=A(a_n-\dfrac{B}{1-A})$，再根据等比数列求通项公式。

4.数列求和：①列项求和，$\dfrac{1}{n(n+k)}=\dfrac{1}{k}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+k}\right)$；

$\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)$；$\dfrac{1}{\sqrt{n+k}+\sqrt{n}}=\dfrac{1}{k}\left(\sqrt{n+k}-\sqrt{n}\right)$。

②错位相减，$c_n=a_n\cdot b_n$，$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是等比数列。S_n乘等比数列的公比后与原来的前n项和相减，求S_n，即S_n-qS_n。

【考点25】集合的运算

1.并集：$A\cup B=\{x|x\in A，或x\in B\}$

2.交集：$A\cap B=\{x|x\in A，且x\in B\}$

3.补集：$C_U A=\{x|x\in U，且x\notin A\}$

【考点26】四种条件

1.充要条件：$p\Rightarrow q$，$q\Rightarrow p$，记作$p\Leftrightarrow q$；

2.充分不必要：$p\Rightarrow q$，$q\not\Rightarrow p$；

3.必要不充分：$p\not\Rightarrow q$，$q\Rightarrow p$；

4.既不充分也不必要：$p\not\Rightarrow q$，$q\not\Rightarrow p$。

【考点27】奥数

1.行程问题：（1）追及与相遇

①相向而行：相遇时间＝距离÷速度和；②相背而行：相背距离＝速度和×时间；

③追及问题：速度差×追及时间＝追及路程。

（2）火车过桥

①火车过桥（或隧道）所用的时间＝（桥或隧道长+火车身长）÷火车速度；

②两列火车相向而行，从相遇到相离所用的时间＝两火车车身长度和÷两车速度和；

③两车同向而行，快车从追上到超过慢车所用的时间＝两火车车身长度和÷两车速度差。

（3）流水行船

①顺流船速＝划速＋水速；②逆流船速＝划速－水速；

（4）环形问题

①两人同地、背向运动，从第一次相遇到下次相遇共行一个全程；

②同地、同向运动时，甲追上乙时，甲比乙多行一个全程。

2.经济问题

①售价=进价+利润=进价×（1+利润率）；②利润=售价－进价；

③利润率=（售价－进价）/进价×100%。

3.牛吃草问题

核心公式：草原原有草量＝（牛数－每天长草量）×天数，字母表示为$y=(N-X)\times T$。

【考点28】平面内直线的位置关系

1. 平行线的性质

两直线平行，同位角相等；

两直线平行，内错角相等；

两直线平行，同旁内角互补。

【考点29】三角形中的主要线段

1. 三角形的中位线

①定义：连接三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线；

②三角形中位线定理：三角形的中位线平行于第三边，并且等于它的一半；

【考点30】三角形

1. 等腰三角形

等腰三角形顶角平分线平分底边并且垂直于底边，即等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高重合（简称：三线合一）。

推论：等边三角形的各个角都相等，并且每个角都等于60°。

2.直角三角形

在直角三角形中，30°角所对的直角边等于斜边的一半；直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半；

勾股定理：直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方；

【考点31】四边形（平行四边形，矩形，菱形，正方形）

1. 平行四边形

性质1：平行四边形的邻角互补，对角相等；

性质2：平行四边形的对角线互相平分；

2. 矩形

性质1：具有平行四边形的一切性质；

性质2：矩形的四个角都是直角；

性质3：矩形的对角线相等；

性质4：矩形是轴对称图形。

3. 菱形

性质1：具有平行四边形的一切性质；

性质2：菱形的四条边相等；

性质3：菱形的对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角；

性质4：菱形是轴对称图形。

4. 正方形：

性质1：具有平行四边形、矩形、菱形的一切性质；

性质2：正方形的四个角都是直角，四条边都相等；

性质3：正方形的两条对角线相等，并且互相垂直平分，每一条对角线平分一组对角；

性质4：正方形是轴对称图形，有4条对称轴；

5. 梯形

定义：一组对边平行而另一组对边不平行的四边形是梯形。

判定定理：一组对边平行且不相等的四边形是梯形。

【考点32】圆

1. 垂径定理及其推论

垂径定理：垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的弧。

2. 在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦的弦心距相等。

3. 圆周角定理及其推论：一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半。

推论：半圆（或直径）所对的圆周角是直角；90°的圆周角所对的弦是直径；

4. 切线的判定和性质

切线的判定定理：经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

切线的性质定理：圆的切线垂直于经过切点的半径。

5. 圆的相关计算公式

面积：扇形面积：$S_{扇形}=\frac{n}{360}\pi R^2=\frac{1}{2}lR$ 扇形，其中 n 是扇形的圆心角度数，R 是扇形的半径，l 是扇形的弧长；圆面积：$S=\pi R^2$；圆锥的侧面积：$S=\frac{1}{2}a\cdot 2\pi R=\pi Ra$，其中 a 是圆锥的母线长，R 是圆锥底面圆的半径。

弧长公式及圆周长:弧长公式：$n°$ 的圆心角所对的弧长 l 的计算公式为 $l=\frac{n\pi R}{180}$;圆周长：$C=2\pi R$。

四点共圆的判定条件:圆内接四边形对角互补。

【考点33】向量的计算

1. 向量的加法：三角形法则及平行四边形法则、交换律及结合律。

2. 向量的减法：向量 a 加上 b 的相反向量，是 a 与 b 的差。

3. 数乘运算：实数 λ 与向量 α 的积是一个向量，记作 $\lambda\alpha$，它的长度和方向规定：$|\lambda\alpha|=|\lambda||\alpha|$；$\lambda\alpha$ 的方向与 α 相同$(\lambda>0)$或相反$(\lambda<0)$；$0a=0$

$\lambda(\mu a)=(\lambda\mu)\cdot a;(\lambda+\mu)\cdot a=\lambda a+\mu a;\ \lambda(a+b)=\lambda a+\lambda b$。

4. 数量积

$a\cdot b=|a|\cdot|b|\cdot\cos\langle a\cdot b\rangle,\langle a\cdot b\rangle\in[0,\ \pi]$。其中 $|b|\cos\theta=\frac{a\cdot b}{|a|}\in R$，称 b 在 a 方向上是投影。

5. 平面向量的坐标运算

若 $a=(x_1,\ y_1)$，$b=(x_2,\ y_2)$，则有：

$a+b=(x_1+x_2,\ y_1+y_2),a-b=(x_1-x_2,\ y_1-y_2)$，$\lambda a=(\lambda x_1,\ \lambda y_1)$，$a\cdot b=x_1x_2+y_1y_2$

若 $A=(x_1, y_1)$，$B=(x_2, y_2)$，则有：

$\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1, y_2-y_1)$

A、B 两点间的距离为 $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$，线段 AB 的中点坐标 $(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$。

【考点34】向量的位置关系

1. 向量共线定理

向量 b 与非零向量 a 共线的充要条件是：有且只有一个非零实数 λ，使 $b=\lambda a$。

2. 向量平行

$a /\!/ b(b\neq 0)$ 的充要条件是 $x_1y_2-x_2y_1=0$。

3. 向量垂直

设 $a=(x_1, y_1)$，$b=(x_2, y_2)$，则有：

向量式：$a\perp b(b\neq 0)\Leftrightarrow a\cdot b=0$。

坐标式：$a\perp b\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$。

【考点35】圆的方程

1. 圆的三种方程

①标准方程：$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$。其中，(a, b) 为圆心，r 为半径。

②一般方程：$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，$(D^2+E^2-4F>0)$，其中，$(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2})$ 为圆心，$r=\frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}$ 为半径。

③参数方程：$\begin{cases}x=a+r\cos\theta\\ y=b+r\sin\theta\end{cases}$，其中，$(a, b)$ 为圆心，r 为半径。

【考点36】椭圆

1. 定义1：在同一平面内，若 F_1，F_2 是两定点，P 为动点，且 $|PF_1|+|PF_2|=2a>|F_1F_2|$（$a$ 为常数），则 P 点轨迹是椭圆。

定义2：若 F_1 为定点，l 为定直线，动点 P 到 F_1 的距离与到定直线 l 的距离之比为常数 e（0<e<1），则 P 点的轨迹是椭圆。

2. 标准方程：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$

长轴长 $2a$，短轴长 $2b$，焦距 $2c$，$a^2=b^2+c^2$；准线方程：$x=\pm\frac{a^2}{c}$；

【考点37】双曲线

1. 定义1：若 F_1，F_2 是两定点，P 为动点，且 $\left||PF_1|-|PF_2|\right|=2a<|F_1F_2|$（$a$ 为常数），则动点 P 点轨迹是双曲线。

定义2：若动点 P 到 F 的距离与到定直线 l 的距离之比为常数 e（e>1），则动点 P 点的轨迹是双曲线。

2. 标准方程：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$；

实轴长 $2a$，虚轴长 $2b$，焦距 $2c$，$c^2=a^2+b^2$；准线方程：$x=\pm\frac{a^2}{c}$；

【考点38】抛物线

1. 定义：若动点 P 到 F 的距离与到定直线 l 的距离之比为常数 e（e>1），则动点 P 点的轨迹是双曲线。

2. 标准方程：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$

实轴长 $2a$，虚轴长 $2b$，焦距 $2c$，$c^2=a^2+b^2$；准线方程：$x=\pm\frac{a^2}{c}$；

【考点39】方差，标准差

$$S^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots(x_n-\bar{x})^2}{n},\quad S=\sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots(x_n-\bar{x})^2}{n}},$$

其中 S^2 表示样本方差，S 表示样本标准差。

【考点40】排列组合

1.排列数：从 n 个不同的元素中取出 r 个元素的所有不同排列的个数叫做从 n 个不同的元素中取出 r 个元素的排列数，用符号 A_n^r 表示。

$$A_n^r=\frac{n!}{(n-r)!}=n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$$

2.组合数：从 n 个不同的元素中取出 r 个元素的所有不同组合的个数叫做从 n 个不同的元素中取出 r 个元素的组合数，用符号 C_n^r 表示。

$$C_n^r=\frac{A_n^r}{A_r^r}=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r!}$$

$C_n^r=\frac{n!}{(n-r)!r!}$，规定：$C_n^n=1$，$C_n^0=1$。

组合数的性质：$C_n^m = C_n^{n-m}$

【考点41】二项式定理

一般地，对于任意正整数n，都有

$\left(a+b\right)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \cdots + C_n^r a^{n-r} b^r + \cdots + C_n^n b^n$（$n \in N^*$），这个公式叫做二项式定理。等式右边的多项式叫做$(a+b)^n$的二项展开式，展开式共有$n+1$项，其中组合数$C_n^r$叫做第$r+1$项的二项式系数；第$r+1$项$T_{r+1} = C_n^r a^{n-r} b^r \left(r = 0,1,2\cdots\right)$称为二项展开式的通项，二项展开式通项的主要用途是求指定的项。

【考点42】概率

1.古典概型：$P(A) = \dfrac{A\text{包含的基本事件的个数}}{\text{基本事件的总数}}$

2.几何概型：$P(A) = \dfrac{\text{构成事件}A\text{的区域长度（面积或体积）}}{\text{试验的全部结果所构成的区域长度（面积或体积）}}$

【考点43】离散型随机变量分布列

一般地，若离散型随机变量X可能取的不同值为x_1，$x_2,\cdots$，$x_i,\cdots$，x_n，X取每个值$x_i\left(i = 1,2,3,\cdots，n\right)$的概率$P(X = x_i) = p_i$，以表格的形式表示如下：

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_i	$\cdots$	x_n
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_i	$\cdots$	p_n

其中，$p_1 + p_2 + p_3 + \cdots p_i + \cdots + p_n = 1$。

$E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + \cdots x_n p_n$为离散型随机变量$X$的均值或数学期望，用$E(X)$或$EX$表示。

$D(X) = \sum\limits_{i=1}^{n} (x_i - EX)^2 p_i$为随机变量$X$的方差，其算术平方根$\sqrt{D(X)}$为随机变量$X$的标准差。

【考点44】极限的定义

函数极限存在的条件：函数极限存在的充要条件是左右极限存在且相等。

【考点45】无穷大与无穷小

1. 定义：若$\lim\limits_{x \to x_0} f\left(x\right) = 0$，则称在$x \to x_0$过程中，$f\left(x\right)$是无穷小量；

若$\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{1}{f\left(x\right)} = 0$，则称在$x \to x_0$过程中，$f\left(x\right)$是无穷大量。

2. 两个无穷小的比较

在自变量同一变化过程（$x\to x_0$ 或 $x\to\infty$）中，设 $\lim f(x)=0,\lim g(x)=0$，且 $\lim\dfrac{f(x)}{g(x)}=l$，则：

$l=0$，称 $f(x)$ 是比 $g(x)$ 高阶的无穷小，记作：$f(x)=o[g(x)]$；

$l=\infty$，称 $f(x)$ 是比 $g(x)$ 低阶的无穷小；

$l\neq 0$，称 $f(x)$ 是比 $g(x)$ 同阶的无穷小；

$\lim\dfrac{f(x)}{g^k(x)}=l\neq 0,\ k>0$，称 $f(x)$ 是比 $g(x)$ 的 k 阶无穷小；

$l=1$，称 $f(x)$ 是比 $g(x)$ 等阶的无穷小，记作：$f(x)\sim g(x)$。

【考点46】极限的运算法则

1. 极限的性质：唯一性、有界性、保号性。

2.设 $\lim u(x)=A,\lim v(x)=B$，则有：

加减法：$\lim[u(x)\pm v(x)]=\lim u(x)\pm\lim v(x)=A\pm B$；

乘法：$\lim[u(x)\cdot v(x)]=\lim u(x)\cdot\lim v(x)=A\cdot B$；

除法：当 $\lim v(x)=B\neq 0$ 时，$\lim\left[\dfrac{u(x)}{v(x)}\right]=\dfrac{\lim u(x)}{\lim v(x)}=\dfrac{A}{B}$。

推论1：如果 $\lim\limits_{x\to x_0}u(x)$ 存在，c 为常数，则 $\lim\limits_{x\to x_0}[cu(x)]=c\lim\limits_{x\to x_0}u(x)$；

推论2：如果 $\lim\limits_{x\to x_0}u(x)$ 存在，$n\in N$，则 $\lim\limits_{x\to x_0}[u(x)]^n=\left[\lim\limits_{x\to x_0}u(x)\right]^n$。

【考点47】极限的运算方法

1.最高次幂法：当函数是分式形式，且分子、分母都是多项式时，可以使用这种方法。

主要是比较分子与分母次数的高低：$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{a_0x^m+a_1x^{m-1}+\ldots+a_m}{b_0x^n+b_1x^{n-1}+\ldots+b_n}=\begin{cases}\dfrac{a_0}{b_0}, & 当n=m\\ 0, & 当n>m\\ \infty, & 当n<m\end{cases}$。

2. 两个重要极限公式

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$；

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=\mathrm{e}$或$\lim\limits_{v\to 0}(1+v)^{\frac{1}{v}}=\mathrm{e}$。

3. 等价无穷小代换

当$x\to 0$时的等价无穷小量，则有

$$\sin x\sim x;\tan x\sim x;\arcsin x\sim x;\arctan x\sim x;$$
$$\mathrm{e}^{x}-1\sim x;\ln(1+x)\sim x;(1+x)^{2}-1\sim 2x;$$
$$1-\cos x\sim\frac{x^{2}}{2};a^{x}-1\sim x\ln a。$$

6. 洛必达法则

法则一$\left(\dfrac{0}{0}型\right)$：

设①$\lim f(x)=0,\lim g(x)=0$，

②x变化过程中，$f'(x)$，$g'(x)$皆存在

③$\lim\dfrac{f'(x)}{g'(x)}=A(或\infty)$；则$\lim\dfrac{f(x)}{g(x)}=A(或\infty)$。

注意：如果$\lim\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$不存在，则不能得出$\lim\dfrac{f(x)}{g(x)}$不存在。

【考点48】导数的运算

1. 基本初等函数求导

（1）$(C)'=0$

（2）$(x^{\mu})'=\mu x^{\mu-1}$，特别:$(x)'=1,(\sqrt{x})'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}},\left(\dfrac{1}{x}\right)'=-\dfrac{1}{x^{2}}$

（3）$(a^{x})'=a^{x}\ln a$，特别:$(\mathrm{e}^{x})'=e^{x}$

（4）$(\log_{a}x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$，特别:$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

（5）$(\sin x)'=\cos x$ $(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\sec^{2}x$ $(\cot x)'=-\csc^{2}x$

$(\sec x)'=\tan x\sec x$ $(\csc x)'=-\cot x\csc x$

（6）$(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}$ $(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}$

$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$ $(\mathrm{arc}\cot x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

2. 复杂函数求导

1. 函数的和、差、积、商的求导法则

定理：设$u=u(x),v=v(x)$都可导，则

$[u(x)\pm v(x)]' = u'(x)\pm v'(x)$

$[u(x)\cdot v(x)]' = u'(x)v(x)\pm u(x)v'(x)$，特别的，$[Cu(x)]' = Cu'(x)$

$\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]' = \frac{u'(x)v(x)+u(x)v'(x)}{v^2(x)}$。

2. 复合函数的求导法则

定理：若$y=f(u),u=g(x)$都可导，则复合函数$y=f[g(x)]$也可导，且$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$或$y'_x=y'_u\cdot u'_x$，或$(f[g(x)])' = f'(u)g'(x) = f'[g(x)]g'(x)$。简言之，函数对自变量的导数等于函数对中间变量的导数乘中间变量对自变量的导数。

【考点49】不定积分性质与基本公式

1. 性质：$\int[f(x)+g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$（$k$为常数，$k\neq 0$）。

2. 积分公式：

$\int kdx = kx + C$（k为常数） $\int x^\mu dx = \frac{x^{\mu+1}}{\mu+1}+C(\mu\neq -1)$

$\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$ $\int \sin xdx = -\cos x + C$

$\int e^x dx = e^x + C$ $\int \cos xdx = \sin x + C$

$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + C$

$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \int \sec^2 xdx = \tan x + C$ $\int \sec x\tan xdx = \sec x + C$

$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = \int \csc^2 xdx = -\cot x + C$ $\int \csc x\cot xdx = -\csc x + C$

$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=\arcsin x+C$。

【考点50】空间向量的计算

向量积的坐标表示式

设 $a=a_x i+a_y j+a_z k$，$b=b_x i+b_y j+b_z k$，则

$a\times b=(a_y b_z-a_z b_y)i+(a_z b_x-a_x b_z)j+(a_x b_y-a_y b_x)k$，或$a\times b=\begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$。

【考点51】空间平面及其方程

1. 平面直线的方程

点法式方程：$A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)+C\left(z-z_0\right)=0$。

【考点52】空间直线及其方程

1. 直线的点向式方程 $\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$。

2. 参数方程：

$\begin{cases} x=x_0+mt \\ y=y_0+nt \\ z=z_0+pt \end{cases}$。

【考点53】学科核心素养与课程目标（普通高中数学新课程标准（2017版））

1. 数学抽象：数学抽象是指通过对数量关系与空间形式的抽象，得到数学研究对象的素养。主要包括：从数量与数量关系、图形与图形关系中抽象出数学概念及概念之间的关系，从事物的具体背景中抽象出一般规律和结构，并用数学语言予以表征。

2. 逻辑推理：逻辑推理是指从一些事实和命题出发，依据规则推出其他命题的素养。主要包括两类：一类是从特殊到一般的推理，推理形式主要有归纳、类比；一类是从一般到特殊的推理，推理形式主要有演绎。

3. 数学建模：数学建模是对现实问题进行数学抽象，用数学语言表达问题、用数学方法构建模型解决问题的素养。数学建模过程主要包括：在实际情境中从数学的视角发现问题、提出问题，分析问、建立模型，确定参数、计算求解，检验结果、改进模型，最终解决实际问题。

4. 直观想象：直观想象是指借助几何直观和空间想象感知事物的形态与变化，利用空间形式特别是图形，理解和解决数学问题的素养。主要包括：借助空间形式认识事物的位

置关系、形态变化与运动规律；利用图形描述、分析数学问题；建立形与数的联系，构建数学问题的直观模型，探解决问题的思路。

5. 数学运算：数学运算是指在明晰运算对象的基础上，依据运算法则解决数学问题的素养。主要包括：理解运算对象，掌握运算法则，探究运算思路，选择运算方法，设计运算程序，求得运算结果等。

6. 数据分析：数据分析是指针对研究对象获取数据，运用数学方法对数据进行整理、分析和推断，形成关于研究对象知识的素养。数据分析过程主要包括：收集数据，整理数据，提取信息，构建模型，进行推断，获得结论。

7. 课程目标（四基四能）：通过高中数学课程的学习，学生能获得进一步学习以及未来发展所必需的数学基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验（简称“四基”）；提高从数学角度发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力（简称“四能”）。在学习数学和应用数学的过程中，学生能发展数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析等数学学科核心素养。通过高中数学课程的学习，学生能提高学习数学的兴趣，增强学好数学的自信心，养成良好的数学学习习惯，发展自主学习的能力；树立敢于质疑、善于思考、严谨求实的科学精神；不断提高实践能力，提升创新意识；认识数学的科学价值、应用价值、文化价值和审美价值。

【考点54】教学原则

1. 抽象与具体相结合的原则；

2. 严谨性与量力性相结合的原则；

3. 培养“双基”与策略创新相结合的原则；

4. 精讲多练与自主建构相结合的原则。

【考点55】数学教学中的常用教学方法

1. 讲授法：课堂上教师的主要活动是口头讲解、扼要板书，学生的主要活动是听讲、思考、重点记录、做练习，这种教学方法叫讲解法。讲解法主要用于新单元的开始、新概念的引入、新命题的得出、新知识的归纳总结以及学生提问的几种答疑。讲授法的基本要求是科学性、系统性、启发性、针对性、深刻性、语言要生动。

2. 谈话法谈话法是使用谈话、回答的方式，由教师提出问题，启发学生认真思考的基础上给出回答，从而使学生获得知识的一种教学方法。

3. 讲练结合法这是一种通过教师的讲、学生的练、讲讲练练、边讲边练、讲练结合的教学方法。

4. 自学辅导法

5. 发现法

6. 小组教学法

7. 探究性数学教学

8. 情境教学法

【考点56】小学数学思想方法

数学思想方法主要有符号化思想、化归思想、类比思想、归纳思想、分类思想、方程思想、集合思想、函数思想、一一对应思想、模型思想、数形结合思想、演绎推理思想、变换思想、统计与概率思想等等。

【考点57】中学数学思想方法

中学数学基本思想是指：渗透在中学数学知识与方法中具有普遍而强有力适应性的本质思想。主要归纳为以下几个方面内容：符号思想、集合思想、数形结合思想、函数与方程思想、转化与化归思想、分类与整合思想、特殊与一般思想、有限与无限思想、或然与必然思想、归纳思想、类比思想、演绎思想、模型思想等。

【考点58】教学设计的教学目标内容

教学目标的内容教学目标是设计教学过程的依据，是课堂教学的总的指导思想，是上课的出发点，也是进行课堂教学的最终归宿。

1. 知识与技能目标：即要使学生掌握哪些知识、形成什么样的技能技巧、达到什么样的熟练程度等。

2. 过程与方法目标：如何引导学生经历由不会到会，由不熟练到熟练的学习过程，并在这一过程中让学生学习与掌握哪些数学思想与方法，培养学生哪些能力等。

3. 情感、态度与价值观目标：通过这些知识的教学，对学生进行哪些思想教育，培养哪些良好的道德品质，学生会形成什么样的健康情感，会增强什么样的良好态度，会产生什么样的正确价值观。