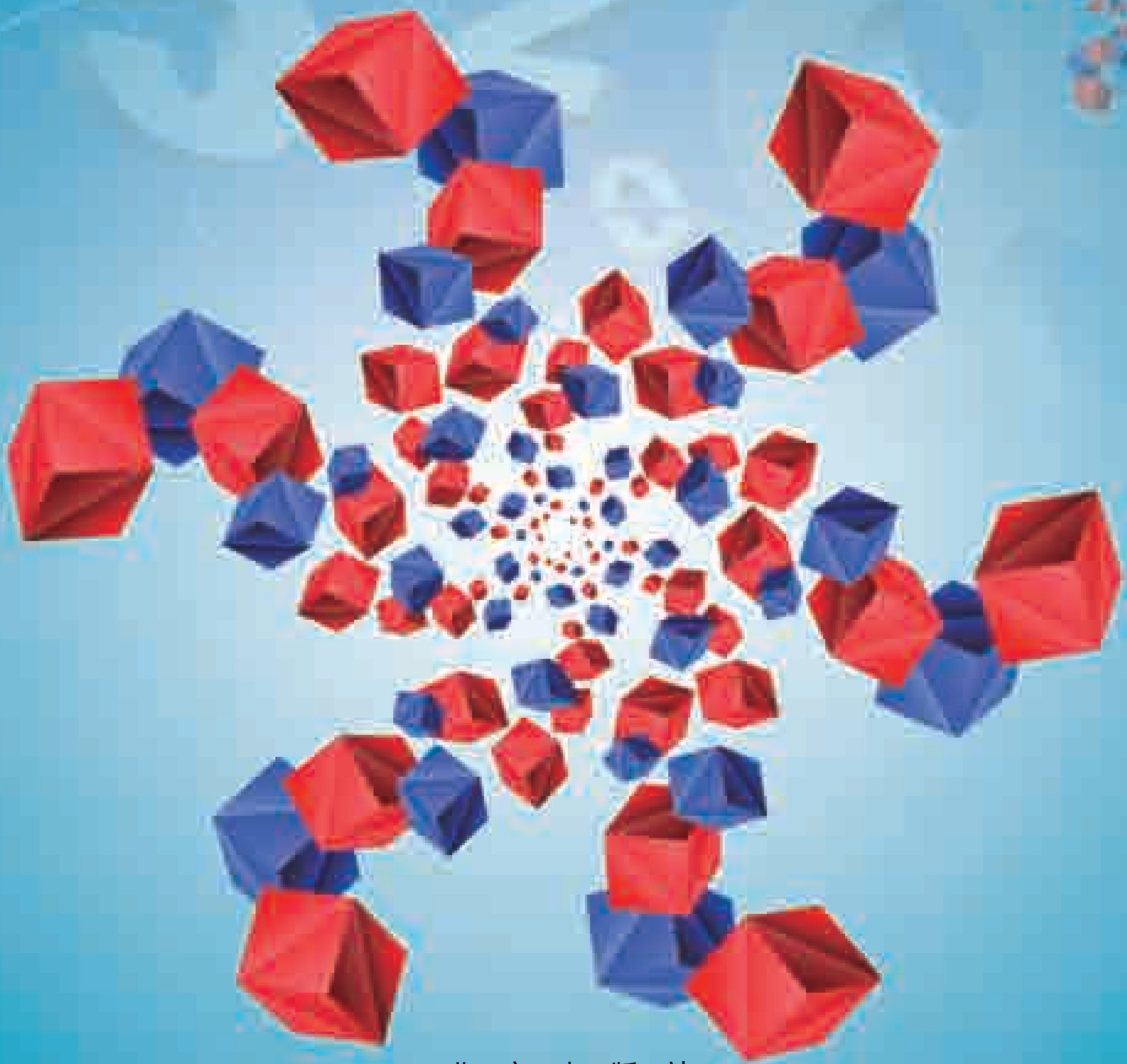
教育部审定
2013

义务教育教科书

数学

SHUXUE

七年级 上册



北京出版社

教育部审定 2013

义务教育教科书

数学

SHUXUE

七年级　上册

北京教育科学研究院　编

北京出版社

前　言

亲爱的同学们：

欢迎你们使用本套义务教育教科书！

数学是研究数量关系和空间形式的科学，是人类文化的重要组成部分。通过本套教科书，能够获得良好的数学教育，在数学上得到不同程度的发展。

栏目说明

思考

思考是数学发展的前提，不要放弃任何一个独立思考的机会，甚至在别人已经说出答案而你还没有找到例子或思路的时候也不要放弃。

交流

将你的思路和方法记录下来，有条理地向其他同学或老师表达，耐心倾听他们的意见，调整自己的思路或方法。

探索

严谨观察、细致分析、大胆猜想、细心验证、不断反思，直到找到满意的结论，体会数学探索的艰辛与乐趣。

实践

学好数学不仅要勤于动脑，也要勤于动手。动手画图、计算、列式、填表，将实际问题转化为数学问题，用数学的方法解决问题。

问题解决

你将遇到富有趣味性、挑战性的数学问题。这些问题需要你在理解的基础上，运用所学的数学知识和方法，寻求解决问题的思路和线索，猜想与验证结论，并将解决问题的整个过程有条理地记录下来，和同学们分享。

探究学习

你将面对一个新的情境，需要你发现和提出问题，独立思考，通过归纳、概括、类比、证明，得到新的猜想或规律，或者得到一个崭新的方法。

阅读理解

你将会发现数学发展的悠久历史，体验数学家探索数学的艰辛与快乐，感受数学对其他学科的巨大贡献。数学是人类文化的重要组成部分。

综合与实践

数学既能锤炼思维又具有广泛应用的事实将在这里得到充分的体现。你将尝试综合运用所学的数学概念、原理、方法和思想去解释和解决实际生活中的问题与现象，经历制定方案、调查研究、收集数据、整理数据、分析数据、做出判断、发现规律等过程，感受到数学的魅力。

希望这套数学教科书能够陪伴你度过一个充满智慧、乐趣的初中！

编者　2012 年 10 月

目　录

第一章
有理数

同学们在小学了解了负数的意义，那么与负数有关的加、减、乘、除运算应该如何进行呢？

纳米技术在现代科技各领域有广泛的应用，已知 1 米 = 1 000 000 000 纳米，那么如何简洁地表示 1 000 000 000 呢？

这些都是学习本章时要解决的问题．

一、对有理数的认识

1.1 负数的引入

在数学课中我们曾经学习了自然数（如 0，1，2，3，…）和分数（如 $\frac{3}{5}$，$\frac{11}{23}$，$\frac{7}{4}$，…），我们还学习了小数（如 2.84，0.333…，0.056，…），而且我们知道，小数只是分数的另一种形式 .

交流

1. 你能举出生活中"用自然数或分数来表示量的多少"的例子吗?

2. 你了解"光年"和"纳米"的意义吗? 请设法查阅资料，了解这两个词的意义，说说 1 光年和 1 纳米的大小 .

实际上，在生活中这些类型的数还是不够用，我们还需要学习其他的数 .

交流

1. 在我们的身边，你见到过"负数"吗? 在哪里见到过?

2. 你怎样理解"负数"的意义? 在什么情况下要用"负数"?

在足球比赛中，某足球队的净胜球数是"－ 3"（读作"负 3"）；龙庆峡冰雪节时，某天的气温是"－ 12 ℃"；某精密仪器上的钛金属零件的误差一定要控制在"± 0.02 mm"（也就是 + 0.02 mm 和 － 0.02 mm）以内……可见，像"－ 3"，"－ 12"，"－ 0.02"，…这样的"负数"已经在我们的生活中被广泛地应用了 .

实际上，“负数”也是用来表示一类量的多少的．这类量都有这样的共同特征：一定存在着和它们意义相反的量．例如：“净胜球数是 -3”，表示的是“输了 3 个球”．在这里，“负数”描述的是“输球数”的多少，而“输球数”是和“赢球数”意义相反的量．

1. “-12 ℃”、“-0.02 mm”也有类似的情况吗？怎样说明它们的意义？

2. 请举出你所了解的其他的例子来说明这种情况．

思考

我们知道，表示具有相反意义的量的多少时，其中一种量可以用原来学过的除 0 以外的自然数和分数来表示，现在我们称它们为正整数和正分数，统称**正数**．这时，为了进一步强调它们是正数，还可以在它们的前面加上一个正号“+”，如 $+1$，$+3$，$+76$，$+3.56$，$+0.08$，$+\frac{3}{5}$，$+\frac{13}{7}$，…．和它们意义相反的量就用“负数”来表示，这时，在除 0 以外的自然数和分数的前面加上一个负号“－”，得到的数就叫做**负数**，如 -2，-7，-4.76，-0.045，$-\frac{5}{9}$，$-\frac{37}{6}$，…．除此以外，我们还规定，“0”既不是正数，也不是负数．

应当注意，正数的“+”可以写，也可以不写．例如，5，23，0.59，0.003 4，$\frac{3}{4}$，$\frac{73}{8}$，…都是正数．

思考

我们原来认为，“0”表示的是“没有”．在我们引入了“负数”以后，它是否又有了新的意义？这种新的意义是什么？

当仓库中最后一台洗衣机运出后，仓库中洗衣机的库存量记作“0”，

这时，它表示“没有”. 但是当我们说“气温达到 0 ℃时，水将结成冰”，却决不意味着那时“没有温度”，只是说那时的温度恰好处于“正”、“负”之间. 这说明，在引入了负数以后，“0”还表示“+”与“-”之间的分界点.

你能举出其他的用“0”表示正负之间的分界点的例子吗?

这样，我们对数的认识发展了，知道的数的范围也扩大了.

交流

1. 你学习过哪些数，这些数可以怎样分类?
2. 各类数之间有怎样的包含关系?

事实上，我们知道的数可以分为整数(包括正整数、零和负整数)和分数(包括正分数和负分数)两大类. 整数和分数合并在一起，统称为**有理数**. 下面介绍一种有理数的分类方法：

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

其他的分类方法有：____________________.

练习

1. 下列各数哪些是正数，哪些是负数?

7，$-\frac{2}{3}$，3.14，0，-25，-0.003，$+400$，$\frac{9}{2}$，-0.75，-8.

2. (1) 当 A 地高于海平面 152 米时，记作“海拔 +152 米”，那么 B 地低于海平面 23 米时，怎样记录它的海拔?

   (2) 当升降机运行时，如果下降 13 米记作“-13 米”，那么当它上升了 25 米时，怎样记录?

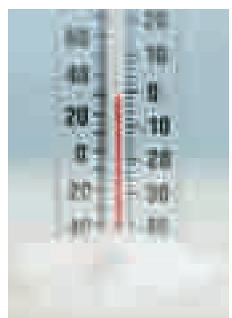
3. 一台铣床加工 10 个零件，检测时，发现有 3 个超出设计尺寸（称为“正误差”），超出的尺寸分别为 0.010 毫米、0.014 毫米和 0.009 毫米；有 2 个比设计尺寸小（称为“负误差”），不足的尺寸分别为 0.008 毫米和 0.011 毫米．请用有理数分别记录这些产品的误差值．

1.2 用数轴上的点表示有理数

思考

在生活中，你见到过用刻在一条笔直物件上的刻度来“表示某种量的多少”的用具吗？你都能举出哪些用具？

事实上，我们使用的各种直尺上的刻度就表示了零和一些正数；温度计上的刻度表示的就不仅是零和一些正数，还表示了一些负数．



这说明，直线上的一些点可以和各有理数对应起来，所有的有理数都可以用一条直线上的点来表示．这就是说，我们可以用直线上的点来表示所有的有理数．

实践

用纸、笔和刻度尺完成下面的操作：

（1）画一条水平的直线，再在直线的右端画一个指向右方的箭头，我们规定，它所指的方向为正方向．

（2）在这条直线上确定一个点，这个点叫做原点，并用原点表示数字 0.

（3）选择一个适当的长度作为单位长度，从原点开始，在直线上原点的两侧，连续截取和单位长度相等的线段，可以得到多个分点．

(4) 在原点右侧各分点下面从左向右顺次写出 1，2，3，4，…；在原点左侧各分点下面从右向左顺次写出 -1，-2，-3，-4，…. 我们就得到了如图 1－1 所示的一条直线 .

图 1－1

像这样规定了正方向、原点和单位长度的直线叫做**数轴** . 正方向、原点和单位长度是数轴缺一不可的三个要素 .

有了数轴，每一个有理数都可以在数轴上确定一个表示它的点，各有理数之间的一些关系就可以由数轴上的点的位置关系来表示，研究各有理数之间的这些关系就有了直观的形象 .

交流

1. 怎样在数轴上确定表示 3，-2，0，$\frac{1}{2}$，$-\frac{4}{5}$，7，…的点？

2. 在以厘米为单位长度的数轴上，是否有表示 1 光年、-1 纳米的点？如果有，请描述一下怎样在数轴上表示这两个数的点的位置 .

我们不仅要会在数轴上确定表示有理数的点，还应会读出数轴上的点表示的有理数 . 例如：在图 1－2 所示数轴上，A，B，C，D，E，F，G 各点表示的数分别是 $+3$，0，-2，$+5$，-7，$+\frac{3}{2}$ 和 -3.5 .

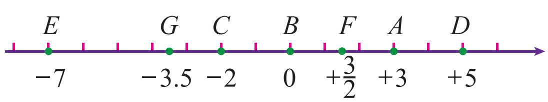
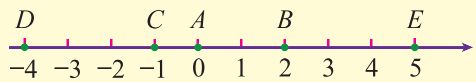


图 1－2

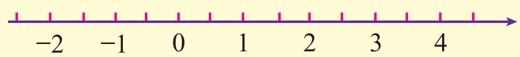
练习

1. 读出下面数轴上 A，B，C，D，E 各点表示的有理数.



（第 1 题）

2. 把和下列各有理数对应的点画在数轴上：2，-1，$\frac{3}{2}$，0，$-\frac{4}{5}$，3.5.



（第 2 题）

有了数轴以后，全体有理数都能用从左到右排列在数轴上的点表示出来．对于正数和零来说，排列在右面的点所表示的数比排列在左面的点所表示的数大．

交流

如果在引入了负数以后，仍沿用这一规则，那么负数和正数、负数和零、负数和负数的大小关系将是怎样的？

如果在引入了负数以后，仍沿用这一规则，那么负数和正数、负数和零、负数和负数的大小关系可以归纳为：

（1）任何负数小于任何正数；

（2）任何负数都小于零；

（3）在用数轴上的点表示负数时，右面的点表示的负数总比左面的点表示的负数大．

例如，表示 -3，5，0，$-\frac{3}{2}$，$\frac{7}{4}$，-1，3 的点排列在数轴上的状况如图 1－3 所示：

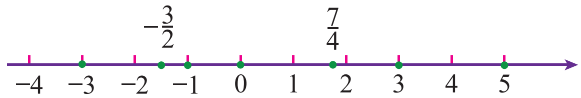
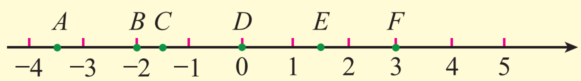


图 1－3

所以它们的大小关系是：$-3<-\frac{3}{2}<-1<0<\frac{7}{4}<3<5$.

练习

1. 读出下面数轴上点 A，B，C，D，E，F 表示的有理数，并把这些有理数按从小到大的顺序用不等号连接起来：



（第 1 题）

2. 把和下面的有理数对应的点画在数轴上，并把这些有理数按从大到小的顺序用不等号连接起来：

$$-2,\ \frac{1}{3},\ 4,\ 0,\ -\frac{4}{5},\ 1.5,\ -5,\ -\frac{5}{4}.$$

1.3 相反数和绝对值

在科研分析中，经常会用到一些标准样品．在这些样品的标签上标示有“± 0.001 g”等字样．“± 0.001”是“+ 0.001”和“− 0.001”合并在一起的简便写法．

我们说，“+ 0.001”和“− 0.001”是一对“相反数”．

我们已经知道，有理数包括正数、负数和零，而每一个负数都可以认为是由省

略了“+”的“正数”前面放上一个“−”得到的．如：+1 和 −1，+3.45 和 −3.45，$+\frac{7}{9}$ 和 $-\frac{7}{9}$，……

实践

用纸、笔和刻度尺完成下面的操作：

(1) 画出数轴；

(2) 在数轴上分别确定表示 ±1，±3，$\pm\frac{9}{2}$，±6，±10 的点；

(3) 观察这 5 对点，说一说每对点在位置上有怎样的特征．

我们可以得到数轴上的 5 对点(如图 1−4)：

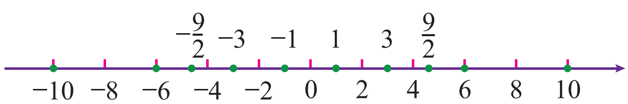


图 1−4

不难发现，其中表示 ±1 (或 ±3，$\pm\frac{9}{2}$，±6，±10) 的点分别分布在原点的两侧，而且到原点的距离相等．我们说，像这样的两个点表示的数中，一个数叫做另一个数的**相反数**，或说它们互为相反数．

例如：±1，±3，$\pm\frac{9}{2}$，±6，±10 中的每一对数都是一对相反数；我们也常说，1 和 −1，3 和 −3，$\frac{9}{2}$ 和 $-\frac{9}{2}$，6 和 −6，10 和 −10 分别互为相反数．

另外还规定，0 的相反数仍是 0. 这样，每一个有理数都有了它的相反数．

由于正数前面的“+”可以省略，所以，我们可以认为：

一个数前面放上一个“+”，得到的仍是这个数；一个数前面放上一个“−”，得到的就是它的相反数．

这样一来，就有 $+\left(-\frac{8}{5}\right)=-\frac{8}{5}$；$-(-3)=+3$.

思考

1. 你认为应当怎样化简具有多重符号的数，如 $+\left\{-\left[-\left(+8\right)\right]\right\}$？

2. 化简有多重符号的数时，怎样能够迅速确定最终所得有理数的符号？说说你的理由．

练习

1. 求下列各数的相反数：

4，6，0，$-\frac{3}{4}$，$+37$，$\frac{27}{43}$，0.001.

2. 化简下列有理数的表达式：

(1) $+(+7)$，$+(-4)$，$-(+34)$，$-(-7.8)$；

(2) $+\left\{+\left[-\left(-0.7\right)\right]\right\}$，$-\left\{-\left[+\left(-\frac{3}{4}\right)\right]\right\}$.

问题解决

1. 化简：$\underbrace{-(-(-(-\cdots(-1)\cdots)))}_{2n\text{ 个负号}}$（$n$ 是大于 0 的自然数）.

2. 化简：$\underbrace{-(-(-(-\cdots(-1)\cdots)))}_{m\text{ 个负号}}$（$m$ 是大于 0 的自然数）.

现在来看另一方面的问题．

再观察图 1－4 数轴上的 5 对相反数，每一对都是一个为正数，另一个为

负数，是不相同的两个数；在数轴上表示它们的点在原点两侧，是不相同的两个点，但是，这两个点到原点的距离却相等，这是互为相反数的两个数的共同特征．

我们把数轴上表示数 a 的点到原点的距离叫做数 a 的**绝对值**，记作 $|a|$．

例如，如图 1－5(1) 所示，数轴上表示 $+7$ 的点到原点的距离是 7 个单位长度，所以 $+7$ 的绝对值仍是 $+7$，记作

$$|+7|=+7;$$

如图 1－5(2) 所示，数轴上表示 -5 的点到原点的距离是 5 个单位长度，所以 -5 的绝对值是 $+5$，记作

$$|-5|=+5.$$

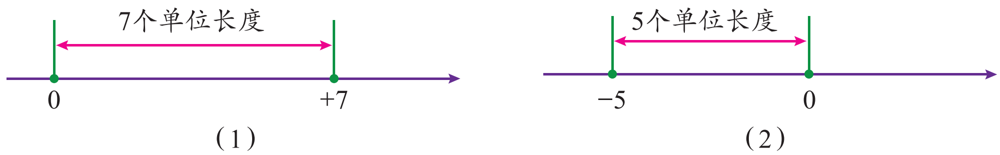


图 1－5

特殊地，我们规定，0 的绝对值仍是 0，记作

$$|0|=0.$$

交流

1. 怎样求 25，$-\frac{5}{12}$，-0.16，0，16 545，$-0.000\ 1$ 的绝对值？
2. 我们怎样用语言来叙述求一个有理数的绝对值的法则？

由于有理数分为正数、负数和零三类，所以可以分三类不同的情况来叙述这个法则：

有理数绝对值的求法

- 正数的绝对值是它自身；
- 负数的绝对值是它的相反数；
- 0 的绝对值仍是 0．

也就是：

当 a 是正数时，$|a|=a$；

当 a 是负数时，$|a|=-a$；

当 a 是 0 时，$|a|=0$.

练习

1. 求下列各有理数的绝对值：

   $+3$，-9，$-1\,250$，$+\frac{34}{51}$，$+0.000\,456$，$-\frac{7}{15}$，0.

2. 一个负数的绝对值可能小于零吗？为什么？
3. “一个有理数的绝对值一定是正数”，这个说法正确吗？为什么？

学习了有理数的绝对值以后，我们可以说，“绝对值相同，但符号相反的两个数互为相反数”.

在实际生活中，是否存在只需考虑数的绝对值而暂时不考虑它的符号的例子？如果有，请举出这样的例子.

思考

例 1 计算：

(1) $|+5|-|-3.4|-|0|+|-1.9|$；

(2) $\left|-\frac{2}{3}\right|+\left|+\frac{5}{6}\right|-\left|-\frac{3}{2}\right|$.

解：（1）$|+5|-|-3.4|-|0|+|-1.9|$

$=5-3.4-0+1.9$

$=1.6+1.9$

$=3.5$；

（2）$\left|-\frac{2}{3}\right|+\left|+\frac{5}{6}\right|-\left|-\frac{3}{2}\right|$

$=\frac{2}{3}+\frac{5}{6}-\frac{3}{2}$

$=0.$

例 2 求出绝对值分别是 12，$\frac{4}{7}$，0 的有理数 .

解： 因为$|+12|=|-12|=12$，所以绝对值是 12 的有理数是 $+12$ 或 -12；因为$\left|+\frac{4}{7}\right|=\left|-\frac{4}{7}\right|=\frac{4}{7}$，所以绝对值是$\frac{4}{7}$的有理数是$+\frac{4}{7}$或$-\frac{4}{7}$；因为只有 0 的绝对值是 0，所以绝对值是 0 的有理数只有 0.

思考

1. “一个数的绝对值越小，数轴上表示它的点离原点越近”，这个说法正确吗？为什么？

2. 是否能根据比较两个有理数的绝对值的大小，来比较两个负数的大小？

根据“一个负数的绝对值越小，数轴上表示它的点离原点越近”和“数轴上表示两个负数的点，右边的点表示的数总比左边的点表示的数大”，可以推想出：“两个负数中，绝对值较大的数反而小” . 所以可以通过比较它们的绝对值的大小来比较这两个负数的大小 .

例 3 比较$-\frac{22}{7}$和 $-\pi$ 的大小 .

解： 因为 $\left|-\frac{22}{7}\right|\approx 3.142\,9$，

$$|-\pi| = 3.141\ 5\cdots,$$

又因为 $\left|-\frac{22}{7}\right| > |-\pi|$，

所以 $-\frac{22}{7} < -\pi$.

练习

1. 计算：

(1) $|-7| + |+16| - |-22| + |0|$；　　(2) $\left|-\frac{1}{2}\right| - \left|+\frac{1}{3}\right| - \left|-\frac{1}{6}\right|$.

2. 比较下列每组数的大小：

(1) $+8$ 和 $+7$ ；　　(2) -3 和 -4 ；

(3) $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{4}$ ；　　(4) $-\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{3}{4}$ ；

(5) $-1\ 000$ 和 -0.01 ；　　(6) $-\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{2}{5}$.

习　题　1-1

★基础★

1. 北京 2 月份某一天的最高温度是零上 4 ℃，最低温度是零下 7 ℃，用正数和负数表示这两个温度 .
2. 水库水位上升 0.12 m 记作 +0.12 m，下降 0.23 m 记作什么？
3. 以海平面为基准，高于海平面为正．用正数或负数表示下面列出的量的多少：

(1) 珠穆朗玛峰高出海平面 8 848.86 m ；

(2) 亚洲西部地中海旁有一个“死海”，它的湖面低于海平面 392 m.

4. 粮库某月前 5 天进出粮食的记录如下：

日　期	1	2	3	4	5
进出粮食 / 吨	−32	+84	−26	−56	+68

其中以运进为正，说出各天记录的实际意义．

5. 在下列各数中哪些是正数？哪些是负数？有没有既不是负数，也不是正数的数？

-28，0.016，$+\frac{7}{8}$，$-\frac{11}{12}$，$\frac{2}{3}$，0，-0.072，-284，$1\,290$，1.

6. 把下列各数填在相应的大括号里：

-0.1，-9，$\frac{5}{12}$，0，$+16.71$，$+1$，$-\frac{17}{3}$，4，-26，$1\,082$，-3.8.

正整数：{　　　　　　　　　　　　　　}；　负分数：{　　　　　　　　　　　　　　}；
整　数：{　　　　　　　　　　　　　　}；　负　数：{　　　　　　　　　　　　　　}.

7. 判断数的属性，在适当的空格里打“√”．

	自然数	整　数	分　数	正　数	负　数	有理数
5	√	√		√		√
$\frac{1}{3}$						
$-\frac{11}{2}$						
−7.1						
−9						
0						
3.141 59						

8. 回答下列问题：

(1) 数轴上会不会有两个不同的点表示的却是同一个数？

(2) 数轴上会不会有一点表示两个不同的数？

9. 把表示 3 和 −3 的点画在数轴上，指出这两个点到原点的距离是多少．再画出表示 $-3\frac{1}{2}$ 的点，然后回答表示 −3 和 $-3\frac{1}{2}$ 的两个点中哪一个在右边，哪一个离原点较远．

10. 在数轴上距离原点 $4\frac{1}{3}$ 个单位长度的点表示的数有几个？它们表示的数是什么？

11. 比较下列每对数的大小：

(1) $\frac{5}{4}$ 和 $\frac{4}{3}$；

(2) -8 和 -6；

(3) -1 和 1；

(4) 1 和 $-1\,000$；

(5) -3.14 和 -3.142；

(6) $-\frac{4}{5}$ 和 $+\frac{3}{4}$；

(7) 0.72 和 $-\frac{5}{8}$；

(8) $-\frac{5}{4}$ 和 $-\frac{3}{4}$；

(9) -1.8 和 -2.01；

(10) $-\frac{3}{11}$ 和 0.273.

12. 在 -12，$-\frac{1}{2}$，-0.2，-3.14，0，-10 中，最大的数是什么？最小的数是什么？

13. 下表是我国几个城市某年 1 月份的平均气温，把它们按从高到低的顺序排列起来 .

城　市	北　京	广　州	重　庆	哈尔滨
气温 /℃	-5.2	14.2	3.1	-20.4

14. 化简下列各数：

(1) $-(-18)$；

(2) $-(+20)$；

(3) $+(+32)$；

(4) $-\left(-\frac{10}{3}\right)$；

(5) $+(-7.08)$；

(6) $-\left(+\frac{2}{5}\right)$.

15. 下列各对数中，哪些数相等？哪些数互为相反数？

(1) $+(-4)$ 和 $-(+4)$；

(2) $-(-4)$ 和 -4；

(3) $+(-4)$ 和 $+4$；

(4) $-(+4)$ 和 $-(-4)$；

(5) $+(+4)$ 和 $-(-4)$.

16. 在数轴上画出表示下列各数的点，并分别用绝对值符号表示，再求出它们的绝对值：

$$-4,\ -1\frac{1}{2},\ 0,\ +2,\ 3\frac{1}{4}.$$

★★ 提升 ★★

1. 判断题：

(1) $|-6| = |+6|$；（　　）

(2) 符号相反而绝对值相等的两个数互为相反数；（　　）

(3) 当 a 是有理数时，总有 $|a|>0$； ( )

(4) $|-1\ 000|>0$； ( )

(5) 负数的绝对值都是正数； ( )

(6) 有理数的绝对值一定不是负数. ( )

2. 回答下列问题，并说明理由：

(1) 绝对值是 $\frac{2}{3}$ 的数有几个？是什么？

(2) 绝对值是 0 的数有几个？是什么？

(3) 有没有绝对值是 -3.5 的数？

3. 计算：

(1) $|-64|+|-28|+|+27|$；

(2) $|-16|+|-24|-|-30|$；

(3) $|-0.8|-\left|-\frac{2}{15}\right|$；

(4) $\left|-\frac{11}{4}\right|\times\left|-\frac{2}{15}\right|$.

4. 用 “>”、“=” 或 “<” 填空：

(1) $|0.32|$___$|-0.32|$；

(2) $\left|-\frac{2}{7}\right|$___$\left|\frac{1}{6}\right|$；

(3) $|0.02|$___$|-0.000\ 2|$；

(4) $|-5|$___$|5|$.

5. 写出比 -3.5 大，且比 $+7.5$ 小的所有整数，并用 “<” 将它们与这两个数连接起来.

二 有理数的四则运算

1.4 有理数的加法

交流

联系生活中的事例，你认为应当怎样做下面的加法运算才算合理？计算的结果应是什么数？

(1) 怎样求同号的两个有理数的和？

① $(+5)+(+3)=?$ ② $(-5)+(-3)=?$

(2) 怎样求互为相反数的两个有理数的和？

③ $(+5)+(-5)=?$　　　　④ $(-3)+(+3)=?$

(3) 除相反数外，怎样求符号相反的两个有理数的和？

⑤ $(+5)+(-3)=?$　　　　⑥ $(-5)+(+3)=?$

(4) 怎样求 0 和任意一个有理数的和？

⑦ $0+(+7)=?$　　　　⑧ $(-4)+0=?$

比如，在生活中有这样的例子：某公司把收入金额记为正数，支出金额记为负数，那么连续收入 5 万元和 3 万元的总和应是收入 8 万元；连续支出 5 万元和 3 万元的总和应是支出 8 万元．由此可知，上面①、②两式的计算结果应为：

$$(+5)+(+3)=+8,$$
$$(-5)+(-3)=-8.$$

再如，把电梯上升的楼层数记为正数，下降的楼层数记为负数，那么，电梯先上升 5 层，再下降 5 层，结果它停止在原位；电梯先下降 3 层，再上升 3 层，它也停在原位．由此可知，上面③、④两式的计算结果应为：

$$(+5)+(-5)=0,$$
$$(-3)+(+3)=0.$$

同学们还可以举出很多其他方面的例子，来说明⑤、⑥、⑦、⑧的算法，并得到下面的结果：

$$(+5)+(-3)=+2,\qquad (-5)+(+3)=-2,$$
$$0+(+7)=+7,\qquad (-4)+0=-4.$$

1. 你能举出更多的例子来说明两个有理数应当怎样相加吗？

2. 两个有理数相加可以分为几种不同的情况？你能归纳出有理数相加的法则吗？

思考

通过以上讨论，我们可以归纳出下面的有理数加法法则：

有理数加法法则

- 同号的两个数相加，符号不变，并把两个加数的绝对值相加；
- 异号的两个数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值，互为相反数的两个数的和为 0；
- 0 和任何一个有理数相加，仍得这个有理数 .

例 1 计算：

(1) $(+26)+(+67)$；　　(2) $(-2.3)+(+7.8)$；

(3) $\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)$；　　(4) $\left(+\frac{5}{6}\right)+(-1.375)$；

(5) $(-0.673)+0$；　　(6) $0+\left(+\frac{7}{11}\right)$.

你认为，应先确定和的符号，还是先计算和的绝对值?

解： (1) $(+26)+(+67)=+(26+67)=+93$；

(2) $(-2.3)+(+7.8)=+(7.8-2.3)=+5.5$；

(3) $\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{4}$；

(4) $\left(+\frac{5}{6}\right)+(-1.375)=-\left(\frac{11}{8}-\frac{5}{6}\right)=-\frac{13}{24}$；

(5) $(-0.673)+0=-0.673$；

(6) $0+\left(+\frac{7}{11}\right)=+\frac{7}{11}$.

例 2 计算：

(1) $(-12)+(-4.5)+(+10.7)$；

(2) $\left(-\frac{5}{6}\right)+(+5)+\left(-\frac{2}{3}\right)$.

解： (1) $(-12)+(-4.5)+(+10.7)$

$=(-16.5)+(+10.7)$

$=-5.8$；

$$(2)\left(-\frac{5}{6}\right)+(+5)+\left(-\frac{2}{3}\right)$$
$$=\left(+\frac{25}{6}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)$$
$$=\left(+\frac{25}{6}\right)+\left(-\frac{4}{6}\right)$$
$$=+\frac{7}{2}.$$

例 3 利用计算器计算：

(1) $-26.15+(+13.12)+(-128.79)$；

(2) $\frac{15}{4}+\left(-\frac{7}{6}\right)+\left(-\frac{22}{3}\right)$.

解：(1)

	具体操作	结　果
A 型计算器	(−) 26.15 + 13.12 + (−) 128.79	−141.82
B 型计算器	(−) 26.15 + 13.12 + (−) 128.79 =	

(2)

	具体操作	结　果
A 型计算器	15 4 + (−) 7 6 + (−) 22 3	$-\frac{19}{4}$
B 型计算器	15 4 + (−) 7 6 + (−) 22 3 =	

练习

1. 计算（说出应用法则的过程）：

(1) $(+5)+(+8)$；　　(2) $(-2)+(-9)$；

(3) $(+7)+(-7)$；　　(4) $0+(-1.5)$；

(5) $(-17)+(+19)$；　　(6) $(+23)+(-34)$；

(7) $(-110)+0$；　　(8) $(-2.5)+\left(+\frac{5}{2}\right)$.

2. 计算（表示出应用法则的过程）：

(1) $(-3.5)+(+4.1)$；　　(2) $\left(-\frac{7}{5}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)$；

(3) $\left(-\frac{17}{32}\right)+\left(+\frac{5}{32}\right)$；　　(4) $\left(+\frac{23}{8}\right)+\left(-\frac{13}{4}\right)$.

3. 计算：

(1) $(+16)+(+8)$；　　(2) $\left(+\frac{13}{4}\right)+\left(-\frac{21}{4}\right)$；

(3) $(-21)+(-53)$；　　(4) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)$；

(5) $0+\left(-\frac{11}{23}\right)$；　　(6) $(-7.2)+(+3.2)$.

思考

1. 你认为加法交换律和结合律在有理数的加法中依然成立吗？请举出一些例子来验证（可以利用计算器）.

2. 交换律和结合律在有理数加法运算中能起什么作用？

加法交换律和结合律在有理数加法运算中依然成立：

加法交换律

$a+b=b+a$；

加法结合律

$(a+b)+c=a+(b+c)$.

例 4 运用加法交换律和结合律做简便运算.

(1) $(-23)+(+39)+(-83)+(+11)$;

(2) $(-41)+(+33)+(+41)+(-33)$;

(3) $\left(+\frac{13}{5}\right)+\left(+\frac{3}{7}\right)+\left(-\frac{8}{5}\right)+\left(-\frac{19}{7}\right)$.

同号的数先相加.

解: (1) $(-23)+(+39)+(-83)+(+11)$

$=[(-23)+(-83)]+[(+39)+(+11)]$

$=(-106)+(+50)$

$=-56$;

相反数先相加.

(2) $(-41)+(+33)+(+41)+(-33)$

$=[(-41)+(+41)]+[(-33)+(+33)]$

$=0$;

同分母的数先相加.

(3) $\left(+\frac{13}{5}\right)+\left(+\frac{3}{7}\right)+\left(-\frac{8}{5}\right)+\left(-\frac{19}{7}\right)$

$=\left[\left(+\frac{13}{5}\right)+\left(-\frac{8}{5}\right)\right]+\left[\left(+\frac{3}{7}\right)+\left(-\frac{19}{7}\right)\right]$

$=(+1)+\left(-\frac{16}{7}\right)$

$=-\frac{9}{7}$.

练习

计算:

(1) $(+13)+(-22)+(-18)+(+6)$;

(2) $(-0.125)+(-7.3)+\left(+\frac{1}{8}\right)+(+2.3)$;

(3) $\left(-\frac{10}{3}\right)+\left(-\frac{25}{4}\right)+\left(+\frac{11}{3}\right)+\left(+\frac{17}{4}\right)$.

问题解决

你能求出绝对值小于 2 012 的所有整数的和吗？说说你是怎样计算的．

1.5 有理数的减法

下表列出的是北京市连续四周的周最高和最低平均气温：

	第 1 周	第 2 周	第 3 周	第 4 周
最高平均气温 /℃	+6	0	+4	−2
最低平均气温 /℃	+2	−5	−2	−5
周平均温差 /℃				

实践

求每周的周平均温差时，应运用哪一种运算？你认为计算结果应是什么？请列出算式，并写出计算结果．

显然，这个问题应使用减法运算．虽然我们还不知道有理数减法运算应当怎样进行，但是根据常理，我们可以知道问题的答案分别是 4 ℃，5 ℃，6 ℃和 3 ℃．我们可以利用它来探究有理数减法究竟应当怎样进行．

我们已经知道，减法是已知被减数和减数求差的运算，是加法的逆运算．

交流

1. 让我们根据上面的问题来研究一下，是否可以用加法的知识来做求差的运算？

2. 是否能直接把减法转化为加法来求差？猜想一下，完成这个转化的法则应是什么．

3. 自己设计一些有理数的减法，用计算器检验你归纳的减法法则是否正确．

做减法运算 $(-2)-(-5)$ 就是求一个与 -5 的和是 -2 的数，也就是求等式

$$(-5)+(\quad)=-2$$

的括号中应填写的数．不难知道这个数是 $+3$，这就是说，有

$$(-5)+(+3)=-2.$$

这说明，我们可以通过把减法转化为加法来求两个有理数的差．

另一方面，我们有

$$(-2)-(-5)=+3,$$
$$(-2)+(+5)=+3,$$

也就是

$$(-2)-(-5)=(-2)+(+5)=+3,$$

其中，$(+5)$ 恰是 (-5) 的相反数，于是产生这样的猜想："减去一个数，只需

加上这个数的相反数 .”

经过验证，可知有理数减法法则是：

有理数减法法则

减去一个数，等于加上这个数的相反数 .

例 1 计算：

(1) $(-5)-(+3)$；　(2) $0-\left(-\dfrac{15}{8}\right)$；

(3) $(+3.7)-(+6.5)$；　(4) $\left(-\dfrac{9}{2}\right)-\left(-\dfrac{2}{3}\right)$.

解： (1) $(-5)-(+3)=(-5)+(-3)=-8$；

(2) $0-\left(-\dfrac{15}{8}\right)=0+\left(+\dfrac{15}{8}\right)=\dfrac{15}{8}$；

(3) $(+3.7)-(+6.5)=(+3.7)+(-6.5)=-2.8$；

(4) $\left(-\dfrac{9}{2}\right)-\left(-\dfrac{2}{3}\right)=\left(-\dfrac{9}{2}\right)+\left(+\dfrac{2}{3}\right)=-\dfrac{23}{6}$.

例 2 计算：

(1) $(-34)-(+56)-(-28)$；

(2) $(+25)-\left(-\dfrac{29}{3}\right)-\left(+\dfrac{47}{2}\right)$.

解： (1) $(-34)-(+56)-(-28)$

$=-34+(-56)+(+28)$

$=-90+(+28)$

$=-62$；

(2) $(+25)-\left(-\dfrac{29}{3}\right)-\left(+\dfrac{47}{2}\right)$

$=+25+\left(+\dfrac{29}{3}\right)+\left(-\dfrac{47}{2}\right)$

$=+25+\left(-\dfrac{83}{6}\right)$

$=\dfrac{67}{6}$.

练习

1. 计算（说出应用法则的过程）：

(1) $(-5)-(-5)$；

(2) $(-5)-(+5)$；

(3) $(+5)-(-5)$；

(4) $(+5)-(+5)$；

(5) $(+7)-0$；

(6) $0-(+7)$；

(7) $0-(-7)$；

(8) $(-7)-0$；

(9) $(+17)-(-17)$；

(10) $(-17)-(+17)$.

2. 计算（表示出应用法则的过程）：

(1) $\left(-\frac{1}{2}\right)-(+0.5)$；

(2) $(+0.6)-(+1)$；

(3) $(+5)-(-3.75)$；

(4) $(-7.25)-(-0.25)$.

3. 计算：

(1) $(-6)+(+6)-(-7)$；

(2) $\left(+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(+\frac{3}{4}\right)$；

(3) $\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(+\frac{3}{8}\right)-(-0.75)$.

1.6 有理数加减法的混合运算

1. 代数和

思考

1. 在生活中哪里会用到有理数加减法的混合运算？举出你想到的例子.

2. 既然减法可以转化为加法，那么加减法的混合运算可以怎样进行？

3. 有理数加减法的混合运算统一为加法以后，是否可能产生简洁的形式和更方便的算法？

我们来看一个加减法的混合运算

$$(-4)+(+18)-(-3)-(+13)+(-2).$$

先把它统一为加法运算，得

$$(-4)+(+18)+(+3)+(-13)+(-2).$$

由于都是加号连接，所以不妨省略“+”，使得式子更加简洁，得

$$-4+18+3-13-2. \qquad ①$$

在过去，①式被看做是有加法和减法的算式，而在代数中，我们可以理解为它是有理数的加法算式，也就是理解为“负 4，正 18，正 3，负 13 和负 2 的和”.

这样，我们把省略了加号的几个有理数的和的式子叫做这几个数的**代数和**.

于是，它的计算过程就可以写为

$(-4)+(+18)-(-3)-(+13)+(-2)$ 　统一为加法

$=(-4)+(+18)+(+3)+(-13)+(-2)$ 　写为省略加号的代数和

$=-4+18+3-13-2$ 　运用交换律调整顺序

$=-4-13-2+18+3$ 　运用结合律分别做加法

$=-19+21$

$=2.$

例 1 计算：$\left(-\frac{5}{6}\right)-\frac{7}{4}-\left(+\frac{8}{3}\right)+\frac{1}{2}+\left(-\frac{19}{12}\right)$.

分析： 观察算式的结构可以知道，算式尚未写成代数和的形式．其中 $-\frac{7}{4}$ 和 $+\frac{1}{2}$ 前面的加号已经省略，只需先把 $-\left(+\frac{8}{3}\right)$ 转化为加法，再把尚未省略的加号略去，就转化为代数和的形式了．

解： $\left(-\frac{5}{6}\right)-\frac{7}{4}-\left(+\frac{8}{3}\right)+\frac{1}{2}+\left(-\frac{19}{12}\right)$

$=\left(-\frac{5}{6}\right)-\frac{7}{4}+\left(-\frac{8}{3}\right)+\frac{1}{2}+\left(-\frac{19}{12}\right)$

$=-\frac{5}{6}-\frac{7}{4}-\frac{8}{3}+\frac{1}{2}-\frac{19}{12}$

$=-\frac{76}{12}$

$=-\frac{19}{3}.$

这个式子应看做 5 个有理数的和 .

例 2 学校餐厅购进大米 20 袋，每袋标准质量为 50 千克 . 但由于大米在装袋时有误差，运输时有亏损，所以入库时需要知道误差的数值 . 经过精确称量后每袋质量登记如下 (单位：千克)：

49.9， 49.8， 50.1， 48.8， 49.6， 50.0， 49.8， 49.3， 49.8， 50.2，
49.8， 49.8， 50.1， 49.8， 49.5， 50.0， 49.8， 49.7， 49.6， 48.7.

请你设计一种简便的方法，计算这批大米总质量的误差 .

解： 我们把多于标准质量的数量记为正数，少于标准质量的数量记为负数，得

−0.1， −0.2， +0.1， −1.2， −0.4， 0， −0.2， −0.7， −0.2， +0.2，
−0.2， −0.2， +0.1， −0.2， −0.5， 0， −0.2， −0.3， −0.4， −1.3.

再用计算器求它们的代数和，得算式

$(0.1\times2+0.2)+(-0.1-0.2\times7-0.3-0.4\times2-0.5-0.7-1.2-1.3)$

$=0.4+(-6.3)$

$=-5.9$(千克).

答：这批大米共缺少 5.9 千克 .

怎样理解这个算式?

练习

1. 把下列各算式统一为加法，再写成省略加号的代数和的形式，最后求出计算结果 .

(1) $(+5)-(-3)+(-7)-(+12)$；　　(2) $\frac{7}{3}+\left(-\frac{5}{2}\right)-\left(-\frac{23}{6}\right)$.

2. 观察下列算式，作为代数和，哪些加数的加号已被省略了？把其他各减法统一为加法，再写成省略加号的代数和的形式，最后求出计算结果．

(1) $(+5)-7-(-4)+(-5)+10$；

(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)-\frac{7}{4}+(-3)$.

3. 计算：$-\frac{1}{2}-\frac{26}{5}-1+\frac{16}{5}-4.5+\frac{7}{3}$．

2. 去括号和添括号

有些加减法混合运算的算式中是含有括号的，我们来研究这类算式的各种算法．例如下面的算式：

$$\frac{1}{3}-\left(\frac{6}{7}-\frac{8}{3}\right).$$

1. 观察这个算式，如果按照运算顺序的规定，应当怎样计算？

2. 我们发现，括号内的一个加数 $-\frac{8}{3}$ 和括号外的 $\frac{1}{3}$ 是同分母的分数，如果对它们先做计算，就能使运算简便．那么，怎样才能对它们先做计算呢？这种做法的依据是什么？

思考

要想实现 $-\frac{8}{3}$ 和 $\frac{1}{3}$ 先做计算，就必须去掉算式中的括号，然后再根据加法的交换律和结合律进行．我们已经知道，“某数减去若干个数的和，可以逐个减去各个加数”，按照这个法则，就有

$$\begin{aligned}&\frac{1}{3}-\left(\frac{6}{7}-\frac{8}{3}\right)\\=&\frac{1}{3}-\left(+\frac{6}{7}\right)-\left(-\frac{8}{3}\right)\\=&\frac{1}{3}-\frac{6}{7}+\frac{8}{3}\\=&\frac{1}{3}+\frac{8}{3}-\frac{6}{7}\\=&3-\frac{6}{7}\\=&\frac{15}{7}.\end{aligned}$$

可见，在某些时候，如果能把算式中的括号去掉，就能使运算简便．

交流

1. 形如 $m-(a+b-c)$ 的算式可以选择几种不同的算法？

2. 如果我们选择先去掉括号的算法，你能从上面的研究中概括出“去掉前面带有减号（或负号）的括号”的法则吗？

3. 与此类似，对于形如 $m+(a+b-c)$ 的算式，如果我们选择先去掉括号的算法，那么你能概括出“去掉前面带有加号（或正号）的括号”的法则吗？

由于存在加法结合律，所以“去掉前面带有加号的括号”可以任意地进行．而“去掉前面带有减号的括号”以后，进行的是减法运算．根据减法的运算法则“减去一个数等于加上这个数的相反数”，可以概括出去括号的法则．

去括号法则

- 当括号前面是“+”时，去掉括号和它前面的“+”，括号内各数的符号都不改变；
- 当括号前面是“−”时，去掉括号和它前面的“−”，括号内各数的符号都要改变．

于是

把括号连同它前面的符号一起去掉!

$$m\ \boxed{+(}\ a+b-c\ \boxed{)}=m+a+b-c\ ;$$

想一想，这里的“+”是怎样得到的.

$$m\ \boxed{-(}\ a+b-c\ \boxed{)}=m-a-b+c.$$

想一想，这里的“-”是怎样得到的.

例 3 计算:

(1) $2+\frac{3}{4}+\left(-\frac{3}{8}-4+\frac{1}{4}\right)$;

(2) $\frac{39}{7}-\left(\frac{11}{7}-\frac{3}{5}-\frac{22}{5}\right)$.

解: (1) $2+\frac{3}{4}+\left(-\frac{3}{8}-4+\frac{1}{4}\right)$

$$=2+\frac{3}{4}-\frac{3}{8}-4+\frac{1}{4}$$

$$=2+\frac{3}{4}+\frac{1}{4}-4-\frac{3}{8}$$

$$=-1-\frac{3}{8}$$

$$=-\frac{11}{8}\ ;$$

(2) $\frac{39}{7}-\left(\frac{11}{7}-\frac{3}{5}-\frac{22}{5}\right)$

$$=\frac{39}{7}-\frac{11}{7}+\frac{3}{5}+\frac{22}{5}$$

$= 4 + 5$

$= 9.$

例 4 简便地计算：$-\frac{5}{4}+\left[\frac{7}{3}-\left(-\frac{1}{4}+\frac{5}{3}\right)\right]$.

先去小括号，还是先去中括号？

解： $-\frac{5}{4}+\left[\frac{7}{3}-\left(-\frac{1}{4}+\frac{5}{3}\right)\right]$

$= -\frac{5}{4}+\left(\frac{7}{3}+\frac{1}{4}-\frac{5}{3}\right)$

$= -\frac{5}{4}+\frac{7}{3}+\frac{1}{4}-\frac{5}{3}$

$= -1+\frac{2}{3}$

$= -\frac{1}{3}.$

练习

先去掉算式中的括号，再做计算：

(1) $26.5+(34.2-65.4+73.5)-58.6$；

(2) $598-(-269+119-402)$；

(3) $\frac{17}{6}+\left(-\frac{7}{6}+2+\frac{3}{2}\right)$；

(4) $\frac{18}{7}-\left(0.6-\frac{3}{7}-1\right)$.

下面我们再来研究添括号法则 .

交流

1. “添括号”和“去括号”是不是方向相反的变形？

2. 如果我们把一个算式先实施了“添括号”的步骤以后，再实施“去括号”的步骤，那么这个算式是不是应该恢复为原来的样子？

3. “添括号”应有怎样的法则呢？

添括号法则是：

添括号法则

- 添上前面带有“+”的括号时，括号内各数的符号都不改变；
- 添上前面带有“−”的括号时，括号内各数的符号都要改变．

于是

想一想，添括号后怎样处理字母 a 的符号.

$$m+a+b-c=m\ \boxed{+(}\,a+b-c\,\boxed{)}\ ;$$

$$m-a-b+c=m\ \boxed{-(}\,a+b-c\,\boxed{)}\ .$$

例 5 把下列算式分别放入前面带有“+”和带有“−”的括号内：

(1) $3+\dfrac{27}{7}-\dfrac{5}{2}$；　　(2) $-\dfrac{37}{8}+\dfrac{8}{5}-8+\dfrac{6}{7}$．

解：(1) 放入前面带有“+”的括号内，得

$$+\left(3+\frac{27}{7}-\frac{5}{2}\right).$$

放入前面带有“−”的括号内，得

$$-\left(-3-\frac{27}{7}+\frac{5}{2}\right).$$

(2) 放入前面带有“+”的括号内，得

$$+\left(-\frac{37}{8}+\frac{8}{5}-8+\frac{6}{7}\right).$$

放入前面带有“−”的括号内，得

$$-\left(\frac{37}{8}-\frac{8}{5}+8-\frac{6}{7}\right).$$

例 6 把下面算式中的后三个数放入前面带有“+”的括号内，再把算式中的后四个数放入前面带有“−”的括号内：

$$58-\frac{27}{2}+17-\frac{13}{25}-\frac{9}{13}.$$

解： 把算式中的后三个数放入前面带有“+”的括号内，得

$$58-\frac{27}{2}+\left(17-\frac{13}{25}-\frac{9}{13}\right).$$

把算式中的后四个数放入前面带有“−”的括号内，得

$$58-\left(\frac{27}{2}-17+\frac{13}{25}+\frac{9}{13}\right).$$

练习

1. 把下列算式分别放入前面带有“+”和“−”的括号内：

（1）$26-15+73$；　　（2）$-\frac{5}{13}-\frac{19}{5}+17-\frac{3}{10}$.

2. 把下面算式中的前三个数放入前面带有“+”的括号内，再把算式中的后四个数放入前面带有“−”的括号内：

$$\frac{5}{7}+2-\frac{3}{7}-\frac{5}{6}+\frac{1}{4}-\frac{1}{3}-\frac{5}{8}.$$

习　题　1－2

★基础★

1. 计算：

（1）$(+4)+(+7)$；　　（2）$(-3)+(-8)$；

（3）$(+5)+(-5)$；　　（4）$0+(-2.5)$；

（5）$(-13)+(+15)$；　　（6）$(+34)+(-45)$；

（7）$(-130)+0$；　　（8）$(-3.5)+\left(+\frac{7}{2}\right)$.

2. 计算：

(1) $(+1.5)+(+6.1)$；

(2) $\left(-\frac{5}{3}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)$；

(3) $\left(-\frac{17}{42}\right)+\left(+\frac{5}{42}\right)$；

(4) $\left(+\frac{31}{8}\right)+\left(-\frac{17}{4}\right)$；

(5) $(-6.25)+(+3.75)$；

(6) $(+4.25)+\left(-\frac{27}{4}\right)$；

(7) $\left(-\frac{5}{9}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)$；

(8) $\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(+\frac{8}{3}\right)$.

3. 计算：

(1) $(+8)+(-10)+(-2)+(+1)$；

(2) $(-5)+(+6)+(-3)+(-9)+(+4)+(+7)$；

(3) $(+0.65)+(-1.9)+(-0.1)+(+0.65)$；

(4) $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$；

(5) $\left(-\frac{10}{3}\right)+(+15.5)+\left(-\frac{50}{3}\right)+(-5.5)$.

4. 计算：

(1) $\left(+\frac{1}{16}\right)+(-3.5)+(-2.5)+\left(+\frac{15}{16}\right)$；

(2) $(+1)+\left(-\frac{21}{2}\right)+\left(-\frac{8}{3}\right)+(-9.5)$；

(3) $(+0.5)+\left(-\frac{13}{4}\right)+(-2.75)+\left(+\frac{11}{2}\right)$.

5. 计算：

(1) $8-(-15)$；

(2) $-24-(+6)$；

(3) $0-(-7)$；

(4) $\frac{7}{2}-\left(+\frac{17}{4}\right)$；

(5) $-\frac{43}{8}-\left(-\frac{17}{4}\right)$；

(6) $-8.3-0$；

(7) $8.48-(-8.45)$；

(8) $46.75-(+93.125)$.

6. 计算：

(1) $-\frac{77}{6}-\left(+\frac{15}{4}\right)-\left(-\frac{15}{2}\right)$；

(2) $43.375-(-37.5)-101.625$.

7. 计算，并用计算器验证计算结果是否正确：

(1) $(-1.8)-(+3.52)-(-2.57)+(-1.97)$；

(2) $(-4.2)+(-3.58)-\left(-\frac{57}{25}\right)+\left(-\frac{23}{50}\right)$；

(3) $-0.5+3.25-2.75-(-5.5)-0.15$.

8. 先去掉算式中的括号，再做计算：

(1) $2+\left(1+\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\right)$；　　(2) $\frac{1}{2}-\left(-2+\frac{5}{2}\right)$.

9. 把下列算式分别放入前面带有“+”和带有“−”的括号内：

(1) $\frac{5}{6}+\frac{3}{7}-\frac{1}{7}$；　　(2) $-\frac{5}{7}+\frac{3}{5}-12-\frac{5}{9}$.

10. 先去掉算式中的括号，再做计算：

(1) $26.4-[-3.67+(45.21-49.76)+8.74]$；

(2) $\frac{27}{5}-\left[\left(-2+\frac{17}{5}\right)-\left(\frac{46}{15}-\frac{18}{5}\right)\right]$.

11. 计算：

(1) $-\left|-\frac{31}{4}\right|+\left(+\frac{7}{2}\right)$；　　(2) $\left|-\frac{4}{5}\right|+\left(+\frac{1}{2}\right)$；

(3) $-|-14|+|-12|$；　　(4) $\left|-\left(-\frac{22}{7}\right)\right|+\left|-\frac{8}{21}\right|$.

12. 一天早晨的气温是 −9 ℃，中午上升了 12 ℃，半夜又下降了 7 ℃，半夜的气温是多少？

13. 一个水利勘察队，第一天沿江向上游走了 $\frac{11}{2}$ 千米，第二天继续向上游走了 $\frac{16}{3}$ 千米，第三天沿原路返回，向下游走了 $\frac{14}{3}$ 千米，第四天继续向下游走了 $\frac{11}{2}$ 千米，这时勘察队离出发点多少千米？是在出发点的上游还是下游？

14. 有 10 箱苹果的质量各不相等，为了计算简便，今以每箱 20 千克为标准，超过标准质量的数记作正数，不足的数记作负数，所做记录如下：

−3.5， 2， −0.5， −1， 1， 2.5， −2， 1.5， −1.1， −0.4.

求 10 箱苹果的总质量是多少千克 .

1.7 有理数的乘法

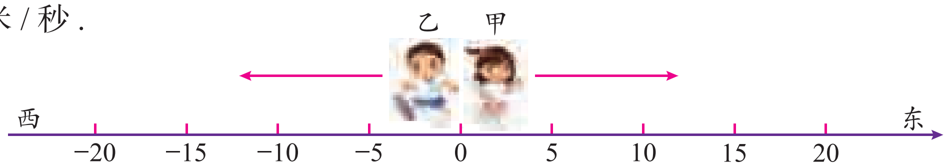
我们来研究怎样做有理数的乘法 .

交流

公园中有一条东西向的道路，甲、乙两名同学在该道路上锻炼．他们同时从同一起点出发，甲同学以每秒 5 米的速度向东行进，乙同学以每秒 5 米的速度向西行进．那么，4 秒后甲、乙两名同学分别在什么位置？

按照上面的叙述，列出的算式是什么？计算的结果应是什么？

向东和向西行进的速度都是具有方向的量．如果我们规定：向东为正，向西为负，那么甲同学的速度可以记作 $+5$ 米 / 秒，乙同学的速度可以记作 -5 米 / 秒．



4 秒后甲同学应在起点东侧 20 米处，用算式表示为

$$(+5)\times(+4)=+20.$$

4 秒后乙同学应在起点西侧 20 米处，用算式表示为

$$(-5)\times(+4)=-20.$$

实践

猜想下列两组算式的计算结果，并用计算器验证．

(1) ① $(+3)\times(-2)$；
② $(+5)\times(-4)$；
③ $(+6)\times(-7)$．

(2) ① $(-3)\times(-2)$；
② $(-5)\times(-4)$；
③ $(-6)\times(-7)$．

验证可知：

(1) ① $(+3)\times(-2)=-6$；
② $(+5)\times(-4)=-20$；
③ $(+6)\times(-7)=-42$．

(2) ① $(-3)\times(-2)=+6$；
② $(-5)\times(-4)=+20$；
③ $(-6)\times(-7)=+42$．

根据以上的事实和相应的计算结果，你能发现“积的符号”与“因数的符号”之间的关系吗？尝试用自己的话表达你发现的有理数乘法的法则．

思考

我们可以得到以下有理数乘法法则：

有理数乘法法则

- 同号两数相乘得正，异号两数相乘得负，并把绝对值相乘；
- 任何有理数和 0 相乘都得 0.

例 1 计算：

(1) $(-3)\times(+8)$；　　(2) $\left(-\frac{17}{6}\right)\times\left(+\frac{3}{4}\right)$；

(3) $(-2.3)\times\left(-\frac{8}{5}\right)$；　　(4) $\left(+\frac{12}{5}\right)\times\left(+\frac{3}{4}\right)$；

(5) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times 0$.

先确定积的符号，再计算两数绝对值的积.

解： (1) $(-3)\times(+8)=-(3\times 8)=-24$；

(2) $\left(-\frac{17}{6}\right)\times\left(+\frac{3}{4}\right)=-\left(\frac{17}{6}\times\frac{3}{4}\right)=-\frac{17}{8}$；

(3) $(-2.3)\times\left(-\frac{8}{5}\right)=+\left(\frac{23}{10}\times\frac{8}{5}\right)=+\frac{92}{25}$；

(4) $\left(+\frac{12}{5}\right)\times\left(+\frac{3}{4}\right)=+\left(\frac{12}{5}\times\frac{3}{4}\right)=+\frac{9}{5}$；

(5) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times 0=0$.

我们知道，加法交换律和结合律在有理数的加法运算中依然适用．那么，与乘法有关的运算律呢？

实践

请你举出一些有理数乘法的例子，用计算器验证乘法交换律、结合律和乘法对加法的分配律在有理数的乘法运算中仍然成立．

验证可知，乘法交换律、结合律和乘法对加法的分配律，在有理数的运算中也依然适用．

乘法交换律 $ab=ba$；

乘法结合律 $(ab)c=a(bc)$；

乘法对加法的分配律 $a(b+c)=ab+ac$.

例 2 利用运算律做较简便的计算，并用计算器验证计算结果是否正确．

(1) $(-0.36)\times\left(+\frac{11}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{11}\right)$；

(2) $\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}-\frac{1}{12}\right)\times(-24)$；

(3) $(-64)\times\left(-\frac{31}{7}\right)+(-64)\times\frac{24}{7}$．

解：(1) $(-0.36)\times\left(+\frac{11}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{11}\right)$

这里为什么先做分数运算呢?

$=(-0.36)\times\left[\left(+\frac{11}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{11}\right)\right]$

$=(-0.36)\times(-2)$

$=0.72$；

(2) $\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}-\frac{1}{12}\right)\times(-24)$

用乘法对加法的分配律去掉分母.

$=\frac{2}{3}\times(-24)-\frac{3}{4}\times(-24)-\frac{1}{12}\times(-24)$

$=-16+18+2$

$=4$；

(3) $(-64)\times\left(-\frac{31}{7}\right)+(-64)\times\frac{24}{7}$

逆用乘法对加法的分配律．

$=(-64)\times\left[\left(-\frac{31}{7}\right)+\frac{24}{7}\right]$

$=(-64)\times(-1)$

$=64$.

例 3 要制造一个棱长为 6 厘米的正方体工件，但由于有加工误差，实际测量制得的工件的长、宽、高分别为 5.99 厘米、5.97 厘米和 6.03 厘米，那么它的体积比原来设计的大了还是小了？大了或小了多少立方厘米（精确到 0.01 立方厘米）？

分析： 由于有加工误差，实际生产出的工件并不是十分精确的正方体，而可以看做长方体．用计算器计算制作出的工件的体积与原工件设计体积相差多少，再根据差的符号来判断制得的工件是大了还是小了．

解： $5.99 \times 5.97 \times 6.03 - 6 \times 6 \times 6$

$\approx 215.635 - 216$

$= -0.365$

≈ -0.37（立方厘米）.

答：制得的工件体积比原来设计的小了，体积约小了 0.37 立方厘米．

在算式中，为什么有的步骤用“=”，有的步骤用“≈”？

思考

练习

1. 计算：

(1) $(-24) \times (+5)$；　(2) $\left(-\frac{2}{7}\right) \times \left(+\frac{7}{4}\right)$；

(3) $(-10.2) \times \left(-\frac{5}{2}\right)$；　(4) $\left(-\frac{97}{12}\right) \times 0$．

2. 利用运算律做较简便的计算：

(1) $(-3.5) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{8}{7}\right)$；

(2) $\left(-\frac{1}{12} - \frac{1}{36} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6}\right) \times (-48)$；

(3) $7.307 \times (-14) + 7.307 \times (-10) + 7.307 \times (+24)$.

1.8 有理数的除法

由于除法是乘法的逆运算，也就是已知乘积和一个因数，求另一个因数的运算，那么，我们是否可以运用有理数乘法的知识，去探求有理数的除法应当怎样进行？

交流

1. 对于除法运算 $(-8)\div(+4)$，你能用乘法的知识求出商来吗？如果能，所得的商应是什么数？

2. 请你举出更多有理数除法的例子试一试，并用计算器检验你求得的结果是否正确．

3. 你能由此归纳出和有理数乘法法则类似的有理数除法法则吗？归纳出这个法则，再用计算器验证你归纳出的法则是否正确．

经过验证，我们可以得到有理数除法法则（一）：

有理数除法法则（一）

- 同号两数相除得正，异号两数相除得负，并把绝对值相除；
- 0 不能做除数，0 除以任何不为零的数都得 0.

例 1 运用有理数除法法则（一）做下列除法：

(1) $(+28)\div(-7)$；　　(2) $\left(+\frac{5}{12}\right)\div\left(-\frac{15}{4}\right)$；

(3) $(-0.24)\div\left(-\frac{4}{5}\right)$；　　(4) $0\div\left(-\frac{11}{23}\right)$.

解： (1) $(+28)\div(-7)=-(28\div 7)=-4$；

(2) $\left(+\frac{5}{12}\right)\div\left(-\frac{15}{4}\right)=-\left(\frac{5}{12}\div\frac{15}{4}\right)=-\left(\frac{5}{12}\times\frac{4}{15}\right)=-\frac{1}{9}$；

(3) $(-0.24)\div\left(-\frac{4}{5}\right)$

$=(-0.24)\div(-0.8)$

$=+(0.24\div0.8)$

$=+0.3$；

(4) $0\div\left(-\frac{11}{23}\right)=0.$

在很多情形下，我们把分数线也看做除号，于是除法的法则也可以用来处理分数中分子、分母和分数本身的符号．

例 2 化简：

(1) $\frac{-36}{4}$；　　(2) $\frac{-2}{-\frac{4}{5}}$；　　(3) $-\frac{35}{-15}$．

解：(1) $\frac{-36}{4}=-\frac{36}{4}=-9$；

(2) $\frac{-2}{-\frac{4}{5}}=+\left(2\times\frac{5}{4}\right)=+\frac{5}{2}$；

(3) $-\frac{35}{-15}=-\left(-\frac{35}{15}\right)=+\frac{7}{3}$．

1. 通过做“例 2”中的除法运算，你能概括出在不改变分数的值的条件下，分数的分子、分母的符号和分数本身的符号的变化规律吗？

2. 怎样用简洁、准确的语言叙述这个规律？

思考

这个规律可以叙述为：

分数的分子、分母和分数本身的符号中同时有两个改变时，分数的值不变．

利用这个规律，我们可以在不改变分数的值的条件下，把分数的分子、分母的符号都化为正号．

练习

1. 计算：

(1) $-36\div(-12)$；　　(2) $-9\div(+18)$；

(3) $\left(+\frac{2}{3}\right)\div\left(-\frac{5}{2}\right)$；　　(4) $-6.5\div(+1.3)$；

(5) $(-51)\div(-17)$.

2. 化简：

(1) $\frac{-24}{6}$；　　(2) $\frac{-27}{-9}$；

(3) $\frac{32}{-40}$；　　(4) $\frac{0}{-7}$.

思考

在以前学习的除法运算中，我们曾运用过"除以一个不为零的数，等于乘这个数的倒数"的法则．这个法则在有理数的除法运算中仍然可以运用吗？为什么？

前面第 41 页的例 1 说明，在运用有理数除法法则(一)的过程中，当商的符号确定以后，商的绝对值的计算就和以前学习的除法相同，也就是，仍运用了"除以一个不等于零的数，等于乘这个数的倒数"这个法则．另一方面，如果在有理数中，我们仍然规定，有理数 $a\,(a\neq0)$ 的**倒数**为 $\frac{1}{a}$，那么，根据有理数除法法则(一)，则 3，-7，$\frac{1}{5}$，$-\frac{3}{8}$，-0.25 的倒数就分别是 $\frac{1}{3}$，$-\frac{1}{7}$，5，$-\frac{8}{3}$，-4. 于是，前面的例 1 又有下面的解法：

解：(1) $(+28)\div(-7)=(+28)\times\left(-\frac{1}{7}\right)=-4$；

(2) $\left(+\frac{5}{12}\right)\div\left(-\frac{15}{4}\right)=\left(+\frac{5}{12}\right)\times\left(-\frac{4}{15}\right)=-\frac{1}{9}$；

(3) $(-0.24)\div\left(-\frac{4}{5}\right)=(-0.24)\times\left(-\frac{5}{4}\right)=+0.3$；

(4) $0\div\left(-\frac{11}{23}\right)=0\times\left(-\frac{23}{11}\right)=0.$

这说明，“除以一个不等于零的数，等于乘这个数的倒数”这个法则在有理数中依然适用．于是，我们又得到有理数除法法则（二）：

有理数除法法则（二）

某数除以一个不为零的数，
等于乘这个数的倒数．

例 3 用有理数除法法则（二）计算：

(1) $(-2.4)\div\left(+\frac{5}{3}\right)$；　　(2) $\left(-\frac{8}{15}\right)\div(-0.72)$.

解：(1) $(-2.4)\div\left(+\frac{5}{3}\right)$

$=(-2.4)\times\left(+\frac{3}{5}\right)$

$=(-2.4)\times(+0.6)$

$=-1.44$；

(2) $\left(-\frac{8}{15}\right)\div(-0.72)$

$=\left(-\frac{8}{15}\right)\div\left(-\frac{18}{25}\right)$

$=\left(-\frac{8}{15}\right)\times\left(-\frac{25}{18}\right)$

$=+\frac{20}{27}$.

练习

1. 写出下列各数的倒数：

$1,\quad -1,\quad -0.01,\quad -\frac{5}{8},\quad 0.15,\quad -\frac{7}{2},\quad \frac{14}{3},\quad -8.2.$

2. 计算：

(1) $\frac{4}{7}\div(-12)$；　(2) $-\frac{4}{7}\div\left(-\frac{3}{28}\right)$；　(3) $-5\div\left(-\frac{5}{8}\right)$；

(4) $0\div\left(-\frac{29}{80}\right)$；　(5) $-1\div\left(-\frac{17}{10}\right)$；　(6) $1\div\left(-\frac{49}{4}\right)$；

(7) $(-9)\div\left(-\frac{3}{10}\right)$；　(8) $(-15.4)\div\left(-\frac{11}{4}\right)$.

1.9 有理数的乘方

思考

在你的生活中是否遇到过这样的问题，根据问题列出的算式是 2 个、3 个或 3 个以上的相同数的连乘积？

在生物学中，有这样的问题：1 个细胞，每过 1 小时就可以分裂为 2 个同样的细胞，那么 5 小时以后，这个细胞可繁殖成多少个同样的细胞？

列出的式子为

$$2\times2\times2\times2\times2.$$

我国古代的数学书中有这样的话："一尺[①]之棰，日取其半，万世而不竭." 那么，10 天之后，这个"一尺之棰"还剩多少？

列出的式子为

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}.$$

① 古代的长度计量单位，不同时期的标准不同 . 今 1 尺 $=\frac{1}{3}$ 米 .

“一尺之棰，日取其半”，如果问 10 个月之后还剩多少，10 年之后还剩多少，那么列出的式子将是什么样子？

思考

显然，我们遇到了如何写出这个烦琐的式子的麻烦，我们需要创设一种新的表示方法来表示这样的运算．我们把

$a\times a$ 写为 a^2；

$a\times a\times a$ 写为 a^3；

$2\times2\times2\times2\times2$ 写为 2^5；

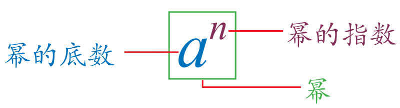
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$ 写为 $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$；

……

一般地，我们把几个相同的因数相乘的运算叫做**乘方**，乘方的结果叫做**幂**．如果有 n 个 a 相乘，可以写为 a^n，也就是

$$\underbrace{aa\cdots a}_{n\text{ 个 }a}=a^n,$$

其中，a^n 叫做 a 的 n 次方，也叫做 a 的 n 次幂．a 叫做幂的**底数**，a 可以取任何有理数；n 叫做幂的**指数**，n 可取任何正整数．



特殊地，a 可以看做 a 的一次幂，也就是说 a 的指数是 1.

例 1 计算：

(1) $(-3)^4$；　(2) $(-5)^3$；　(3) $\left(+\frac{1}{3}\right)^9$；　(4) $(-1)^{2\,301}$.

解： (1) $(-3)^4=(-3)(-3)(-3)(-3)=+81$；

(2) $(-5)^3=(-5)(-5)(-5)=-125$；

(3) $\left(+\frac{1}{3}\right)^9=\underbrace{\left(+\frac{1}{3}\right)\left(+\frac{1}{3}\right)\left(+\frac{1}{3}\right)\cdots\left(+\frac{1}{3}\right)}_{9\text{ 个}}=\frac{1}{19\,683}$；

$(4)(-1)^{2\,301}=\underbrace{(-1)(-1)(-1)\cdots(-1)}_{2\,301\text{ 个}}=-1.$

例 2 利用计算器计算:

(1) 23.125^5(精确到 0.01);　　(2) $\left(-\frac{5}{13}\right)^4$(精确到 0.001).

解: (1)

	具体操作	结　果
A 型计算器	23.125 5	FLOAT 0123456789
		6613155.08
B 型计算器	23.125 5 62	6613155.08

∴　$23.125^5\approx 6\,613\,155.08$;

(2)

	具体操作	结　果
A 型计算器	5 13 4	FLOAT 0123456789
		0.022
B 型计算器	5 13 4 63	0.022

∴　$\left(-\frac{5}{13}\right)^4\approx 0.022.$

交流

1. 当底数是负数，指数是任意正整数时，幂的符号是确定的吗?如果是不确定的，在什么条件下才能确定幂的符号?

2. $-a^n$ 和 $(-a)^n$（n 是任意正整数）的意义相同吗？如果不相同，区别在哪里？

3. $-a^n$ 和 $(-a)^n$（n 是任意正整数）的计算结果总是相同的吗？如果不是，那么，在什么情况下相同，在什么情况下不相同？

在做幂的运算时，要注意幂式中括号的意义：

$(-a)^n$ 表示 n 个 $(-a)$ 相乘，它的计算结果随 n 的取值的不同而不同，即有

$$(-a)^n=\underbrace{(-a)(-a)(-a)\cdots(-a)}_{n\text{个}}=\begin{cases}a^n & (n\text{ 是正偶数}),\\ -a^n & (n\text{ 是正奇数}).\end{cases}$$

$-a^n$ 表示 n 个 a 的乘积的相反数，即有

$$-a^n=-(\underbrace{aaa\cdots a}_{n\text{个}}).$$

例 3 计算：

(1) $(-3)^5$；　(2) -3^4；

(3) $[-(-5)]^3$；　(4) $-[+(-2)]^7$.

解：(1) $(-3)^5=(-3)(-3)(-3)(-3)(-3)=-243$；

(2) $-3^4=-(3\times3\times3\times3)=-81$；

(3) $[-(-5)]^3=(+5)^3=+125$；

(4) $-[+(-2)]^7=-(-2)^7=-(-128)=+128$.

例 4 据统计，2009 年底北京市的人口总数已经从 2008 年底的 1 695 万人增加到 1 755 万人[①]. 如果保持这样的增长率，请用计算器计算（精确到 1 万人）：

(1) 到 2010 年底、2011 年底时，北京市的人口总数分别约是多少万人？

*(2) 到 2014 年底时，北京市的人口总数约是多少万人？

分析：解决问题的关键在于要先求出从 2008 年底到 2009 年底北京市的人口总数的增长率 .

①以上数据摘自“北京统计年鉴”.

解：(1) 用计算器计算，从 2008 年底到 2009 年底北京市的人口总数的增长率为

$$\frac{1\,755-1\,695}{1\,695}\times 100\% \approx 0.035\,4\times 100\% = 3.54\%.$$

所以，到 2010 年底时，北京市的人口总数是

$$1\,755\times(1+3.54\%)\approx 1\,817\ (\text{万人})；$$

到 2011 年底时，北京市的人口总数是

$$\begin{aligned}&[1\,755\times(1+3.54\%)]\times(1+3.54\%)\\ &=1\,755\times(1+3.54\%)^2\\ &\approx 1\,881(\text{万人}).\end{aligned}$$

答：到 2010 年底、2011 年底时，北京市的人口总数分别约是 1 817 万人、1 881 万人 .

*(2) 通过观察我们发现，这些算式在结构上是相似的，我们还注意到，幂的指数等于所求的年份与2009年相差的年数．由于2009年与2014年相差5年，所以到 2014 年底时，北京市的人口总数是

$$1\,755\times(1+3.54\%)^5\approx 2\,088(\text{万人}).$$

答：到 2014 年底时，北京市的人口总数约是 2 088 万人 .

问题解决

已知一个正数，它的立方数等于它与 1 的和 .

(1) 估计一下，这个数应在哪两个连续整数之间；

(2) 用计算器探求这个数的近似数（精确到 0.001）.

练习

1. 计算：

(1) 3^5；　(2) 2^4；　(3) $(-2)^4$；　(4) $(-1)^3$；

(5) $(-15)^3$；　(6) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$；　(7) $(-0.1)^3$；　(8) $(+0.01)^2$；

(9) $-\left(\frac{2}{3}\right)^4$；　　(10) $-\left(\frac{3}{4}\right)^3$.

2. 计算：

(1) 0.5^3；　　(2) $\frac{3^4}{10}$；　　(3) -4^4；

(4) -1.5^2；　　(5) $-\frac{3^3}{4}$；　　(6) $-(-2)^4$.

3. 计算：

(1) $+(-3)^5$；　　(2) -5^3；　　(3) $-(-5)^3$；　　(4) $-(-2)^6$.

1.10 有理数的混合运算

我们已经学习了有理数的加、减、乘、除、乘方五种运算，其中加和减称为第一级运算，乘和除称为第二级运算，乘方称为第三级运算．要做好有理数的混合运算，应按照有理数混合运算的顺序进行，即：

(1) 同级运算中应按从左到右的顺序进行；不同级的运算，按“先乘方，再乘除，最后加减”的顺序进行．

(2) 在有括号的情形下，先做括号内的运算，再做括号外的运算；如果有多层括号，那么由里到外依次进行．

要做好有理数的混合运算，必须认真观察算式的运算结构的特点，熟练运用运算律和运算性质，合理安排运算顺序．

例 1 计算：$36\times(-2-7)-(-28+14)\div(+7)$.

分析： 本例中算式的运算结构是求积与商的差，括号内则是代数和．运算顺序是先求括号内的代数和，再分别求积和商，最后求差．

解： $36\times(-2-7)-(-28+14)\div(+7)$

$=36\times(-9)-(-14)\div(+7)$

$=-324-(-2)$

$=-324+2$

$=-322.$

例 2 计算：$-3^4\div(-27)-\left[(-2)\times\left(-\frac{4}{3}\right)+(-2)^3\right]$.

分析： 先考虑中括号内的运算．中括号内是求积与幂的和，而且积与幂的运算可以同时进行．再把中括号内的运算看做一个整体，原式就可以看做求商与中括号内运算结果的差，其中又应先求幂再求商，最后求出差来．

解： $-3^4\div(-27)-\left[(-2)\times\left(-\frac{4}{3}\right)+(-2)^3\right]$

$=-81\div(-27)-\left[\left(+\frac{8}{3}\right)+(-8)\right]$

$=+3-\left(-\frac{16}{3}\right)$

$=3+\frac{16}{3}$

$=\frac{25}{3}$.

练习

计算，并用计算器检验计算结果：

(1) $-21+14\div(-7)$；

(2) $17-8\div(-2)+4\times(-5)$；

(3) $(-4)\times(-3)-5\times(-7)-2^4$；

(4) $-\frac{5}{3}\times\left(0.5-\frac{2}{3}\right)\div\left(-\frac{7}{6}\right)$；

(5) $-\frac{3}{2}\times\left[-3^2\times\left(-\frac{2}{3}\right)^3-2\right]$.

习　题　1-3

★基础★

1. 计算：

(1) $(-5)\times(-3)$；

(2) $\left(-\frac{7}{3}\right)\times\left(+\frac{17}{14}\right)$；

(3) $(+2.25)\times\left(-\frac{8}{15}\right)$；

(4) $(-2.5)\times 0$.

2. 计算：

(1) $\left(-\frac{9}{4}\right)\times(-2.3)\times\left(+\frac{8}{9}\right)$；

(2) $\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{12}+2-\frac{11}{6}\right)\times(-36)$；

(3) $-8\times\left(-\frac{15}{29}\right)+12\times\left(-\frac{15}{29}\right)-4\times\left(-\frac{15}{29}\right)$.

3. 化简：

(1) $\frac{-18}{-3}$；　(2) $\frac{-144}{12}$；　(3) $\frac{-9}{72}$.

4. 计算：

(1) $(-60)\div(-1.5)$；

(2) $(-0.1)\div(+100)$；

(3) $\left(-\frac{25}{6}\right)\div(+5.4)$；

(4) $\left(-\frac{123}{4}\right)\div(+15)$.

5. 计算：

(1) 7^3；　(2) $(-0.25)^2$；　(3) -3^4；　(4) $-(-1)^{10}$；　(5) $-\frac{2^4}{5}$.

6. 计算：

(1) $(-12)\div\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}$；

(2) $-6\div\frac{1}{3}\times(-3)$；

(3) $(-374)\div(-7)\div(+9)$；

(4) $24\div\left(-\frac{3}{4}\right)\div(+0.1)$；

(5) $\left(-\frac{1}{21}\right)\div\left(+\frac{2}{7}\right)^3\div(+0.9)$；

(6) $\left(-\frac{7}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\div\left(-\frac{3}{2}\right)$.

7. 计算：

(1) $\left(+\frac{3}{5}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{8}\right)$；

(2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4\times\frac{15}{4}-1$；

(3) $-42\div\left[-\frac{1}{3}\div\left(-\frac{2}{7}\right)\right]$;

(4) $\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)\div\left(-\frac{7}{6}\right)$;

(5) $\frac{37}{2}-\left[-15\div\left(-\frac{123}{4}\right)\right]$;

(6) $\left(-\frac{5}{4}-\frac{5}{6}\right)\div\left[\left(-\frac{5}{4}\right)-\left(+\frac{5}{6}\right)\right]$.

★★提升★★

1. 计算：

(1) $1-0.2\times\left[-3-4\times\left(\frac{18}{5}-5.3\right)\right]$;

(2) $-\frac{22}{7}\times\left(\frac{22}{7}-\frac{4}{3}\right)\times\frac{7}{22}\div\left(-\frac{22}{21}\right)$;

(3) $\left\{0.85-\left[12+4\times(3-10)\right]\right\}\div 5$.

2. 计算：

(1) $2^2+(-2)^3\times 5-(-0.28)\div(-2)^2$;

(2) $(-2)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-3\times(-5)^2+\left(-\frac{5}{6}\right)^2\div\left(-\frac{1}{6}\right)$.

问题解决

1999 年数学家利用大型计算机确定了 $2^{6\,972\,593}-1$ 是一个质数．你们知道这个数有多大吗？

经过探究可知，当正整数 n 很大时，2^n-1 的位数约为 $n\times 0.301$，而且已知型号是 A4 的打印纸的纸面大小为 297 mm × 210 mm；录入数码字时，一个 5 号数码字所占面积约为 3.6 mm × 5.2 mm. 请你算一算，如果每张打印纸都布满数字，需要用多少张 A4 的打印纸才能把这个巨大的质数打印出来．

1.11 数的近似和科学记数法

1. 数的近似

探索

用计算器寻求一个正数，使这个正数的平方恰好等于 2.

不难发现，我们寻求不到这个正数的精确值，我们发现

$1.4^2 = 1.96 < 2$，　　$1.5^2 = 2.25 > 2$；

$1.41^2 = 1.988\ 1 < 2$，　　$1.42^2 = 2.016\ 4 > 2$；

$1.414^2 = 1.999\ 396 < 2$，　　$1.415^2 = 2.002\ 225 > 2$；

……

所以，只能寻求到和这个数越来越接近的 1.4，1.5；1.41，1.42；1.414，1.415；…一组又一组的近似数，我们把和精确值近似的数叫做这个精确值的一个**近似值**.

一般地说，为了更加接近精确值，在各种近似程度上的近似值的最后一位都是由四舍五入得到的．最后一个数字在哪一位，就说它是精确到哪一位的近似值.

例 1 分别求 $\frac{9}{7}$，$\frac{1}{12}$ 和 $\frac{699}{20\ 000}$ 的近似值（精确到 0.000 1）.

解：因为 $\frac{9}{7} = 1.285\ 714\ 2\cdots$，所以精确到 0.000 1 的近似值是 1.285 7，记作

$$\frac{9}{7} \approx 1.285\ 7.$$

因为 $\frac{1}{12} = 0.083\ 333\cdots$，所以精确到 0.000 1 的近似值是 0.083 3，记作

$$\frac{1}{12} \approx 0.083\ 3.$$

因为 $\dfrac{699}{20\ 000}=0.034\ 95$，所以精确到 0.000 1 的近似值是 0.035 0，记作

$$\frac{699}{20\ 000}\approx 0.035\ 0.$$

你认为能把末位的 0 去掉吗?

练习

1. 求出下列各数的近似值（精确到 0.001）：

（1）π；　　（2）$\dfrac{5}{7}$；　　（3）$\dfrac{20}{13}$.

2. 指出下列各近似值分别精确到哪一位：

（1）2.780；　　（2）0.001 2.

3. 用计算器探求平方数是 3 的数精确到 0.000 1 的近似值 .

2. 科学记数法

在日常生活和科学研究中，我们经常遇到数目很大的数 . 比如：

（1）地球上的陆地面积约为 149 000 000 平方千米；

（2）我国第六次人口普查人数约为 1 370 000 000 人；

（3）太阳半径约为 696 000 000 米 .

写出和读出这些很大的数都很不方便，常用的计算器也只能显示出 8 到 10 位数字，也很难显示这些很大的数 .

那么，怎样表示这些数目很大的数呢？我们可以借助科学记数法的形式加以表示 . 比如：

（1）149 000 000 可以表示成 1.49×10^{8}；

（2）1 370 000 000 可以表示成 1.37×10^{9}；

（3）696 000 000 可以表示成 6.96×10^{8}.

观察 1.49×10^{8}，1.37×10^{9}，6.96×10^{8} 这三个用科学记数法表示的数，它们在形式上有什么共同特点？前一个因数应是怎样的数？后一个因数应是怎样的数？怎样确定以 10 为底的幂的指数？

思考

可以看出，科学记数法的形式是由两个数的乘积组成的，前一个因数是含有一位整数的小数，后一个因数是以 10 为底的幂，幂的指数是比原数的整数部分的位数少 1 的整数 .

一般地，一个大于 10 的数 A 可以表示成 $a\times10^n$ 的形式，即有

$$A=a\times10^n,$$

其中 $1\leqslant a<10$，n 是比 A 的整数部分的位数少 1 的正整数 .

这种记数方法叫做**科学记数法** .

例 2 用科学记数法表示下列各数：

(1) 12 500；　　(2) 35.92；　　(3) 10 000 000.

解： (1) $12\,500=1.25\times10^4$；

(2) $35.92=3.592\times10$；

(3) $10\,000\,000=1\times10^7$.

例 3 用科学记数法表示下列各数：

(1) 地球与太阳的最远距离为 150 000 000 千米；

(2) 领陆是指国家主权管辖下的陆地及其底土，是国家领土的基本组成部分，我国领陆总面积约 9 600 000 平方千米；

(3) 2004 年 1 月 4 日，“勇气”号火星车经过 206 天的飞行，成功降落在火星表面，这是人类探索太空的一个伟大创举 . 请以秒为单位写出“勇气”号在太空飞行的时间 (使用计算器) .

解： (1) 1.5×10^8(千米)；

(2) 9.6×10^6(平方千米)；

(3) $206\times24\times60\times60=17\,798\,400=1.779\,84\times10^7$(秒).

使用计算器用科学记数法表示数的方法如下所示：

	具体操作	结　果
A 型计算器		FLO SCI ENG
	 17798400 	1.77984×10^7
B 型计算器	 7617798400	17798400
		1.77984×10^7

练习

1. 用科学记数法表示下列各数：

   (1) 13 500；　　(2) 329.506；　　(3) 12.010 101.

2. 用科学记数法表示下列题目中的数：

   (1) 1 000 000 000；

   (2) 青藏高原是世界上海拔最高的高原，它的面积是 2 500 000 平方千米；

   (3) 月球表面某一时刻的温度高达 127 ℃；

   (4) 以纳米为单位表示 0.873 米 .

1.12 用计算器做有理数的混合运算

科学计算器的记忆系统有保留中间运算结果的作用，所以在做有理数的混合运算时，只要依照算式原来的顺序进行操作，就能得到正确的计算结果 .

例 1 用计算器计算：

(1) $-5.2\times(2.97+1.63)\div(6.22-3.62)$；

(2) $2\times3.13\times4.2^{3}-8.2\times1.6$ (精确到 0.001).

解：(1)

	具体操作	结　果
A 型计算器	[(−)] 5.2 [×] [(] 2.97 [+] 1.63 [)] [÷] [(] 6.22 [−] 3.62 [)] [illegible]	−9.2
B 型计算器	[(−)] 5.2 [×] [(] 2.97 [+] 1.63 [)] [÷] [(] 6.22 [−] 3.62 [)] [=] [illegible]	

$\therefore\quad -5.2\times(2.97+1.63)\div(6.22-3.62)=-9.2.$

（2）

	具体操作	结　果
A 型计算器	2 × 3.13 × 4.2 ^ 3 − 8.2 × 1.6	FLOAT 0123456789
		450.671
B 型计算器	2 × 3.13 × 4.2 3 − 8.2 × 1.6 63 =	450.671

∴　$2\times3.13\times4.2^3-8.2\times1.6\approx450.671$.

例 2 我们已经知道，光在真空中一年内所走的路程叫做 1 光年．据测定，光在真空中的传播速度约为 300 000 千米 / 秒，请用计算器计算 1 光年相当于多少千米，并用科学记数法表示出来．

解： $300\,000\times365\times24\times60\times60$

$=9.460\,8\times10^{12}$（千米）.

答：1 光年相当于 $9.460\,8\times10^{12}$ 千米．

探索

1. 你能设法测出你的数学课本所用的每一张纸的厚度是多少毫米吗？

2. 把一张这样厚的纸对折起来，沿折痕裁开，再叠摞在一起；然后把叠起来的两张纸再对折起来，再裁开，再叠摞在一起……想象一下，如此反复进行 20 次，你能估计出最后这摞纸的厚度是多少吗？

3. 用计算器算一算这摞纸的厚度是多少，看看你估计的误差有多大．

练习

1. 用计算器计算（结果精确到 0.1）：

（1）$26.3\times102+109\div0.8$；

（2）$(23.2+4.2)\times3.42-3.7$；

（3）$-5.2\times(2.6-1.24)+2.2\times(-1.6)$；

（4）$6.23-(4.26-3.19)\times(-5.2)$；

（5）$372\div16+42\times12.6$.

2. 用计算器计算（结果精确到 0.01）：

（1）$5.43^3-[27.9-5\times(4.37-2.4)^5]$；

（2）$\dfrac{8.2\times(3.17-4.27)-2.4^3}{-5.6\times(-2.1)^5+213\times\dfrac{3}{4}}$.

3. 某种呢绒布每米 69.23 元，请制出一个 1 ~ 9 米的价格表（间隔 1 米，结果精确到 0.01）.

习　题　1－4

★基础★

1. 按要求对下列各数取近似值：

（1）0.004 23（精确到 0.001）；　　（2）81.739（精确到个位）.

2. 用科学记数法表示下列各数：

（1）83 500；　　（2）1 044 000 000；　　（3）39 260 000.

3. 利用计算器计算（结果精确到 0.1）：

（1）$(23.78-19.42)\div12.6+32\times0.2$；

（2）$(56.2-34.7+21.8)\times(7.22-3.64\times2.5)$；

（3）$(96\times32\%)\div(25\times16\%)$；

（4）$[54.6\times2.2-4.2\times(3.73\times2-6.2\times2.2)]\times(-32)$；

（5）$\dfrac{-7.2+4.2^2\times(2.7-1.73)}{24\times0.02-(3.2\times1.4-45)}$.

4. 某地有 4 个生产草莓的农户，草莓每千克售价 4.70 元．结算时利用自定义常数键做计算，请把计算结果填入下面的结算表：

户　别	甲	乙	丙	丁
售出总数 / 千克	12 560	8 973	9 600	11 525
总金额 / 元				

求售出的草莓总数和 4 个农户的总收入，并对结果做复核．

5. 大米每千克 3.56 元，请制作一张从 1 千克到 20 千克的价目表（间隔为 1 千克）.

6. 某年发行的国库券 5 年期的年利率为 2.63%，下表列出的是 5 人购买国库券的金额，请计算并填写 5 年到期时每人应得到的本金和利息共多少．

（单位：万元）

姓　名	李先同	胡　乐	杨　菲	吴　天	常京生
购国库券金额	2.4	8.5	4.9	0.8	12.45
5 年到期时的本金和利息之和					

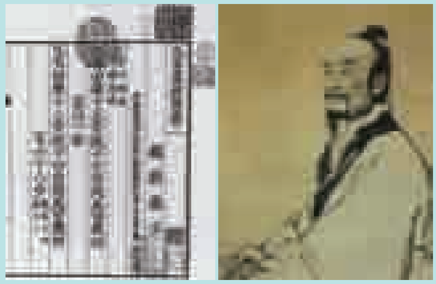
问题解决

报载，“勇气”号火星探测器经过漫长的 206 昼夜，飞行了 4.8 亿千米，终于在 2004 年 1 月 4 日北京时间 12 时 35 分成功地登上了火星，开始对火星上可能存在的生命进行搜寻．你可以根据这些资料推算出“勇气”号平均每秒飞行约多少千米吗?

阅读理解

我国古代数学家对负数的研究

我们的祖先创造了灿烂的数学文化，负数的概念和正负数的运算最早出现在中国．2 000 多年前的战国、秦、汉时代，积累了很多意义重大的数学成就，其中就包括了负数的引入，后经西汉时期许多学者整理增补，形成了一部不朽的辉煌巨著《九章算术》．魏、晋时伟大的数学家刘徽约于 263 年给《九章算术》作注时，在“方程”章中明确提出：



刘徽注《九章算术》

“今两算得失相反，要令正负以名之．”

可见远在 1 700 多年前，他已明确地引入了具有相反意义的量，并提出“正”和“负”的一对术语，沿用至今．

《九章算术》给出了正负数的加减法法则：

“同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之．其异名相除，同名相益，正无入正之，负无入负之．”

其前四句为减法法则，后四句为加法法则．

到了 1299 年，数学家朱世杰在他撰写的《算学启蒙》中又给出了正负数的乘法法则：

“同名相乘为正，异名相乘为负．”

这些史实说明，中国古代数学家早已完成了对正负数及其运算的研究．

回顾与整理

知识要点

本章的知识主要是由有理数的概念和有理数的运算两部分组成．

1. 为了表示具有相反意义的量的大小，我们引入了负数，从而使我们对数的认识扩大到有理数．

有理数常用的分类方法有：

$$(1)\begin{cases}\text{整数}\\ \text{分数}\end{cases}\qquad (2)\begin{cases}\text{正有理数}\\ 0\\ \text{负有理数}\end{cases}$$

2. 规定了原点、正方向和单位长度的直线组成数轴，每一个有理数都能在数轴上确定表示它的点．

数轴上表示数 a 的点到原点的距离叫做 a 的绝对值，a 的绝对值表示为 $|a|$. 正数的绝对值是它自身，负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值仍是 0.

$$|a|=\begin{cases}a & (a>0),\\ 0 & (a=0),\\ -a & (a<0).\end{cases}$$

3. 绝对值相同而符号相反的两个有理数，其中一个数叫做另一个数的相反数；一个数的前面放上一个“$-$”，得到的就是这个数的相反数，即 $-a$ 是 a 的相反数，$-(-a)$ 是 $-a$ 的相反数；在数轴上，表示相反数的两个点在原点的两侧，并且到原点的距离相等．

4. 在数轴上，右边的点所表示的数比左边的点所表示的数大．两个负数中，绝对值较小的那个数较大．

知识要点

5. 有理数加法法则：

(1) 同号两数相加，取原来的符号，并把绝对值相加．

(2) 异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值；相反数的和为 0.

(3) 0 和任何一个有理数相加，仍得这个有理数．

6. 有理数减法法则：

减去一个数，等于加上这个数的相反数．

这样，减法可以转化为加法，得到省略加号的代数和，从而把加减混合运算统一为加法，再做加法运算．

7. 有理数乘法法则：

(1) 同号两数相乘得正，异号两数相乘得负，并把绝对值相乘．

(2) 任何有理数和 0 相乘都得 0.

8. 有理数除法法则：

法则（一）：

(1) 同号两数相除得正，异号两数相除得负，并把绝对值相除．

(2) 0 不能做除数，0 除以任何不为零的数都得 0.

法则（二）：

某数除以一个不为零的数，等于乘这个数的倒数．

这样，除法可以转化为乘法，把乘除的混合运算统一为乘法，再做乘法运算．

9. 有理数的乘方：a^n 表示 n 个 a 相乘，a^n 叫做 a 的 n 次幂．

10. 为使有理数的运算简捷、合理，要注意适时使用运算律和运算性质，主要的运算律如下．

加法和乘法的交换律：

$$a+b=b+a, \qquad ab=ba;$$

加法和乘法的结合律：

$$(a+b)+c=a+(b+c), \qquad (ab)c=a(bc);$$

乘法对加法的分配律：

$$m(a+b+c)=ma+mb+mc.$$

$\frac{x+3}{2}$ $y=kx+b$ $m\geqslant -1$

知识要点

11. 做有理数的混合运算，应按以下的顺序进行：

先乘方，再乘除，最后加减；同级运算，从左到右进行；如有括号，先做括号内的运算；如果有多重括号，那么由里到外依次进行．

12. 用科学计算器可以迅速准确地进行有理数的运算．

13. 在生活、工作中，常需要运用近似值．要按照指定的精确度取近似值，对较大的近似值常采用科学记数法．

学习指导

1. 要在和生活广泛联系的基础上理解负数的引入和有理数的意义，了解相反数和绝对值的意义．

2. 初步建立“数形结合”的思想，掌握画数轴的方法，会运用数轴研究和处理有关有理数的问题．有条件的要掌握用计算机软件画出数轴来研究问题．

3. 能够运用生活实践经验归纳，并结合主动探究的学习方法探索有理数运算法则，在理解算理的基础上掌握基本的有理数的运算技能，会运用运算律，使运算准确、合理、迅速；掌握有关近似计算的初步知识．

4. 能熟练使用科学计算器进行较复杂的有理数的混合运算，会熟练使用科学计算器解决学习生活中的计算问题．

复　习　题

★基础★

1. 填空：

(1) 如果一个数的相反数是 -5，那么这个数的倒数是____________.

(2) 绝对值等于 $\frac{2}{3}$ 的数是____________.

(3) 绝对值小于 3 的所有整数是____________.

(4) 绝对值最小的整数是____________；绝对值最小的负整数是____________.

(5) 互为相反数的两数之和是____________；互为倒数的两数之积是____________.

(6) 如果 m 为整数，那么以 m 为第二个数的三个连续整数可表示为____________.

(7) 如果 m 为任意偶数，那么以 m 为第二个数的三个连续偶数可表示为____________.

(8) 相反数与它本身相等的数有__________个，它们是____________________；
绝对值与它本身相等的数有__________个，它们是____________________；
倒数与它本身相等的数有__________个，它们是____________________.

(9) 平方数与它本身相等的数有__________个，它们是____________________；
立方数与它本身相等的数有__________个，它们是____________________.

(10) __________与它的绝对值互为相反数，__________与它的绝对值的差为零.

(11) __________的平方与它的立方互为相反数，__________的倒数与它的平方相等.

(12) 将下列各数分别填在相应的大括号中：

$$-5，+3，-0.2，\frac{1}{2}，0，-\frac{3}{5}，-11，2.4，72.$$

正数：{　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　}；
负分数：{　　　　　　　　　　　　　　　　　　}；
非负整数：{　　　　　　　　　　　　　　　　　}.

2. 判断题：

(1) 有理数包括整数和分数；（　　）

(2) 有理数包括正数和负数；（　　）

(3) 如果两个有理数相等，那么它们的绝对值也相等；（　　）

(4) 如果两个有理数的绝对值相等，那么这两个有理数也相等；（　　）

(5) $a-3$ 是有理数，它的倒数是 $-\frac{1}{a-3}$；（　　）

(6) $-\frac{6}{7}<-\frac{7}{9}$；（　　）

(7) $-\frac{2}{3} < -\frac{3}{4}$； ( )

(8) $-\frac{5}{6} < -\frac{10}{11}$； ( )

(9) 零是绝对值最小的有理数； ( )

(10) 零是最小的正整数 . ( )

3. 在数轴上表示下列各数及它们的相反数，并用“<”把它们从小到大排列起来：

$$-3，|-2|，\frac{1}{5}，-|-5|，0.$$

4. 填表：

原　数	$-\frac{2}{3}$				$\frac{4}{3}$		
相反数			0			−0.3	
倒　数				$\frac{1}{2}$			−1
绝对值						0.3	
平方数				4			
立方数		−125					

5. 比较 $-\frac{30}{31}$ 和 $-\frac{29}{30}$ 的大小 .

6. 计算：

(1) $-23+45$；
(2) $-41+(-24)$；
(3) $-15-27$；
(4) $-58-(-18)$；
(5) -7×23；
(6) $(-12)\times(-11)$；
(7) $-320\div 8$；
(8) $(-64)\div(-14)$；
(9) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$；
(10) $(-2\times 3)^2$.

7. 化简：

(1) $\frac{-18}{-6}$； (2) $\frac{-196}{14}$； (3) $\frac{-11}{121}$.

8. 计算：

(1) $-32+(-47)-(-25)-24+52$；

(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)-\frac{7}{4}+(-3)$；

(3) $(-18.25)+6.45-(-3.75)-4.35$；

(4) $-0.5+\frac{13}{4}-2.75-\left(-\frac{11}{2}\right)-0.15$.

9. 计算：

(1) $-2^2-(-3)^2$；

(2) $6-5\times\left(-\frac{1}{2}\right)^3$；

(3) $-3-5^2\div(-5)$；

(4) $29+(-5-5^2\div5)$；

(5) $-16-(-3-4^2\div4)$；

(6) $-2^4-3\times(-1)-3-(-1)^4$；

(7) $-2^3\times(-6)-(-0.16)\div(-2)^3$.

10. 判断下列各式是否成立 .

(1) $3^4=3\times4$；

(2) $3^4=4^3$；

(3) $-5^2=(-5)^2$；

(4) $-(-7)^3=7^3$；

(5) $\frac{2^2}{3}=\frac{4}{9}$；

(6) $(-0.2)^4=0.2^4$.

11. 按要求对下列各数取近似值：

(1) 3.141 5（精确到 0.01）；

(2) 0.004 83（精确到 0.001）；

(3) 539.625（精确到个位）.

12. 用科学记数法表示下列各数：

(1) 610 000；　(2) 811 470 000；　(3) 2 740 000 000.

13. 存折中有 650 元，取出 70 元，又存入 190 元以后，存折中还应有多少元钱？

14. 鹫峰峰顶某日凌晨的气温是 -6 ℃，到中午上升了 13 ℃，到午夜又下降了 18 ℃，午夜的气温是多少？

15. 部队组织野营拉练，某班 12 名战士的个人装备以每人 18 千克为标准，对装备称重时超过标准的数量记为正数，不足的数量记为负数，记录如下：

$$2,\quad 3,\quad -2.5,\quad 1,\quad -0.5,\quad -2,$$
$$2.5,\quad -2,\quad 0.5,\quad -1,\quad -1,\quad -0.5.$$

问这个班 12 名战士的个人装备总重多少千克 .

★★ 提升 ★★

1. 计算：

(1) $-3^4\div(-27)-\left[(-2)\times\left(-\frac{4}{3}\right)+(-2)\right]^3$；

(2) $-\frac{5}{3}\times\left(0.5-\frac{2}{3}\right)\div\left(-\frac{7}{6}\right)$；

(3) $-\frac{3}{2}\times\left[-3^2\times\left(-\frac{2}{3}\right)^3-2\right]$；

(4) $-\frac{28}{15}-\left[\left(-\frac{47}{20}\right)\times(-1)^8-\left(-\frac{2}{5}\right)\div\left(+\frac{3}{7}\right)\right]$；

(5) $-3\times(-0.1)+\left\{4\times\frac{1}{5}-\left[3\times\frac{1}{5}-(-0.1)\right]\right\}$.

2. (1) 分别求 $(-1)^2$，$(-1)^3$，$(-1)^4$，…，$(-1)^{10}$，$(-1)^{20}$ 的值 .

(2) 请归纳一下，当 n 为______数时，$(-1)^n=1$；当 n 为______数时，$(-1)^n=-1$.

3. 一个三位数的百位、十位、个位上的数字分别是 x，y，z.

(1) 表示这个三位数的式子是什么？

(2) 这个三位数和它的各数位上的数字之和的比怎样表示？

(3) 这个比的比值最大时是多少？

第二章
一元一次方程

本章将在小学学习有关方程知识的基础上，进一步学习如何用字母表示未知数，如何通过相等关系列方程，如何解相对比较复杂的方程等知识，在解决问题的过程中认识并体会方程的作用，学会运用一元一次方程解决实际问题的方法.

一、等式和方程

2.1 字母表示数

1. 字母表示数

我们会用字母表示有理数的加法交换律和结合律.

加法交换律：$a+b=b+a$；

加法结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$.

交流

请你用字母表示有理数的乘法交换律、结合律和乘法对加法的分配律.想一想用字母表示有理数的运算律有什么意义.

由于字母可以表示任意的有理数，所以用含有字母的式子表示运算律就比较简单明了，可以表示运算律的普遍性.

在数学中，字母和含有字母的式子是主要的研究对象之一，这使我们对数的研究更具有一般性.

例 1 用字母 a，b 表示下面的数量关系：

(1) a 比 b 小 5；

(2) a，b 互为相反数；

(3) a 与 b 的 2 倍相等.

解：(1) $a=b-5$；

(2) $a=-b$ 或 $a+b=0$；

(3) $a=2b$.

实践

1. 某种练习册每本 5.6 元，请你根据购买练习册的数量计算应付的金额，填写下表，并进行概括：

购买的数量 / 本	1	2	3	…	n
应付的金额 / 元					

2. 观察下面的一列数，找出其中的规律并填空：

0，3，8，15，24，…，那么它的第 10 个数是________，第 n 个数是________.

仔细观察可以发现，第 2 题中这一列数的每一个数都是比它的序号的平方小 1 的数．所以它的第 10 个数是 $10^2-1=99$，第 n 个数是 n^2-1.

例 2 填空：

(1) 每瓶酸奶 3.5 元，小红买 4 瓶酸奶用了______元；小红买 x 瓶酸奶用了______元 .

(2) 在“手拉手”活动中，甲班捐献图书 m 本，乙班捐献图书 n 本，那么甲、乙两班一共捐献图书__________本 .

(3) 据报道，要治理祖国大西北的 1 亩①沙地所需的费用大约是 500 元，主要用于购买适宜沙地种植的草种以及后期人工护养 . 某中学七年级 (1) 班有 a 名学生，七年级 (2) 班有 b 名学生，他们每人都有一个心愿，就是要为祖国大西北的治沙贡献自己的力量 . 于是他们决定将过年时得到的压岁钱中的一部分捐献出来用于治沙 . 如果平均每人捐献的钱可以治理 1 亩沙地，那么他们的捐款一共可以治理________亩沙地；如果 (1) 班比 (2) 班的人数多，那么 (1) 班比 (2) 班多捐献了________元 .

(4) 如果甲、乙两地相距 100 千米，汽车每小时行驶 v 千米，那么从甲地到乙地需要__________小时 .

解： (1) 小红买 4 瓶酸奶用了 14 元，买 x 瓶酸奶用了 $3.5x$ 元；

(2) 两班共捐献图书 $(m+n)$ 本；

① 1 亩 ≈ 666.7 平方米 .

(3) 两班的捐款可以治理沙地 $(a+b)$ 亩，七年级 (1) 班比 (2) 班多捐献了 $500(a-b)$ 元；

(4) 从甲地到乙地需要 $\frac{100}{v}$ 小时．

上面问题中得到的 $5.6n$，n^2-1，$3.5x$，$m+n$，$a+b$，$500(a-b)$，$\frac{100}{v}$，… 这样的式子，我们称它们为**代数式**．单独的一个数或字母也是代数式．

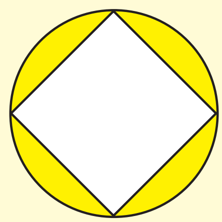
a 可以表示哪些数？

交流

当 a 表示有理数时，$-a$ 一定是负数吗？为什么？

练习

1. 在跳绳比赛中，李华每分钟跳 x 个，张明每分钟比李华多跳 12 个，那么李华 3 分钟跳了多少个？张明 5 分钟跳了多少个？
2. 如图，圆的直径为 d，正方形的边长为 a，用字母表示图中黄色部分的面积．
3. a 是有理数，那么 $3+a$ 一定大于 $3-a$ 吗？为什么？



(第 2 题)

问题解决

1. 观察下列各式：

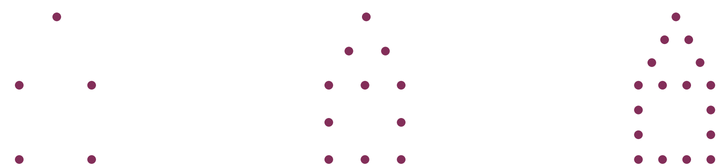
$\frac{2}{1}\times 2=\frac{2}{1}+2$，　　$\frac{3}{2}\times 3=\frac{3}{2}+3$，

$\frac{4}{3}\times 4=\frac{4}{3}+4$，　　$\frac{5}{4}\times 5=\frac{5}{4}+5$，

……

想一想：什么样的两个数的积等于这两个数的和？设 n 表示正整数，请你用关于 n 的等式表示这个规律．

2．观察下面给出的图形：在有公共边的三角形和正方形的边上有规律地排列一些点．请你填空并和同学交流寻找这些规律的体会．



每边有 2 个点， 图中共有____个点	每边有 3 个点， 图中共有____个点	每边有 4 个点， 图中共有____个点

如果每边有 n 个点，那么共有__________个点（用含有 n 的式子表示）．

2．列代数式

在上面讨论的问题中，我们可以用字母来表示数，并且把问题中涉及的数量关系用代数式来表示，这就是列代数式．

例 3 用代数式表示：

（1）a 的 3 倍与 b 的和；（2）a 的一半与 b 的相反数的和；

（3）a 与 b 两数的平方差；（4）a 与 b 两数和的平方．

解：（1）$3a+b$；（2）$\frac{1}{2}a+(-b)$；

（3）a^2-b^2；（4）$(a+b)^2$．

例 4 用语言表述下列代数式的意义：

（1）某型号计算器每台 x 元，那么 $15x$ 表示________________；

（2）某校合唱队男生和女生共 45 人，其中男生有 y 人，那么 $45-y$ 表示________________．

解：（1）15 台计算器的价格；

（2）合唱队中女生的人数．

思考

代数式 $3a+b$ 能表示什么意义？

如果 a(元)，b(元)分别表示签字笔和圆珠笔的单价，那么 $3a+b$ 表示 3 支签字笔和 1 支圆珠笔的价格；如果 a(千克)，b(千克)分别表示 1 袋大米和 1 袋面粉的质量，那么 $3a+b$ 表示 3 袋大米和 1 袋面粉的总质量……

例 5 设甲数为 x，乙数为 y，用代数式表示：

(1) 甲数与乙数的和的三分之一；

(2) 甲数的 3 倍与乙数的倒数的差；

(3) 甲、乙两数积的 2 倍；

(4) 甲、乙两数的平方和 .

解：(1) $\frac{1}{3}(x+y)$；　　(2) $3x-\frac{1}{y}$；

(3) $2xy$；　　(4) x^2+y^2.

交流

列代数式时，在表示方法上要注意什么？

例 6 某学校有退休教师 x 人，比在职教师少 21 人 . 教师节前学校组织慰问活动，请他们参加音乐会 . 学校为退休教师购买 A 级票，为在职教师购买 B 级票 . 已知音乐会门票的价格是：A 级票每张 100 元，B 级票每张 80 元 .

(1) 学校购买音乐会门票的总费用是多少？（用含 x 的代数式表示）

(2) 如果这所学校有退休教师 11 人，那么学校购买音乐会门票的总费用是多少？

解：(1) 设该校有退休教师 x 人，那么有在职教师 $(x+21)$ 人，因此学校购买音乐会门票的总费用应为 $[100x+80(x+21)]$ 元；

（2）当 $x=11$ 时，$100x+80(x+21)=100\times 11+80\times(11+21)=3\ 660$.
因此，学校购买音乐会门票的总费用为 3 660 元.

在上面的问题中，“学校购买音乐会门票的费用”是怎样计算出来的？它给你什么启示？

思考

由于“学校有退休教师 11 人”，就是代数式 $[100x+80(x+21)]$ 中的 $x=11$，所以只要把 $x=11$ 代替代数式中的 x 进行计算，就可以得到购票需要的总费用. 它告诉我们，用具体的数值代替代数式中的字母时，可以求出对应的代数式的值.

一般地，用数值代替代数式里的字母，按照代数式原有的运算关系计算得出的结果，叫做**代数式的值**.

例 7 求下列代数式的值：

（1）$-2x-5$，其中 $x=-2$；

（2）$3y+\frac{7}{3}$，其中 $y=-\frac{5}{2}$.

解：（1）当 $x=-2$ 时，$-2x-5=-2\times(-2)-5=4-5=-1$；

（2）当 $y=-\frac{5}{2}$ 时，$3y+\frac{7}{3}=3\times\left(-\frac{5}{2}\right)+\frac{7}{3}=-\frac{15}{2}+\frac{7}{3}=-\frac{31}{6}$.

例 8 已知：$x=-2$，$y=-\frac{5}{2}$，求下列代数式的值：

（1）$(x+y)^2$；

（2）$x^2+2xy+y^2$.

解： 当 $x=-2$，$y=-\frac{5}{2}$ 时：

（1）$(x+y)^2=\left[-2+\left(-\frac{5}{2}\right)\right]^2=\left(-\frac{9}{2}\right)^2=\frac{81}{4}$；

（2）$x^2+2xy+y^2=(-2)^2+2\times(-2)\times\left(-\frac{5}{2}\right)+\left(-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{81}{4}$.

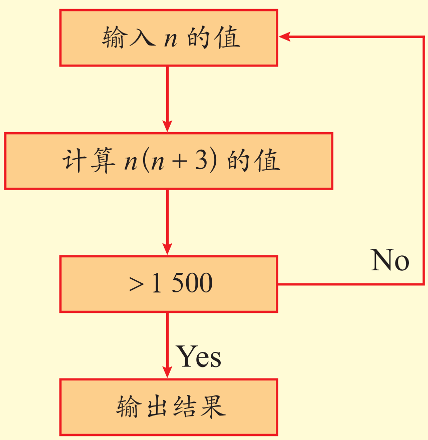
练习

1. 小红和小刚相距 2 500 米，小红每分钟走 x 米，小刚比小红每分钟多走 4 米．如果他们同时相向而行，那么 5 分钟后小红、小刚相距多少米？当 $x=70$ 时，5 分钟后他们相距多少米？
2. 代数式 $4x-3y$ 可以表示什么意义？
3. 求下列代数式的值：

   (1) $-3+7x$，其中 $x=-\dfrac{11}{3}$；　　(2) $\dfrac{6}{5}x-1$，其中 $x=\dfrac{11}{4}$．
4. 用计算器计算下列代数式的值：

   (1) $-2.78x+3.54$，其中 $x=1.23$；

   (2) $1.33(2.1x-7.15)$，其中 $x=-5.19$.
5. 按照给定的计算程序，确定使代数式 $n(n+3)$ 大于 1 500 的 n 的最小正整数值．想一想，怎样迅速找到这个 n 值，请与同学们交流你的体会．



2.2 同类项与合并同类项

实践

用代数式表示下面的数量关系：

(1) 长方体的钢坯底面是边长为 a 米的正方形，钢坯的高是 b 米，

9 根这样的钢坯的体积是________立方米；

(2) 某生活小区需要圆形污水井盖 17 个，如果每个井盖的价格是 x 元，那么购买这些井盖需要________元；

(3) 张明家的小轿车每百公里耗油 x 升．他父亲开车外出前把油箱的油加到了 60 升，开车行驶了 450 千米后，又在路旁的加油站加了 y 升油，此时轿车的油箱中有________升油．(注：每百公里耗油量是汽车技术指标的专用名词，即汽车每行驶 100 千米消耗的汽油的数量)

思考

观察上面得到的代数式，它们在结构上有什么特点？其中 $9a^2b$，$17x$ 与 $60-4.5x+y$ 在式子的结构上有什么区别？

它们各自含有哪些运算？

$9a^2b$，$17x$ 都是由数与字母的积组成的代数式．像这样，由数与字母的积组成的代数式叫做**单项式**．单独的一个数或一个字母也是单项式．

单项式中的数字因数叫做单项式的**系数**．

一个单项式中所有字母的指数之和叫做单项式的**次数**．

$60-4.5x+y$ 是由单项式 60，$-4.5x$，y 的和组成的代数式．像这样，由几个单项式的和组成的代数式叫做**多项式**．每个单项式叫做多项式的**项**．其中不含有字母的项叫做**常数项**．一个多项式含有几项，就叫几项式，多项式中，次数最高项的次数，叫做这个多项式的**次数**．

单项式和多项式统称为**整式**．

例 1 判断下列代数式是单项式还是多项式．如果是单项式，请指出它的系数和次数；如果是多项式，请指出它是几次几项式．

(1) $3x$；　　　　(2) $-4x^2+2x-5$；

(3) $-\frac{7}{4}a^3b$；　　　　(4) $-3a+y^3$.

解：(1) $3x$ 是单项式，它的系数是 3，次数是 1；

(2) $-4x^2+2x-5$ 是多项式，是二次三项式；

(3) $-\frac{7}{4}a^3b$ 是单项式，它的系数是 $-\frac{7}{4}$，次数是 4；

(4) $-3a+y^3$ 是多项式，是三次二项式.

单项式中含有哪些字母，它们的指数各是什么？

思考

请你观察下面各组单项式，说出它们的特点：

(1) $-2ab$，$\frac{8}{3}ab$，$4ba$；　(2) $-7x^2y$，$-\frac{11}{3}yx^2$，$-\frac{3}{2}yx^2$，$-7yx^2$.

不难看出，第 (1) 组中的单项式都只含有字母 a 和 b，并且 a 的指数都是 1，b 的指数都是 1；它们的系数不相同.

第 (2) 组中的单项式都只含有字母 x 和 y，并且 x 的指数都是 2，y 的指数都是 1；它们的系数有的相同，有的不同.

像这样，所含字母相同，并且相同字母的指数也分别相同的单项式叫做**同类项**. 几个常数项也是同类项.

如图 2－1，形状为长方体的钢锭，一面是边长为 a 米的正方形，钢锭的长是 b 米. 如果第一垛有 6 根，第二垛有 10 根，第三垛有 15 根，那么怎样表示这批钢锭的总体积？

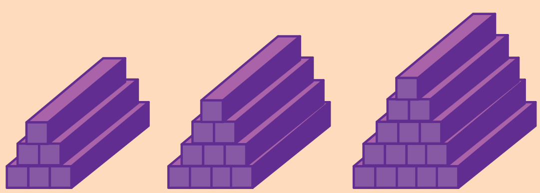


图 2－1

思考

我们可以得到两种不同的表示方法：

$6a^2b+10a^2b+15a^2b$ 或 $(6+10+15)a^2b=31a^2b$.

显然，$6a^2b+10a^2b+15a^2b=(6+10+15)a^2b=31a^2b$.

正像生活中同一类的物品可以放在一起一样，几个同类项也可以合并在一起．实际上，把几个同类项合并在一起时，可以逆用乘法对加法的分配律：

$$6a^2b+10a^2b+15a^2b=(6+10+15)a^2b=31a^2b,$$

这样我们就把 $6a^2b+10a^2b+15a^2b$ 合并为 $31a^2b$ 了．

像这样，把几个同类项合并成一项，叫做**合并同类项**．

合并同类项时，把同类项的系数相加，所得的结果作为系数，字母和字母的指数不变．

例 2 合并下列各式的同类项：

(1) $5y-\frac{2}{3}y-2y$ ；　　(2) $-x+4x-\frac{1}{2}x$.

解： (1) $5y-\frac{2}{3}y-2y$

$=\left(5-\frac{2}{3}-2\right)y$

$=\frac{7}{3}y$;

合并同类项实际上是做什么运算?

(2) $-x+4x-\frac{1}{2}x$

$=\left(-1+4-\frac{1}{2}\right)x$

$=\frac{5}{2}x$.

练习

1. 指出下列各题中的两项是不是同类项．如果是，请合并同类项；如果不是，请说明理由．

(1) $3a$ 与 $-a$；　　(2) $-2b$ 与 $-\frac{1}{2}b$；

(3) $5xy$ 与 $-2yx$；　　(4) $4x^2y$ 与 $-xy^2$.

2. 先合并同类项，再求代数式的值：

(1) $-x+3x-5x$，其中 $x=-\frac{2}{3}$；

(2) $3-2x+y^2-x$，其中 $x=-3$，$y=2$.

2.3 等式与方程

思考

我们看到过下面的式子：

$5+(-2)=3$，$m(a+b)=ma+mb$，

$S=\frac{1}{2}(a+b)h$，$4+x=7$，$x+5=y-4$.

请你观察这五个式子．它们有什么共同点和不同点？

这五个式子都是用等号连接的式子．像这样用“＝”来表示相等关系的式子，叫做**等式**．在等式中，等号的左、右两边的式子，分别叫做这个等式的左边、右边．

其中，$4+x=7$，$x+5=y-4$ 是含有未知数的等式．我们把含有未知数的等式叫做**方程**． $5+(-2)=3$ 是一个算式，$m(a+b)=ma+mb$ 表示的是分配律，$S=\frac{1}{2}(a+b)h$ 表示的是梯形的面积公式．当我们把 $m(a+b)=ma+mb$, $S=\frac{1}{2}(a+b)h$ 中的某些字母看做未知数时，它们也叫做方程．

练习

1. 口答：下列各式是不是等式？如果是等式，请你指出它的左边和右边各是什么．

(1) $5-7=-2$； (2) $\frac{2}{3}x-5=6+x$； (3) $a+b-c$；

(4) $-3x+2y-5$； (5) $-\frac{7}{4}=2a-5$； (6) $2x^2+x=1$.

2. 下列各式中哪些是方程？如果是方程，请你指出未知数是什么．

(1) $5-12=-7$； (2) $-\frac{2}{13}x+7=x-3$；

(3) $-3x+y=4-6x$； (4) $7y-2(y-3)=5$.

你先估算一下，哪个数符合要求．

探索

这里有 -3，1，$-\frac{1}{2}$，2，0，$-\frac{3}{4}$ 共六个数，其中哪个数能使方程 $4x+5=3$ 的左边和右边的值相等？

经过检验发现，只有把 $x=-\frac{1}{2}$ 代入方程的左边时，$4x+5=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)+5=3$，方程的右边也等于 3，所以可以知道，当 $x=-\frac{1}{2}$ 时，方程 $4x+5=3$ 两边的值相等，我们就说 $-\frac{1}{2}$ 是方程 $4x+5=3$ 的解．

一般地说，能够使方程左、右两边的值相等的未知数的值叫做**方程的解**．只含有一个未知数的方程的解，也叫做**方程的根**．

求得方程的解的过程，叫做**解方程**．

思考

怎样检验一个数是不是给定的方程的解？

例 1 检验下列各数是不是方程 $2x-7=5x+1$ 的解：

(1) $x=-2$；　　　　(2) $x=-\frac{8}{3}$.

解：(1) 把 $x=-2$ 分别代入方程的左、右两边，得

左边 $=2\times(-2)-7=-4-7=-11$，

右边 $=5\times(-2)+1=-10+1=-9$.

$\because$ 左边 $\neq$ 右边，

$\therefore$ $x=-2$ 不是方程 $2x-7=5x+1$ 的解.

注意检验过程的表述方法.

(2) 把 $x=-\frac{8}{3}$ 分别代入方程的左、右两边，得

左边 $=2\times\left(-\frac{8}{3}\right)-7=-\frac{16}{3}-7=-\frac{37}{3}$，

右边 $=5\times\left(-\frac{8}{3}\right)+1=-\frac{40}{3}+1=-\frac{37}{3}$.

$\because$ 左边 $=$ 右边，

$\therefore$ $x=-\frac{8}{3}$ 是方程 $2x-7=5x+1$ 的解.

例 2 用计算器检验下列各数是不是方程 $5.4(2x+8.56)=5.94$ 的解：

(1) $x=-4.16$；　　　　(2) $x=-3.73$.

解：(1) 把 $x=-4.16$ 分别代入方程的左、右两边，得

左边 $=5.4\times[2\times(-4.16)+8.56]=1.296$，

右边 $=5.94$.

$\because$ 左边 $\neq$ 右边，

$\therefore$ $x=-4.16$ 不是方程 $5.4(2x+8.56)=5.94$ 的解.

(2) 把 $x=-3.73$ 分别代入方程的左、右两边，得

左边 $=5.4\times[2\times(-3.73)+8.56]=5.94$，

右边 $=5.94$.

$\because$ 左边 $=$ 右边，

$\therefore$ $x=-3.73$ 是方程 $5.4(2x+8.56)=5.94$ 的解.

练习

1. 填空：

(1) 在 $x=-2$，$x=\frac{4}{7}$ 中，__________是方程 $3x-5=-4x-1$ 的解；

(2) 在 $y=-1$，$y=-\frac{1}{4}$ 中，__________是方程 $5y+3=\frac{3}{2}-y$ 的解．

2. 检验括号内的数是不是它前面的方程的解：

(1) $-2x+5=x-7$ ($x=4$，$x=-4$)；

(2) $2t-(1-t)=t+5$ ($t=3$，$t=-3$)；

(3) $2.4(3x-1.58)=x-7.14$ ($x=-0.54$，$x=-0.48$)（利用计算器检验）.

2.4 等式的基本性质

实践

我们在测量物体质量的天平两边放入质量相同的砝码，并把这种状态想象成一个等式成立的形式，利用它来研究等式具有什么性质．

(1) 在天平的一边再放入（或取出）一些砝码，会发生什么现象？怎样做就能使天平恢复平衡？这说明等式应具有什么性质？

(2) 使天平的一边的砝码的数量扩大到原来的几倍（或缩小到原来的几分之一），会发生什么现象？怎样做就能使天平恢复平衡？这又说明等式应具有什么性质？

通过上面的实验研究，我们可以归纳出等式具有以下两个基本性质：

等式的基本性质

1. 等式两边都加上（或减去）同一个数或整式，所得的等式仍然成立．
2. 等式两边都乘（或除以）同一个数（除数不能是 0），所得的等式仍然成立．

我们可以用数学式子表示等式的基本性质：

1. 如果 $a=b$，c 表示任意的数或整式，那么 $a+c=b+c$.

2. 如果 $a=b$，c 表示任意的数，那么 $ac=bc$；或如果 $a=b$，$c\neq 0$，那么 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$.

例 用适当的数或式子填空，使得到的结果仍是等式，并说明是根据等式的哪条基本性质及怎样变形（改变式子的形状）的.

（1）如果 $3x=7-5x$，那么 $3x+$______$=7$；

（2）如果 $-\frac{2}{3}x=1$，那么 $x=$______.

解：（1）$3x+5x=7$.

根据等式的基本性质 1，在等式的两边都加上 $5x$.

（2）$x=-\frac{3}{2}$.

根据等式的基本性质 2，在等式的两边同时乘 $-\frac{3}{2}$.

练习

1. 根据等式的基本性质填空：

（1）如果 $a=3$，那么 $a+5=3$________；

（2）如果 $a=3$，那么 $a+(-6)=3$________；

（3）如果 $x=-2$，那么 $6x=-2$________；

（4）如果 $3x=6$，那么 $x=6$________.

2. 请指出下面各题中的等式是怎样变形的，其变形的根据是什么.

（1）如果 $a-5=b-5$，那么 $a=b$；

（2）如果 $x+5=0$，那么 $x=-5$；

（3）如果 $-8x=4$，那么 $x=-\frac{1}{2}$；

（4）如果 $\frac{1}{3}x=-2$，那么 $x=-6$.

习　题　2-1

★基础★

1. 填空，用代数式表示下面的数量关系：

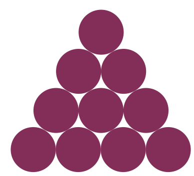
(1) 正方形的边长为 a，那么它的周长是________，面积是________；

(2) 圆的半径是 r，那么它的周长是________，面积是________；

(3) 飞机每小时飞行 x 千米，飞行了 t 小时，飞机共飞行了________千米；

(4) 南刚中学现有学生 n 人，平均每 10 人拥有 1 台计算机，向希望小学捐赠了 m 台计算机后，学校还有________台计算机．

2. 右图是工地料场堆放的水泥杆的横截面图，一共有四层，数一数码放了多少根水泥杆．这种码放的方式有规律吗？按这种码放形式，如果有五层时，一共有多少根水泥杆？如果码放了 n 层时，一共有多少根水泥杆？



（第 2 题）

3. 图书馆原有现代文学书 a 本，古典文学书 $2a$ 本，科技书 x 本．学校举办读书节时，同学们向图书馆捐献了以上三类图书共 $5x$ 本，那么图书馆现有这三类图书共多少本？

4. 合并下列各式中的同类项：

(1) $x+3x-9x+\frac{4}{5}x$；

(2) $-ab+2ba-5ab$；

(3) $4-x+4x-7$；

(4) $x-5x+\frac{5}{3}x-\frac{1}{2}$．

5. 求下列代数式的值：

(1) $2x-5x+\frac{4}{7}x$，其中 $x=-\frac{1}{3}$；

(2) $3ab-5ba$，其中 $a=\frac{2}{3}$，$b=-\frac{1}{4}$；

(3) 当 $x=-1$ 时，求代数式 x^2-2x+1 与 $(x-1)^2$ 的值，并进行比较．再换几个数试一试，从中可以得到什么猜想？

6. 设某数为 x，根据下列条件列出方程：

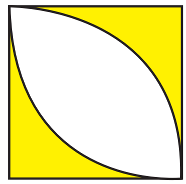
(1) 某数的 $\frac{7}{3}$ 比 5 小 -2；

(2) 某数的 3 倍与 7 的差等于 5；

(3) 某数的相反数比 2 大 8；

(4) 某数的 24 %与 36 的和等于 -12.

7. $a+b$ 一定比 $a-b$ 大吗？为什么？
8. 求下列各代数式的值：
（1）$5a-7$（其中 $a=-1$）；
（2）$-9-3b$（其中 $b=-\frac{3}{2}$）.
9. 如图，正方形的边长为 1.2 厘米，计算图中黄色部分的面积 .


（第 9 题）

10. 根据下列条件，列出代数式：
（1）七年级（1）班有 45 人，七年级（2）班有 42 人 . 在“手拉手”活动中，他们平均每人捐献图书 x 本，那么两班各捐献了多少本图书？
（2）老王每小时可以加工 10 个零件，小李每小时比他少加工 4 个零件 . 工作 x 小时，他们两人各加工了多少个零件？老王比小李多加工了多少个零件？
11. 某公司 2 月份的营业额是 m 元，如果 3 月份的营业额比 2 月份营业额的 3 倍少 400 元，那么该公司 3 月份的营业额是多少？
12. 一个两位数，十位上的数字比个位上的数字小 2，如果个位上的数字是 x，那么这个两位数是多少？
13. 检验下列各题，括号内的哪个数是它前面的方程的解 .
（1）$-3x-5=4x+9$（$x=4$，$x=-2$）；
（2）$(x+1)(x-3)=5$（$x=4$，$x=-2$）；
（3）$\frac{3x+4}{2}=x-1$（$x=-5$，$x=-6$）；
（4）$-6.74+2.43x=x-4.2232$（$x=2.23$，$x=1.76$）（利用计算器检验）.

★★提升★★

1. 如果 $x-2y=3$，那么代数式 $3(x-2y)^2-4(x-2y)-14$ 的值是多少？
2. 观察下列各式：
$1^2+1=1\times 2$，
$2^2+2=2\times 3$，
$3^2+3=3\times 4$，
……
请你把问题中的规律用关于 n（$n\geqslant 1$ 的整数）的等式表示出来 .
3. 把边长为 1 的正方形对折 n 次后，所得的图形面积是多少？
4. 在下面的日历中，任意圈出一竖列上相邻的三个数 . 如果设中间的一个数为 a，那么这三个数的和是多少（用含有 a 的代数式表示）？

星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

5. 如果 $3x^my^3$ 与 $-2y^nx^2$ 是同类项，那么代数式 $m-2n$ 的值是多少？
6. 如果 $a-b=3$，$ab=-1$，求代数式 $3ab-a+b-2$ 的值．
7. 请你任意写出根为 $x=-2$ 的两个方程来．

*8. 下面的说法正确吗？请你判断并说明理由：

(1) $x=2$ 是方程 $x^2-4=0$ 的解；

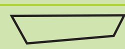
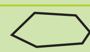
(2) 方程 $(x-2)(x+3)=0$ 的解是 $x=2$.

问题解决

问题 1　n 边形有多少条对角线？

连接多边形不相邻的两个顶点的线段叫做多边形的对角线．

请你动手画一画，并填写下表：

多边形	图　形	对角线的条数
三边形		
四边形		
五边形		
六边形		
…	…	
n 边形		

通过填表，想一想，多边形对角线的条数与多边形的边数有什么关系，怎样用含有 n 的代数式表示多边形对角线的条数．

十五边形有多少条对角线？二十五边形呢？

问题 2　已知一个正方形，它的边长为 a. 试用割补的方法得到一个新的图形，使它的面积保持不变，但周长增加．请你用代数式表示图形变化 n 次后得到的新图形的周长．

实践

请你按下面的方法进行剪拼，并填表：

先沿正方形的对边中点连线剪开，然后对接为一个长方形（如图 2－2）；再沿长方形的对边中点连线剪开，对接为一个新的长方形……如此继续下去．

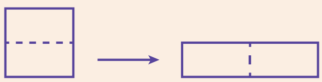


图 2－2

剪拼的次数	新长方形的周长
1	
2	
3	
4	
…	…
n	

你能用计算机画出上面图形连续变化的过程来吗？你还能用其他方法得到满足要求的图形吗？

二、一元一次方程和它的解法

2.5 一元一次方程

前面我们学习了方程的概念，请你观察下面的方程：

$$-4x=\frac{1}{2},\quad 3-2y=6,\quad -\frac{7}{4}+3x=1,\quad 2t+9=11t-1,\quad \cdots$$

这些方程有什么共同点？

思考

我们不难发现，这些方程都只含有一个未知数，并且未知数的次数都是 1. 像这样的方程，我们把它们叫做**一元一次方程**.

在一元一次方程中，$mx=n(m\neq0)$（其中 x 是未知数）的方程是一类最简单的一元一次方程，我们把形如 $mx=n(m\neq0)$ 的方程称为最简方程.

思考

怎样求最简方程 $mx=n(m\neq0)$（其中 x 是未知数）的解?

我们知道，方程的解可以表示为形如 $x=a$（a 为已知数）的形式，对于最简方程 $mx=n(m\neq0)$，只需根据等式的基本性质 2，在方程的两边同除以 m，就可以求出它的解 $x=\frac{n}{m}$.

例 1 解下列方程：

（1）$3x=-5$；（2）$-6x=21$；

（3）$\frac{2}{5}x=-3$；（4）$-\frac{3}{2}x=-6$.

解：（1）根据等式的基本性质 2，在方程两边同除以 3，使未知数 x 的系数化为 1，得

$$x=-\frac{5}{3}.$$

所以方程 $3x=-5$ 的解是 $x=-\frac{5}{3}$.

（2）根据等式的基本性质 2，在方程两边同除以 -6，使未知数 x 的系数化为 1，得

$$x=-\frac{7}{2}.$$

所以方程 $-6x=21$ 的解是 $x=-\frac{7}{2}$.

（3）根据等式的基本性质 2，在方程两边同除以 $\frac{2}{5}$，使未知数 x 的系数化为 1，得

$$x=-\frac{15}{2}.$$

所以方程 $\frac{2}{5}x=-3$ 的解是 $x=-\frac{15}{2}$.

(4) 根据等式的基本性质 2，在方程两边同除以 $-\frac{3}{2}$，使未知数 x 的系数化为 1，得

$$x=4.$$

所以方程 $-\frac{3}{2}x=-6$ 的解是 $x=4$.

思考

解最简方程 $mx=n(m\neq0)$（其中 x 是未知数）时的主要思路是什么？解题的关键步骤是什么？

解方程 $mx=n(m\neq0)$（其中 x 是未知数）时的主要思路是：把未知数的系数化为 1，把它变形为 $x=a$ 的形式 . 解题的关键步骤是：根据等式的基本性质 2，在方程的两边都除以未知数的系数（或两边都乘未知数的系数的倒数），使未知数的系数化为 1，得到方程 $mx=n(m\neq0)$ 的解 $x=\frac{n}{m}$. 条件"$m\neq0$"的存在使得"方程两边都除以未知数的系数"的步骤总可以进行，最简方程 $mx=n(m\neq0)$ 一定有唯一的一个解 .

练习

1. 口答：下列方程中，哪些是一元一次方程？

(1) $6-x^2=5x$； (2) $-7x=3$；

(3) $-\frac{1}{4}x=-3-y$； (4) $\frac{3}{2}x^3=2x-\frac{2}{7}$.

2. 解下列方程：

(1) $8x=-6$； (2) $-2x=-4$；

(3) $-\frac{1}{4}x=3$；　　　　(4) $\frac{3}{2}x=-\frac{2}{7}$；

(5) $-5x=0$；　　　　(6) $3.5x=-14$.

现在我们来研究一般的一元一次方程的解法 .

例如，怎样求出方程 $6x+2=4x-5$ 的解 .

思考

方程 $6x+2=4x-5$ 与最简方程 $mx=n(m\neq0)$（x 是未知数）的形式有什么不同？怎样利用等式的基本性质，把方程 $6x+2=4x-5$ 化归为最简方程 $mx=n(m\neq0)$ 的形式？

我们只需要利用等式的基本性质，在方程 $6x+2=4x-5$ 的左、右两边都加上 -2，化简，得 $6x=4x-7$；再在方程 $6x=4x-7$ 的左、右两边都加上 $-4x$，化简，得 $2x=-7$. 这样就把方程 $6x+2=4x-5$ 化归为最简方程 $2x=-7$ 了 .

思考

在将方程 $6x+2=4x-5$ 化归为最简方程 $2x=-7$ 的过程中，能否得到解方程的一个重要变形？

把方程 $6x=4x-7$ 和方程 $6x+2=4x-5$ 进行比较，应用等式的基本性质 1 对方程进行变形的过程可以用下面的图示表示：

$$6x+2=4x-5,$$

$$6x=4x-5-2.$$

+2 从方程左边移到方程右边发生了什么变化？

这个变形可以看做是把方程左边的 $+2$ 改变符号后，从方程的左边移到方程的右边 .

同样，把方程 $6x-4x=-7$ 和方程 $6x=4x-7$ 进行比较，方程变形的过程可以用下面的图示表示：

$$6x = 4x - 7,$$

$$6x - 4x = -7.$$

4x 从方程右边移到方程左边发生了什么变化？

这个变形可以看做是把方程右边的 $4x$ 改变符号后，从方程的右边移到方程的左边 .

我们把这种变形叫做**移项** .

移项是解方程时经常用到的一种重要变形 .

这样，求方程 $6x+2=4x-5$ 的解的过程可以这样写：

解： 移项，得

$$6x-4x=-5-2.$$

合并同类项，得

$$2x=-7.$$

把未知数 x 的系数化为 1，得

$$x=-\frac{7}{2}.$$

所以，方程 $6x+2=4x-5$ 的解是 $x=-\frac{7}{2}$.

练习

1. 口答解下列方程：

(1) $x-5=2$ ；　　(2) $-2x=1-3x$ ；

(3) $3x=2x-7$ ；　　(4) $-x+3=1$.

2. 下列的移项变形是否正确？如果不正确，请你指出错在哪里，并写出正确的变形过程和结果 .

(1) 由 $2x-5=7x$，得 $2x-7x=-5$ ；

(2) 由 $3-8x=5$，得 $8x=5-3$；

(3) 由 $4x-1=2x+6$，得 $4x-2x=6-1$；

(4) 由 $\frac{1}{3}x-9=\frac{4}{3}x+3$，得 $\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}x=9+3$.

3. 解下列方程：

(1) $9-2x=7-5x$；　　(2) $5y+1=3y-8$；

(3) $5-3m=m-14$；　　(4) $15t+9=8t-5$.

思考

观察例 2 给出的方程与我们已经会解的方程在形式上有什么不同．怎样把它们转化为已经会解的方程进行求解？

例 2 解下列方程：

(1) $5x-(3x-7)=2+(3-2x)$；

(2) $7y+(3y-5)=y-2(7-3y)$.

分析：方程中含有括号，利用运算性质和分配律可以去掉括号，转化为已经会解的方程．

解：(1) 去括号，得

$$5x-3x+7=2+3-2x.$$

移项，得

$$5x-3x+2x=2+3-7.$$

合并同类项，得

$$4x=-2.$$

把未知数 x 的系数化为 1，得

$$x=-\frac{1}{2}.$$

所以 $x=-\frac{1}{2}$ 是原方程的解．

(2) 去括号，得

$$7y+3y-5=y-14+6y.$$

移项，合并同类项，得

$$3y=-9.$$

把未知数 y 的系数化为 1，得

$$y=-3.$$

所以 $y=-3$ 是原方程的解．

上面的解法中用到了去括号法则．想一想，去括号时应注意哪些问题．

思考

练习

1. 把下列各式中的括号去掉：

   (1) $a+(b+c)$；　　(2) $a-(b+c)$；

   (3) $m+(p-q)$；　　(4) $k-(m-n)$.

2. 把下列各式中的括号去掉，并化简：

   (1) $2x+(4x+7)$；　　(2) $3y-(2y+5)$；

   (3) $\frac{1}{2}m+(3-2m)$；　　(4) $5x-(8x-3)$.

3. 把下列各式中的括号去掉，并化简：

   (1) $x+2(2x+3)$；　　(2) $2y-4(2y+1)$；

   (3) $2m+\frac{2}{3}(5-3m)$；　　(4) $5x-3(2x-9)$.

4. 解方程：

   (1) $3(1+x)-2x=4$；　　(2) $2(1-x)+1=4(x+2)$；

   (3) $1-(y+3)=3(y-2)$；　　(4) $3m-2(m-1)=2-3(4-m)$.

观察例 3 给出的方程与前面我们学习过的方程有什么不同．怎样把它们转化为我们已经会解的方程？

例 3 解方程：

怎样去掉分母？
方程中各分母的最小公倍数是多少？

(1) $\dfrac{3x-5}{2}=\dfrac{1-2x}{4}$；

(2) $\dfrac{x+2}{3}-\dfrac{2x-1}{4}=1$．

分析： 给出的方程含有分母，利用等式的基本性质 2，在方程两边同时乘各分母的最小公倍数，就可以去掉分母，转化为我们已经会解的方程．

解： (1) 方程两边都乘 4，得

$$\frac{3x-5}{2}\times 4=\frac{1-2x}{4}\times 4.$$

去分母，整理，得

$$2(3x-5)=1-2x.$$

去括号，得

$$6x-10=1-2x.$$

移项，合并同类项，得

$$8x=11.$$

把未知数 x 的系数化为 1，得

$$x=\frac{11}{8}.$$

所以 $x=\dfrac{11}{8}$ 是原方程的解．

(2) 方程两边都乘 12，去分母，得

$$\left(\frac{x+2}{3}-\frac{2x-1}{4}\right)\times 12=1\times 12.$$

$$4(x+2)-3(2x-1)=12.$$

去括号，得

$$4x+8-6x+3=12.$$

移项，合并同类项，得

$$-2x=1.$$

把未知数 x 的系数化为 1，得

$$x = -\frac{1}{2}.$$

所以 $x = -\frac{1}{2}$ 是原方程的解 .

1. 去分母的主要依据是什么？方程两边所乘的数是怎样确定的？
2. 去分母时，应该注意哪些问题？

思考

一般地，对于给出的一元一次方程，我们可以通过去分母、去括号、移项、合并同类项等变形，化为 $ax+b=0(a\neq 0)$ 的形式，我们把它叫做一元一次方程的一般形式 .

练习

1. 下面是李阳同学解方程的过程 . 他的解答是否正确？如果不正确，请你指出错误的原因，并加以改正 .

   解方程：$\frac{2-3x}{3}-\frac{x-5}{2}=1$.

   解：去分母、去括号，得

   $$4-6x-3x-5=1.$$
   $$-9x=2.$$
   $$\therefore \quad x=-\frac{2}{9}.$$

2. 解下列方程：

   (1) $\frac{2x+5}{2}+\frac{x-7}{3}=0$；　　(2) $\frac{x-6}{4}=\frac{2x-3}{3}$；

   (3) $\frac{3x-7}{2}+\frac{x+1}{3}=1$；　　(4) $\frac{x+2}{5}-2=\frac{2x+1}{3}$.

思考

解一元一次方程的主要思路和主要步骤是什么？

解一元一次方程的主要思路是：利用等式的基本性质对方程进行变形，逐步把方程化归为最简方程，然后求解．

解一元一次方程的主要步骤

- 去分母，去括号；
- 移项、合并同类项，化为最简方程；
- 把未知数的系数化为 1，得到方程的解．

怎样把分母化为整数?

例 4 解方程：$\dfrac{2x-0.3}{0.5}-\dfrac{x+0.4}{0.3}=1$ ．

分析： 我们可以先运用分数的基本性质，把分母化为整数，然后再求解．

解： 原方程化为 $\dfrac{20x-3}{5}-\dfrac{10x+4}{3}=1$ ．

方程两边都乘 15，去分母，得

$$15\times\left(\frac{20x-3}{5}-\frac{10x+4}{3}\right)=15\times1 .$$

$$3(20x-3)-5(10x+4)=15.$$

去括号，得

$$60x-9-50x-20=15.$$

移项，合并同类项，得

$$10x=44.$$

把未知数 x 的系数化为 1，得

$$x=4.4.$$

所以 $x=4.4$ 是原方程的解．

例 5 在梯形面积公式 $S=\frac{1}{2}(a+b)h$ 中，已知 $S=221$，$a=15$，$h=17$，求 b 的值．

怎样转化为解关于 b 的方程？

解： 把 $S=221$，$a=15$，$h=17$ 代入公式中，得

$$221=\frac{1}{2}\times(15+b)\times 17.$$

解这个关于 b 的方程，得

$$b=11.$$

$$\therefore\quad b=11.$$

在实际问题中，我们可能遇到数值比较复杂的方程，可以借助计算器进行运算．

例 6 利用计算器解方程：$27.5(35.6-31.4x)=201.85$.

解： 两边同除以 27.5，得

$$35.6-31.4x=7.34.$$

移项，得

$$-31.4x=7.34-35.6.$$

化简，得

$$-31.4x=-28.26.$$

把未知数 x 的系数化为 1，得

$$x=0.9.$$

所以 $x=0.9$ 是原方程的解．

练习

1. 解方程：$\frac{x+3}{0.3}+\frac{x-0.7}{0.2}=\frac{3x}{2}+\frac{12}{5}$．
2. 在等式 $y=kx+b$ 中，已知 $x=-3$，$b=2$ 时，$y=-10$，求 k 的值．
3. 利用计算器解下列方程：

（1）$45.9-22(36.7x-25.6)=43.92$；

（2）$25.378+41.5(12.58x+55.1)=2\,103.2$.

探究学习

绝对值方程

我们把绝对值符号内含有未知数的方程叫做含有绝对值的方程．如：$|x|=3$，$|4x-5|=1$，$|2a-1|=|5+7a|$，…都是含有绝对值的方程．

怎样才能求出含有绝对值的方程的解？

以方程 $|x|=3$ 和 $|4x-5|=1$ 为例来探求解法．

探究思路：

根据绝对值的意义，把绝对值的符号去掉，这样就可以将含有绝对值的方程转化为一元一次方程进行求解．

探究结论：

1. 解方程 $|x|=3$.

解：根据绝对值的意义，得 $x=3$ 或 $x=-3$.

2. 解方程 $|4x-5|=1$.

分析：把 $4x-5$ 看做一个整体．

解：根据绝对值的意义，得

$$4x-5=1 \text{ 或 } 4x-5=-1.$$

分别解这两个方程，得

$$x=\frac{3}{2} \text{ 或 } x=1.$$

练习

*解下列关于 x 的方程：

(1) $|x|-2=0$；　　(2) $|2x+5|=1$；

(3) $\left|\dfrac{x-4}{3}\right|=\dfrac{1}{2}$；　　(4) $\left|\dfrac{3x-2}{5}\right|=3$．

习 题 2-2

★基础★

1. 下面的变形正确吗？如果不正确，请你改正 .

(1) 如果 $a+b=3$，那么 $a=3-b$；

(2) 如果 $3a+1=3$，那么 $3a=3+1$；

(3) 如果 $2a=-3$，那么 $a=\frac{3}{2}$；

(4) 如果 $-\frac{1}{2}a=4$，那么 $a=-2$.

2. 解下列方程：

(1) $2x-1=3$；　　(2) $4-3x=1+5x$；

(3) $3x-1=5x+2$；　　(4) $3x-5=x-2$.

3. 设某数为 x，根据下列条件列出方程并求出这个数 .

(1) 某数的 $\frac{5}{4}$ 比 9 小 -2；

(2) 某数的 2 倍与 -5 的差等于 6 与某数的和；

(3) 某数的相反数与 7 的和等于 -3；

(4) 某数的 54% 与 72 的差等于 -18.

4. 解下列方程：

(1) $3(2x-1)=5x+2$；　　(2) $4-3x=1+5(x-3)$；

(3) $3(2x+5)-2(x-2)=7$；　　(4) $2(x-1)-3(x+2)=x$.

5. 解下列方程：

(1) $\frac{2x-7}{3}+\frac{x+1}{2}=1$；　　(2) $\frac{x-2}{5}=\frac{x+3}{2}-1$；

(3) $\frac{2x-1}{3}-\frac{3x-5}{4}=2$；　　(4) $\frac{4x-3}{5}-\frac{2x-1}{4}=x$.

6. 下面解方程的过程是否正确？如果不正确，请你指出错误的原因，并加以改正 .

解方程：$\frac{5-x}{3}-\frac{2x-3}{2}=1$.

解：去分母，得

$$10-2x-6x-3=1.$$
$$-8x=8.$$
$$x=-1.$$

7. 解下列方程：

(1) $\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}\left(x-\frac{3}{2}\right)=1$；

(2) $\frac{3}{4}(x+2)-\frac{2}{3}\left(2-\frac{3}{4}x\right)=x$.

8. 利用计算器解下列方程：

(1) $103.5+47.5(25.3x-46.11)=-21.99-12.8x$；

(2) $159.478-11.3(12x-25.14)=17.2x-549.64$.

★★提升★★

1. (1) 当 x 等于什么数时，代数式 $2-\frac{3x-1}{5}$ 的值与 $2x-3$ 的值相等？

(2) 当 x 等于什么数时，代数式 $\frac{2(2x-3)}{5}+2$ 的值与 $3x-1$ 的值相等？

2. 已知 x，y 为有理数，且满足 $|2x+3|+(y-4)^2=0$，试求 x，y 的值 .

*3. 解下列方程：

(1) $\left|\frac{2x-3}{5}\right|=\frac{1}{2}x-1$；

(2) $\left|\frac{x-1}{3}\right|-x=1$.

三、一元一次方程的应用

2.6 列方程解应用问题

思考

在行程问题中常常涉及几种量？这些量之间具有怎样的相等关系？

问题： 为了促进经济的发展，铁路运输实施提速．如果客车的行驶速度每小时增加 40 千米，提速后由北京到某地 1 620 千米的路程只需要行驶 13 小时 30 分．那么，提速前客车每小时行驶多少千米？提速前从北京到某地需要多少时间？

如果设提速前火车每小时行驶 x 千米，那么，提速后火车每小时行驶 $(x+40)$ 千米．火车行驶的路程是 1 620 千米，速度是每小时 $(x+40)$ 千米，所需时间是 13.5 小时．

根据问题的意义，我们可以列出下面的方程：

$$13.5\times(x+40)=1\,620,\ x+40=\frac{1\,620}{13.5},\ \cdots$$

解其中任何一个方程，可以得到

$$x=80.$$

$$1\,620\div 80=20.25(\text{小时})=20\text{ 小时 }15\text{ 分}.$$

因此提速前火车的速度是每小时 80 千米，从北京到某地需要 20 小时 15 分．

运用列一元一次方程的方法，可以解决一些生活中的实际问题．

例 1 甲班有 45 人，乙班有 39 人．现在需要从甲、乙两班各抽调一些同学去参加歌咏比赛．如果从甲班抽调的人数比乙班多 1 人，那么甲班剩余人数恰好是乙班剩余人数的 2 倍．请问从甲、乙两班各抽调了多少人参加歌咏比赛？

分析： 在问题中有这样的相等关系：

(1) 甲班抽调的人数比乙班抽调的人数多 1 人；

(2) 抽调后甲班剩余人数是乙班剩余人数的 2 倍．

如果设从甲班抽调的人数为 x 人，那么从乙班抽调的人数为 $(x-1)$ 人，我们列表来分析问题中的数量关系：

	抽调的人数 / 人	抽调后剩余的人数 / 人	甲、乙两班剩余人数之间的关系
甲　班	x	$45-x$	抽调后甲班剩余人数是乙班剩余人数的 2 倍
乙　班	$x-1$	$39-(x-1)$	

解： 设从甲班抽调了 x 人，那么从乙班抽调了 $(x-1)$ 人．根据题意列方程，得

$$45-x=2[39-(x-1)].$$

解这个方程，得

$$x = 35.$$

$$x - 1 = 35 - 1 = 34.$$

答：从甲班抽调了 35 人，从乙班抽调了 34 人 .

例 2 为了美化校园，实验中学和远大中学的同学积极参加绿化工程的劳动．两校共绿化了 4 415 平方米的土地，远大中学绿化面积比实验中学绿化面积的 2 倍少 13 平方米．这两所中学分别绿化了多少平方米的土地？

解： 设实验中学绿化了 x 平方米，那么远大中学绿化了 $(2x - 13)$ 平方米．根据题意列方程，得

$$x + (2x - 13) = 4\,415.$$

解这个方程，得

$$x = 1\,476.$$

$$4\,415 - 1\,476 = 2\,939.$$

答：实验中学绿化了 1 476 平方米，远大中学绿化了 2 939 平方米 .

例 3 出租汽车 4 千米起价 10 元，行驶 4 千米以后，每千米收费 1.2 元（不足 1 千米按 1 千米计算）. 王明和李红要到离学校 15 千米的博物馆为同学们联系参观事宜．为了尽快到达博物馆，他们想乘坐出租汽车．如果他们只有 22 元，那么，他们乘坐出租汽车能直接到达博物馆吗（不计等候时间）？

分析： 出租汽车的收费是分段进行的，在开始的 4 千米内，收费 10 元，以后每千米收费 1.2 元．我们可以先求用 22 元能乘坐出租汽车行驶多少千米，然后与 15 千米进行比较 .

解： 设用 22 元能乘坐 x 千米．根据题意列方程，得

$$10 + 1.2(x - 4) = 22.$$

还有其他的思路来解决这个问题吗?

解这个方程，得

$$x = 14.$$

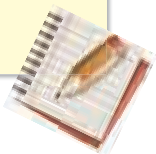
由于 $14 < 15$，所以王明和李红不能直接到达博物馆 .

练习

1. 3 月 12 日是植树节，七年级 170 名学生去参加义务植树活动．如果男生平均每

人一天能挖树坑 3 个，女生平均每人一天能种树 7 棵，这样正好使每个树坑都能种上一棵树 . 请问该年级的男、女学生各有多少人？

2. 某地的出租车收费标准是：起步价 10 元（即行驶距离不超过 4 千米都需付 10 元），超过 4 千米以后，每增加 1 千米加收 1.2 元（不足 1 千米按 1 千米计算）. 某人乘这种出租车下车时交付了 16 元车费，那么他搭乘出租车最多走了多少千米（不计等候时间）？
3. 某河流的上游有一片土地，为改善流域环境，把一部分牧场改为林场 . 改变后，林场和牧场共有 162 公顷，牧场面积是林场面积的 20%. 请问退牧还林后林场的面积是多少公顷？
4. 光明中学现有校舍面积 20 000 平方米 . 为改善办学条件，计划拆除部分旧校舍，建造新校舍，使新校舍面积是拆除旧校舍面积的 3 倍还多 1 000 平方米 . 这样，计划完成后的校舍总面积可比现有校舍面积增加 20%. 已知拆除旧校舍每平方米需费用 80 元，建造新校舍每平方米需费用 700 元，请问完成该计划需要多少费用？



我们常到商场购买东西，在那里我们可以发现一些能利用方程来解决的问题 .

为了搞活经济，许多商场都在搞促销活动，部分商品在打折销售 . 小明和同学一起来到一家商场进行社会调查，对有关商品的销售情况进行了解，他们收集了下面的问题 .

例 4 某商场把一个双肩背的书包按进价提高 50% 标价，然后再按 8 折（标价的 80%）出售，这样商场每卖出一个书包就可盈利 8 元 . 请问这种书包的进价是多少元？如果按 6 折出售，商场还盈利吗？为什么？

分析： 这个问题中涉及了哪些数量关系？请你按下面的思路进行分析 .

如果每个书包进价为 x 元，那么每个书包标价应为________元；打 8 折后每个书包的实际售价为________元 .

在这个问题中的相等关系是：

$$实际售价 - 进价 = 利润.$$

解： 根据题意列方程，得

$$(1+50\%)x \times 80\% - x = 8.$$

解这个方程，得

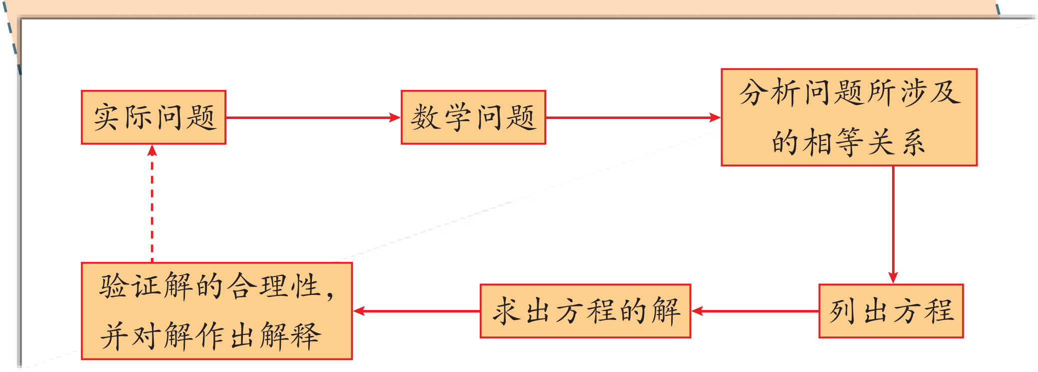
$$x = 40.$$

如果按 6 折出售，那么 $40(1+50\%) \times 60\% = 36 < 40$，所以按 6 折出售时商场不盈利 .

答：这种书包的进价是 40 元，按 6 折出售时，商场不盈利 .

思考

通过以上的研究，思考一下利用一元一次方程解决实际问题的一般步骤是什么 .



列方程解应用题的主要步骤

- 认真读题，理解题意，弄清题目中的数量关系，找出其中的相等关系；
- 设出未知数，用含有未知数的代数式表示题目中涉及的数量关系；
- 根据相等关系列出方程；
- 求出所列方程的解；
- 检验方程的解是否符合问题的实际意义；
- 写出答案 .

练习

1. 某商场搞促销活动，把一种标价 33 元的商品打 9 折出售（即优惠 10%），仍可获取利润 10%，那么这种商品的进价是多少？
2. 为落实“珍惜和合理利用每一寸土地”的基本国策，某地区计划经过 28 年改造 420 平方千米的土地．在实际施工中，如果平均每年比原计划多开发 6 平方千米，那么预计可提前多少年完成开发任务？

“整存整取”是“定期存款”这种储蓄方式中常见的储蓄方法，它主要涉及本金、存期、年利率、利息总额、本利和等几个有关的数量．这些数量之间的基本关系式是：

$$\text{利息总额} = \text{本金} \times \text{存期} \times \text{年利率},$$

$$\text{本利和} = \text{本金} + \text{利息总额}.$$

例如，银行“整存整取”的 5 年期定期储蓄的年利率是 5.50%. 如果小明存入 5 年期储蓄定期的本金是 1 000 元，那么可以直接进行计算得到小明应得的本利和为：

$$1\,000 + 1\,000 \times 5 \times 5.50\% = 1\,275\text{（元）}.$$

例 5 银行规定：人民币“整存整取”1 年期定期储蓄的年利率为 3.50%，3 年期定期储蓄的年利率为 5.00%．某储户到银行存入“整存整取”1 年期定期储蓄和 3 年期定期储蓄共 10 万元人民币，两种储蓄各自到期后，他共得利息 8 100 元人民币．求该储户办理的 1 年期定期储蓄存入的人民币为多少万元．

分析：（1）在储蓄中本金、存期、年利率、利息总额之间具有下面的相等关系：

$$\text{利息总额} = \text{本金} \times \text{存期} \times \text{年利率};$$

（2）利用“1 年期定期储蓄存款利息 + 3 年期定期储蓄存款利息 = 应得利息”，列方程求解．

解： 设该储户办理的 1 年期定期储蓄存入的人民币为 x 万元，那么他办理的 3 年期定期储蓄存入的人民币为 $(10 - x)$ 万元．

根据题意列方程，得

$$3.50\% \cdot x + 3 \times 5.00\% (10 - x) = 0.81.$$

解这个方程，得

$$x = 6.$$

答：该储户办理的 1 年期定期储蓄存入的人民币为 6 万元.

练习

某储户将一笔人民币若干元存入银行，先办理“整存整取”的 3 年期定期储蓄，到期后，将本金和利息全部取出，然后将它们再存入银行，又办理“整存整取”的 3 年期定期储蓄. 已知该储户第二个 3 年期定期储蓄到期后所得的利息为 1 725 元，又银行规定的人民币“整存整取”3 年期定期储蓄的年利率为 5.00%. 现在假定在这段时间里银行利率保持不变，求该储户在办理第一个 3 年期定期储蓄时存入的这笔人民币有多少元.

例 6 一项工程，甲队单独施工 15 天完成，乙队单独施工 9 天完成 . 现在由甲队先工作 3 天，剩下的由甲、乙两队合作，还需几天才能完成任务？

分析： 本题涉及工作总量、工作效率、工作时间三个量之间的关系 . 它们之间的相等关系是：

$$\text{工作总量} = \text{工作效率} \times \text{工作时间}; \qquad \text{工作效率} = \frac{\text{工作总量}}{\text{工作时间}}.$$

一般情况下，当工作总量没有明确给出时，常常把工作总量设为 1. 本题中的相等关系是：

甲队 3 天的工作量 + 甲、乙两队合作若干天的工作量 = 工作总量 .

解： 设还需 x 天才能完成任务 . 根据题意列方程，得

$$\frac{3}{15} + \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{9}\right)x = 1 .$$

解这个方程，得

$$x = 4.5.$$

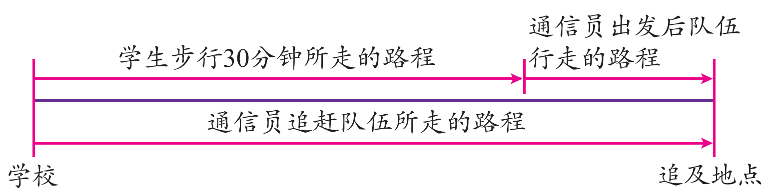
答：甲、乙两队合作还需要 4.5 天才能完成任务 .

练习

1. 甲、乙两人共同加工 840 个零件，预计 8 天完成．如果甲每天比乙多加工 5 个零件，那么，甲、乙两人每天各加工多少个零件？
2. 打印一份文件，甲单独完成要 4 小时，乙单独完成要 6 小时．如果甲、乙两人合作完成，需要多少小时？

例 7 某中学的学生以 4 千米 / 时的速度步行去某地参加社会公益活动．出发 30 分钟后，学校派一名通信员骑自行车以 12 千米 / 时的速度去追赶队伍．请问通信员用多少时间可以追上队伍．

分析： 根据题意，画出示意图：



并有如下的相等关系：学生步行 30 分钟所走的路程 + 通信员出发后队伍行走的路程 = 通信员追赶队伍所走的路程．

解： 设通信员用 x 小时可以追上队伍，据题意列方程，得

$$4x+4\times\frac{1}{2}=12x.$$

列方程时要注意统一单位．

解这个方程，得

$$x=\frac{1}{4}.$$

$$\frac{1}{4}\text{小时}=15\text{分}.$$

答：通信员用 15 分钟可以追上队伍．

练习

1. 要铺设一条 650 米长的地下管道，由甲、乙两个工程队从两头相向施工．甲队每天铺设 48 米，乙队每天比甲队多铺设 22 米，而乙队比甲队晚开工 1 天．问乙队开工多少天后，两队完成铺路任务的 80%.
2. A，B 两地相距 15 千米，甲每小时行走 5 千米，乙每小时行走 4 千米．甲、乙两人分别从 A，B 两地出发，背向而行，请问几小时后，两人相距 60 千米？
3. 甲、乙两个车站相距 240 千米，一列货车从甲站开出，每小时行驶 48 千米，一列客车从乙站开出，每小时行驶 72 千米．
   (1) 两列火车同时开出，相向而行，多少小时后两车相遇？
   (2) 货车从甲站开出 1 小时后，客车从乙站开出，两车同向行驶，几小时后客车可以追上货车？

有趣的古代数学问题举例．

例 8 鸡兔同笼，共有头 26，足 72，问鸡、兔各几何．

解法 1： 设笼中有 x 只鸡，那么兔子有 $(26-x)$ 只．

根据题意列方程，得

$$2x+4(26-x)=72.$$

解这个方程，得

$$x=16.$$

$$26-x=26-16=10.$$

答：笼中有 16 只鸡，10 只兔子．

解法 2： 根据题意，得

$$26\times4-72=32.$$

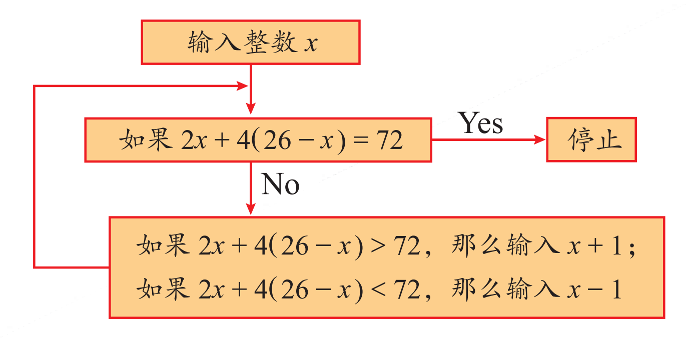
$$32\div(4-2)=16.$$

$$26-16=10.$$

答：笼中有 16 只鸡，10 只兔子．

请你比较一下这两种解法有什么不同，并与同学们交流你的看法．

我们还可以用计算机来解决这类问题．计算程序如下：



思考 怎样选择初始时输入的 x 的值？

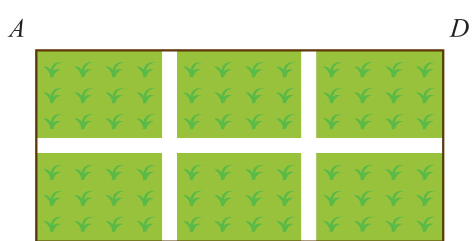
练习

1. 今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四．问人数、物价各几何．（几个人一起去购买物品，如果每人出 8 钱[①]，那么剩余 3 钱；如果每人出 7 钱，那么差 4 钱．问有多少人，物品的价格是多少）
2. 今有善田一亩，价三百；恶田七亩，价五百．今并买一顷[②]，价钱一万．问善田、恶田各几何．（用 300 钱可以买 1 亩良田，用 500 钱可以买 7 亩薄田．现在用 10 000 钱买了 1 顷土地，问良田、薄田各买了多少亩）[③]

习　题　2－3

★基础★

1. 如图，小区规划在一个长 56 米、宽 26 米的长方形场地上修建三条同样宽的甬道，使其中两条与 AB 平行，另一条与 BC 平行，场地的其余部分种草，并使每一块草坪的面积相等．如果甬道的宽度为 2 米，求每一块草坪的面积是多少平方米．



（第 1 题）

①“钱”为古代货币单位．
② 1 顷 = 100 亩．
③以上两题摘自《九章算术》．

2. 为保护环境，某校环保小组成员小明积极收集废电池．第一天收集 1 号电池 4 节，5 号电池 5 节，总质量为 460 克；第二天收集 1 号电池 2 节，5 号电池 3 节，总质量为 240 克．
(1) 求 1 号和 5 号电池每节分别重多少克．
(2) 学校环保小组为估算 4 月份收集废电池的总质量，他们随意抽取了该月某 5 天每天收集废电池的数量，如下表：

	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天
1 号废电池的数量 / 节	29	30	32	28	31
5 号废电池的数量 / 节	51	53	47	49	50

根据此表请你估算一下这个月（按 30 天计算）环保小组收集废电池的总质量是多少千克．

3. 某新华书店原有图书若干本，第一天售出总数的 $\frac{1}{2}$，第二天运进 900 本图书，第三天售出现有图书的 $\frac{1}{3}$ 还多 40 本，结果书店还有 800 本图书．请问书店原有图书多少本？

4. 一桶油连桶重 11 千克，把油倒出 $\frac{3}{4}$ 后，剩余的油和桶共重 3.5 千克，请问这桶油重多少千克，桶重多少千克？

5. 如果两个角的度数之和为 146°，它们的差为 82°，求这两个角的度数．

6. 学校购买了若干台计算机，如果每个计算机教室安装 40 台，还缺 15 台；如果每个计算机教室安装 35 台，还多 20 台．问：学校购买了多少台计算机？学校有多少个计算机教室？请你为学校设计一个方案，使购买的计算机都安装上．

7. 一块长方形菜地，长 40 米，宽 35 米，种植黄瓜和西红柿．如果种植黄瓜的面积比种植西红柿的面积大 80%，那么种植黄瓜、西红柿各占多少平方米？

8. 印刷厂把装订一批图书的任务，平均分给甲、乙两个小组．当甲组完成自己任务的 $\frac{5}{6}$ 时，乙组刚完成 $\frac{3}{4}$，这时甲组比乙组多装订 126 本．这批图书一共有多少本？

9. 工厂计划交给王刚和李明生产一批零件的任务，王刚单独做要用 9 小时，李明单独做要用 12 小时．两人合作了 8 小时，结果比计划多生产 200 个．请问计划生产多少个零件？

10. 一列客车和一列货车同时从相距 1 000 千米的两城市相对开出，4.5 小时后两车还相距 55 千米，已知客车的速度比货车的速度快 $\frac{1}{3}$，求客车、货车的速度各是多少．

11. 某地要进行一项工程的改造，甲工程队单独施工需要 8 个月完成，乙工程队单独施工需要 12 个月完成．现在由于工程的原因，由甲工程队先单独施工 1 个月，乙工程队

接着单独施工 3 个月后，剩下的部分由甲、乙两个工程队合作完成，这样完成这项工程一共用了多长时间？

★★提升★★

1. 某人从甲地到乙地，如果每小时走 15 千米，就能比预计时间早 24 分钟，如果每小时走 12 千米，就要晚 24 分钟，问甲、乙两地相距多少千米？
2. 某商品的进价为 800 元，出售时标价为 1 200 元．后来由于该商品积压，商店准备打折出售，但要保持利润率不低于 5%，最多打几折？
3. 某企业生产一种产品，每件成本价是 400 元，销售价为 520 元，本季度销售了 m 件．为进一步扩大市场，该企业决定在降价销售的同时降低生产的成本．经过市场调研，预测下季度如果这种产品每件销售价降低 5%，销售量将提高 20%. 要使销售利润（销售利润 = 销售价 − 成本价）保持不变，该产品每件的成本价应该降低多少元？

阅读理解

“方程”名称的来源

“方程”名称出自中国古代数学中最重要的数学著作《九章算术》.《九章算术》采用问题集的形式，全书共收集了246个问题，分为九章，其中的第八章叫“方程”章，“方程”一词就源于这里．不过，古今“方程”一词的含义很不相同．现在，我们把含有未知数的等式叫方程．古时候，“方程”是一些由数字排列成的长方形方阵，大体上相当于现在的一次方程组．

“方程”章的第1题是一个被许多数学家经常引用的题目．用现代语言叙述就是：

今有上等禾3捆，中等禾2捆，下等禾1捆，打下来的粮食共39斗[①]；上等禾2捆，中等禾3捆，下等禾1捆，打下来的粮食共34斗；上等禾1捆，中等禾2捆，下等禾3捆，打下来的粮食共26斗．问上、中、下三等禾每捆各打多少斗粮食？

如果用现代的数学方法来解决，就是设上、中、下三等禾每捆打下来的粮食分别可以是x，y，z斗，根据题意列方程组，得

$$\begin{cases}3x+2y+z=39,\\2x+3y+z=34,\\x+2y+3z=26.\end{cases}$$

古时候，未知数不是用字母表示的，是用“算筹”来代替的．“算筹”是用竹子或动物骨骼等制成的同样长短的小棍．可以把它们排成各种形状用来代表数，如图2－3.

① 古代容积单位，1斗＝10升．

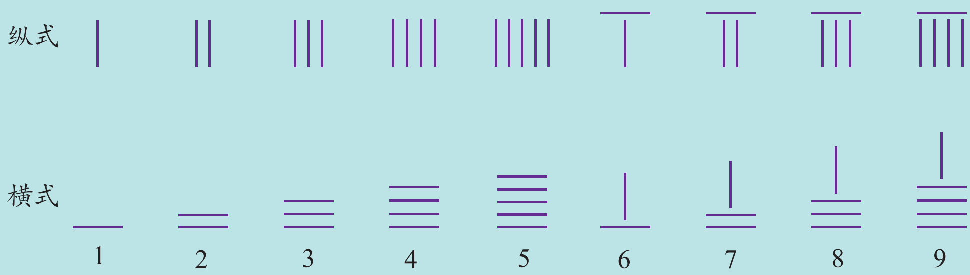


图 2－3

解决上面的问题时，首先用算筹把各个未知数的系数和常数项排列成方阵，如图 2－4．

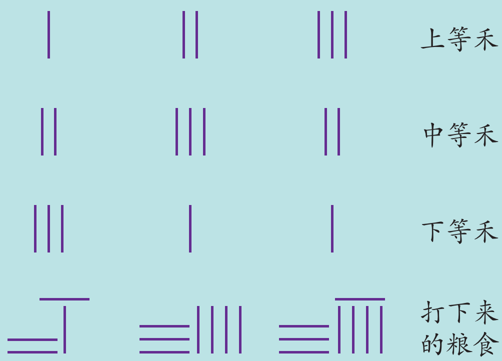


图 2－4

从上往下看，右列相当于方程组中的第一个方程，中列相当于第二个方程，左列相当于第三个方程．把算筹这样摆好后，就叫做列了一个“方程”．

在《九章算术》中已将上面用算筹数码布列的方程换作用阿拉伯数码布列（如图 2－5），这就是“方程”这一名称的来源．特别需要指出的是，针对这个问题《九章算术》还给出了一种相当规范的解法，从而非常完美地解决了这个问题．这种解法在《九章算术》中称之为方程术，《九章算术》方程术是世界数学史上的一颗明珠．

1	2	3
2	3	2
3	1	1
26	34	39

图 2－5

回顾与整理

知识要点

本章学习的知识主要有：用字母表示数、代数式和代数式的值、同类项、等式的基本性质、方程的有关概念、一元一次方程的解法和一元一次方程的应用等．

1. 主要的基本概念和性质．

(1) 代数式的值．

用数值代替代数式里的字母，按照代数式原有的运算关系计算得出的结果，叫做代数式的值．

(2) 方程．

含有未知数的等式叫做方程．

任何一个一元一次方程，经过整理都可以化为 $ax+b=0$（其中 $a\neq 0$）的形式．我们把只含有一个未知数，未知数的次数是 1，系数不等于 0 的方程，叫做一元一次方程．

使方程左、右两边的值相等的未知数的值叫做方程的解．

求方程的解的过程叫做解方程．

解方程的主要依据是等式的基本性质和运算律．

(3) 等式的基本性质．

① 在等式的两边都加上（或减去）同一个数或整式，所得的等式仍然成立．

② 在等式的两边都乘（或除以）同一个数（除数不能是 0），所得的等式仍然成立．

2. 最简方程 $mx=n(m\neq 0)$ 是最简单的一元一次方程，应用等式的基本性质 2，可以把它的系数化为 1，从而得到方程的解 $x=\dfrac{n}{m}$．

3. 解一元一次方程的过程就是通过去分母、去括号、移项、合并同类项等变形，把一个一元一次方程转化为 $mx=n(m\neq 0)$ 的形式再求解的过程．

4. 列方程解应用题的过程是把实际问题转化为数学问题的过程．

学习指导

1. 用字母表示数体现了特殊与一般的辩证关系.

特殊与一般是一个重要的辩证关系，在学习数学中有广泛的应用.当用字母表示数时，代数式体现了问题的广泛性和一般性；当代数式中的字母代表特定的数值时，它反映了问题的特殊性.代数式与代数式的值恰是这样的辩证关系的一种体现.

2. 在学习一元一次方程的概念时，运用了对比、归纳、概括的学习方法.

对问题进行分类，进行对比、归纳、概括是认识问题的基本方法，学习这种方法有助于发展我们的思维，提高我们解决问题的能力.

3. 等式的基本性质是通过实验的方法得到的.

数学的发现往往离不开数学实验.在数学实验中，观察、发现、猜想是研究问题的重要过程.因此要注意在数学实验中培养自己的观察能力，要学会比较，要善于发现问题，进行合理的猜想.数学猜想需要经过论证才能确定猜想的正确性，但是有时由于我们的知识基础、生活经验的局限，论证要在适当的时候进行.

4. 学习一元一次方程的解法是运用了化归的方法.

我们首先研究了最简方程——$mx=n(m\neq0)$的解法.对于比较复杂的一元一次方程，可以运用去分母、去括号、移项、合并同类项等变形，逐步将复杂的一元一次方程化归为最简方程求解.

研究数学问题常常是由简单到复杂、由特殊到一般、由具体到抽象去分析解决的，这种研究问题的方法符合人们的认识规律，在今后的学习中我们还会继续运用这种方法来解决问题.

5. 学习数学重在应用.

本章学习的一元一次方程是解决实际问题的一种工具，通过列方程解决某些问题也是数学的一种基本方法.

建立方程的过程，实际是学习用数学的语言——符号语言、图形语言等来表示相等关系的过程，要在学习中学会选择恰当合理的方式去分析问题和解决问题.在学习中要注意理论联系实际，努力培养应用数学的意识，提高分析问题、解决问题的能力.

复 习 题

★基础★

1. 解下列方程：

（1）$3x-2=3(4x-5)$；　　（2）$2.4y-3.12=1.2(y+4.1)$；

（3）$\dfrac{2x-5}{6}-\dfrac{3x+1}{2}=1$；　　（4）$\dfrac{2x+3}{0.2}-\dfrac{x-7}{0.5}=5$.

2. 当 k 为何值时，关于 x 的方程 $(k-2)x-8=x-1$ 的解是 -2？
3. 已知代数式 $8x-7$ 的值与代数式 $6-2x$ 的值互为相反数，求 x 的值 .
4. 某工地有两个工程队施工，甲队 60 人，乙队 80 人 . 现在从两个队各调若干人到第二个工地协助施工，其余的人仍在原工地继续施工 . 如果乙队调出人数是甲队调出人数的 3 倍，甲队所剩人数是乙队所剩人数的 2 倍，问两队共调到第二个工地多少人？
5. 黄豆发成豆芽后，质量可以增加 7.5 倍 . 要得到 3 400 千克这样的豆芽，需要多少千克黄豆？
6. 某人从甲地去乙地，第一天走了全程的一半还少 20 千米，第二天走了剩下的一半多 20 千米，这时还剩 50 千米的路程 . 问甲、乙两地相距多少千米？
7. 一个人骑车从甲地到乙地原计划 3 小时到达，但因身体不适，只得放慢速度，平均每小时比原计划少走 3 千米，结果 4 小时到达，问原计划的速度是多少？
8. 一客车从甲站开往乙站，1 小时 30 分后，一快车也从甲站开出，当客车开出 15 小时后，快车不仅追上客车，而且超过客车 15 千米 . 已知客车每小时比快车少行 10 千米，求两车的速度 .
9. 要加工 200 个零件，甲先单独加工了 5 小时，然后又与乙一起加工了 4 小时完成任务 . 已知甲每小时比乙多加工 2 个零件，问甲、乙每小时各加工多少个零件？

★★提升★★

1. 已知 $x=\dfrac{3}{2}$ 是关于 x 的方程 $4(x-3a)+3=1-7a$ 的解，求 a 的值 .
2. 在一条公路上有相距 650 千米的甲、乙两个车站 . 吉普车从甲站开出，每小时行驶 52 千米；小轿车从乙站开出，每小时行驶 78 千米 . 两车同时开出，经过多少小时两车的距离为 130 千米？（提示：要讨论行驶方向及两车的位置）
3. 将九个正整数分别填入右图中的九个小方格中，使每行、每列、

	k	

（第 3 题）

两条对角线上的三个数之和均相等．设这九个正整数之和为 S，中间方格中所填的数是 k，那么 S 是 k 的几倍？

4. 某学校七年级（1）班学生用班费向某出版社邮购50本数学课外读物，每本书定价为7.50元．出版社规定：邮购10本以下（包括10本）需另加邮购费3元；邮购10本以上（不包括10本）需加书价15%的邮购费．在邮局汇款时，每100元汇款需付汇费1元；汇款不足100元时，按100元汇款付汇费．

班委会讨论了两种不同的邮购方案：方案一是每次邮购10本，分5次邮购；方案二是一次性邮购50本．请你考虑采用哪种方案邮购更省钱，为什么？

第三章
简单的几何图形

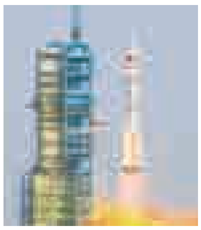
北京市于2008年成功举办了奥运会，极大地振奋了我国的民族精神，首都人民在中华世纪坛燃放礼花进行庆祝．你仔细观察过礼花运动形成的美丽曲线吗？

在科研、生产及日常生活中，我们会遇到各种各样的图形．千姿百态的图形装点着我们的生活空间．在这一章里，我们将学习几种简单的图形．

一、对图形的认识

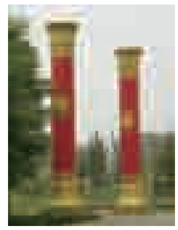
3.1 平面图形与立体图形

立式空调



“长征”二号 F 遥 9
运载火箭

卢浮宫入口处建筑

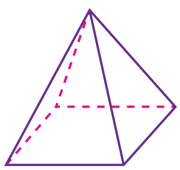


民族团结柱

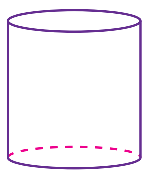
图 3 – 1

请看图 3 – 1，我们可以从中抽象出图 3 – 2 中的哪些图形？

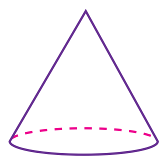
长方体



四棱锥



圆柱

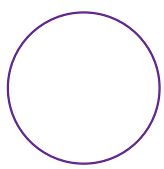


圆锥

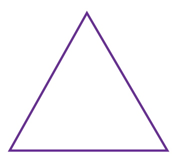
图 3 – 2

长方体、四棱锥的侧面，圆柱、圆锥的底面分别是图 3 – 3 中的哪种图形？

长方形



圆



三角形

图 3 – 3

图 3 – 2 中的图形都是**立体图形**，而图 3 – 3 中的图形都是**平面图形**.

练习

1. 举一个立体图形的实例 .
2. 举一个平面图形的实例 .

3.2 某些立体图形的展开图

某些特殊形状的立体图形是由若干个平面图形围成的，我们可以把它展开成平面图形 .

图 3－4 是一个装药的纸盒，它是一个立体图形，共有六个面，每个面都是长方形 . 我们可以将它展开成图 3－5 的形状 .

图 3－4

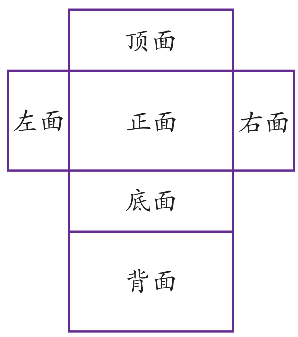


图 3－5

图 3－6 是一个圆柱形的饮料筒，将它的侧面及上、下两个底面展开后，可以得到图 3－7 的形状 .

图 3－6

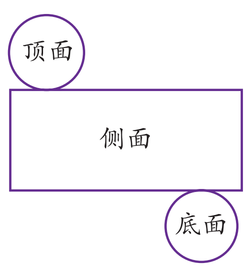


图 3－7

图 3－8 是一个蛋筒冰淇淋，蛋筒部分可以看做是一个圆锥，它的侧面展开后可以得到图 3－9 的形状．

图 3－8

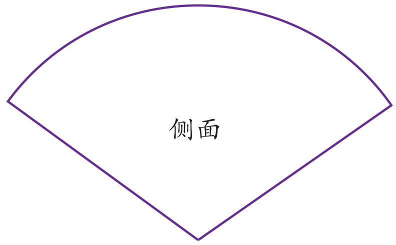
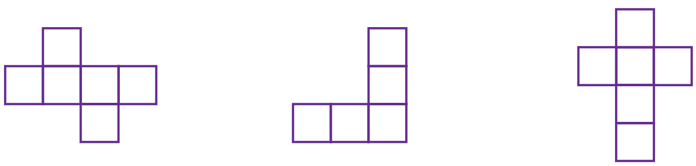


图 3－9

探索

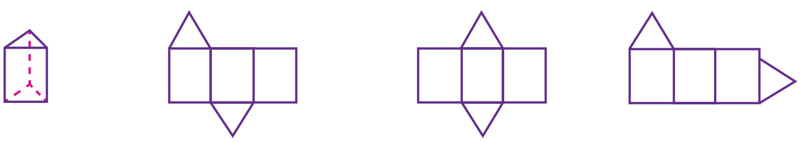
1. 在图 3－10 的三个图形中，哪些是正方体纸盒展开后得到的图形？



(1)　　(2)　　(3)

图 3－10

2. 在图 3－11 的三个图形中，哪些是由三棱柱纸盒展开后得到的图形？



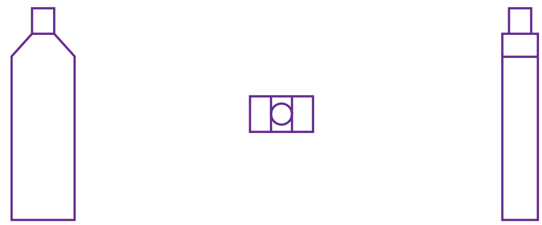
三棱柱纸盒　　(1)　　(2)　　(3)

图 3－11

3.3 从不同方向观察立体图形

如果我们从不同的方向去观察一个立体图形，得到的平面图形可能是不一样的．如果我们从正面、上面、左面三个方向去观察某种玻璃容器，得到三个

平面图形（图 3－12）. 你能想象出实物是什么样的吗?



从正面看　　从上面看　　从左面看

图 3－12

探索

1. 图 3－13 是一个长方体，如果从正面、上面、左面三个不同的方向去观察它，分别得到什么样的平面图形?

图 3－13

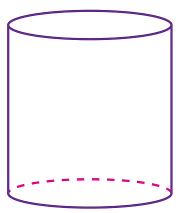


图 3－14

2. 图 3－14 是一个圆柱体，如果从正面、上面、左面三个不同的方向去观察它，分别得到什么样的平面图形?

3. 有一个乒乓球，如果从正面、上面、左面三个不同的方向去观察它，分别得到什么样的平面图形?

实践

图 3－15 是一个带槽的长方体，如果从正面、上面、左面三个不同的方向去观察它，试画出你观察到的平面图形的示意图.

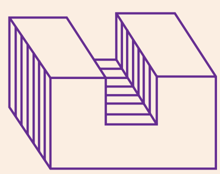
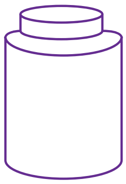


图 3－15

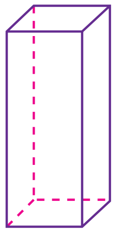
习　题　3－1

★基础★

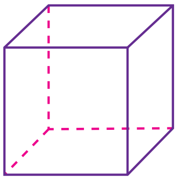
1. 三角形是平面图形，还是立体图形？
2. 如图所示的是一个药瓶的示意图，它是由两个什么几何体组成的？
3. 如图是一个长方体纸盒的示意图，它的上、下底面是正方形，四个侧面是长方形，你能想象出它的展开图是什么样吗？



（第 2 题）



（第 3 题）

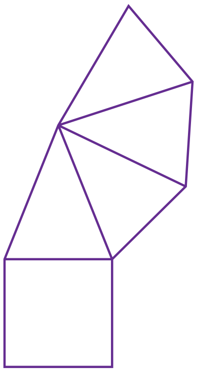


（第 4 题）

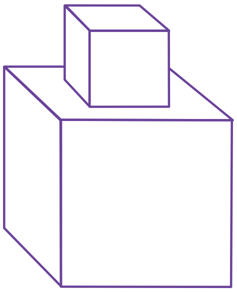
4. 如图是一个正方体，从正面、上面、左面观察，它们分别是什么样的图形？你能试着画出来吗？

★★提升★★

1. 三根火柴首尾相接，组成的图形是平面图形，还是立体图形？四根火柴呢？仔细想想看，再动手试一试.
2. 你能用六根火柴拼出边长相等的四个三角形吗？
3. 一个立体图形的展开图，如图所示，你能想象出它是一个什么立体图形吗？
4. 由两个正方体组成的图形，如图所示，从正面、上面、左面观察它，分别得到什么样的图形？你能试着画出来吗？



（第 3 题）



（第 4 题）

二、直线、射线、线段

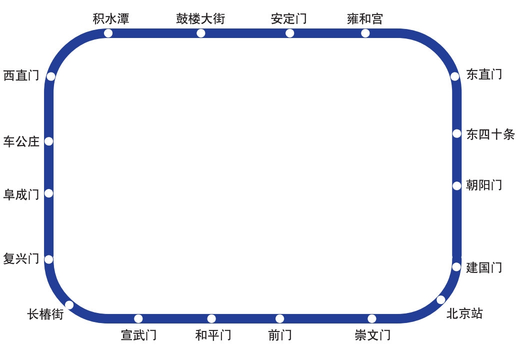
3.4 点、线、面、体

我们用削尖的铅笔在纸上轻轻一点，于是纸上便出现一个小小的黑点，这给我们留下了**点**的形象（图 3－16）.

• A

图 3－16

点可以用来表示位置，如图 3－17，在北京地铁路线图（部分）上用点来表示一个车站的位置；在星图上用点来表示某一个星体的位置．



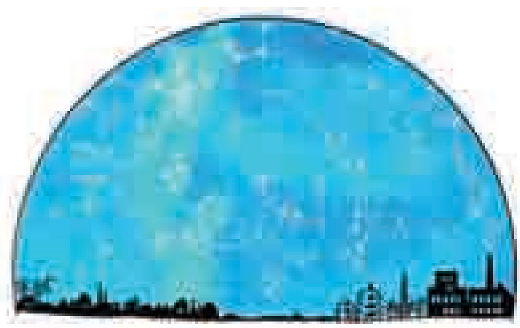


图 3－17

我们常用一个大写字母来表示点，比如，在图 3－16 中的点记为“点 A”．

探索

1. 如图 3－18，用一支削尖的铅笔，使笔尖沿着一根直尺的边在纸上移动，会出现一个什么图形？

图 3－18

2. 如图 3 − 19，使圆规装有铅笔的一只脚在纸上绕着它的另一只装有铁尖的脚旋转一周，铅笔会画出一个什么图形？


图 3 − 19

我们看到，如果把笔尖看成一个点，当这个点运动时，便得到了一条线，这条线可能是直线，也可能是曲线，这给我们以“点动成线”的形象．

思考

燃放烟花时形成的美丽曲线，给我们以“点动成线”的形象．你还能举出类似的例子吗？

在图形计算器的“几何”功能界面上画一个点，然后选中这个点，在“菜单”的“跟踪”中选中“几何跟踪”，然后拖动这个点，你能看到如图 3 − 20 那样的图形．用图形计算器还可以画出美丽的五环图（图 3 − 21）．

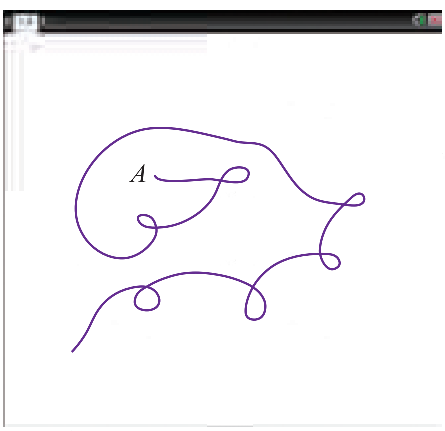


图 3 − 20

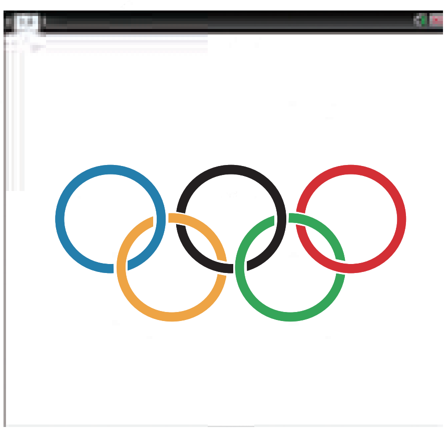


图 3 − 21

思考

汽车前面挡风玻璃上的雨刷器在摆动时，为什么可以刮去雨水?

雨刷器的摆动给我们以“线动成面”的形象．当“线动成面”时，所成的面可能是平面，也可能是曲面．

如图 3－22，在图形计算器的“几何”功能界面上，使长方形 $ABO'O$ 以 $O'O$ 为轴旋转，边 BA 留下的痕迹即为一个曲面．

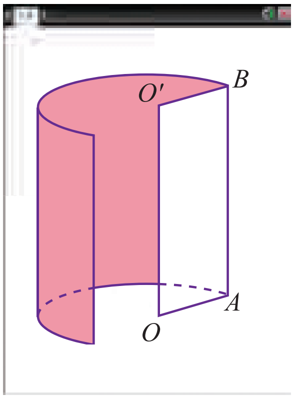


图 3－22

下面我们来做一个实验：

把一枚硬币立在桌面上，用左手的食指指尖轻轻按在硬币的顶部，然后用右手的手指对硬币的边缘用力一弹，这枚硬币便旋转起来．当它旋转时，我们好像看到了一个球．这给我们以“面动成体”的形象．

3.5 直线、射线、线段

1. 直线

一根拉紧的线绳，给我们以**直线**的形象．

直线是向相反的两方无限延伸着的．我们可以利用直尺或三角尺的边画直线，但画出的只是直线的一部分．

直线可以用两个大写字母表示，也可以用一个小写字母表示．图 3－23 中的直线可以表示成“直线 AB”或“直线 l”．

图 3－23

探索

用三角尺或直尺等按要求画出以下的线：

(1) 在纸上画一个点 A，过点 A 的直线能画多少条？画画看.

(2) 在纸上画一个点 B，过点 B 的曲线能画多少条？画画看.

(3) 在纸上画 A,B 两个点，过点 A 和点 B 的直线能画多少条？画画看.

(4) 在纸上画 C,D 两个点，过点 C 和点 D 的曲线能画多少条？画画看.

通过画图我们发现，过一点可以画无数条直线，也可以画无数条曲线（图 3－24）；过两点只能画一条直线，但可以画出无数条曲线（图 3－25）.

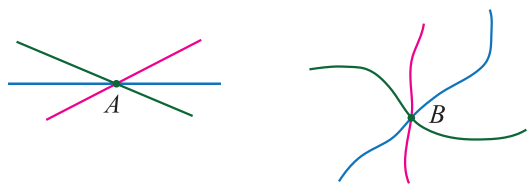


图 3－24

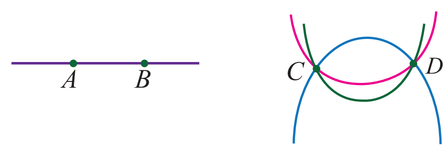


图 3－25

在“探索”的几种情况中，其中第（3）种情况应用最广泛，我们把它总结出来，作为直线的一个事实：

经过两点有一条直线，并且只有一条直线.

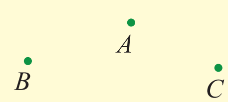
简述为：**两点确定一条直线.**

要把一根木条在墙上钉牢，至少要钉几枚钉子？为什么？

思考

练习

用直尺画出过图中两点的所有直线，并把它们表示出来.



2. 射线

在黑暗的地方我们用手电筒射出一道光柱，这条光柱给我们以射线的形象(图 3－26).

直线上的一点和它一旁的部分叫做**射线**，这个点叫做射线的**端点**．

射线可以用表示端点的一个点和射线上另一个点的两个大写字母表示，但表示端点的字母要写在前边；也可以用一个小写字母来表示．图 3－27 中的射线可以表示为“射线 OA”，也可以表示为“射线 l”．

图 3－26

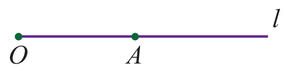
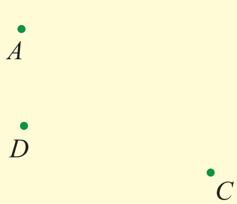


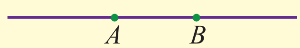
图 3－27

练习

1. 用直尺在下图中任意画出射线 AB 和射线 CD.



(第 1 题)



(第 2 题)

2. A，B 是直线上的两个点，问图中分别以 A，B 为端点的射线共有多少条，写出其中的两条射线．
3. 射线 OA 和射线 AO 表示的是同一条射线吗？为什么？画画看．

3. 线段

直线上两个点和它们之间的部分叫做**线段**，这两个点叫做线段的端点．

请你观察教室中的物体，其中哪些可以看做线段？

线段可以用两个大写字母表示，也可以用一个小写字母来表示．图 3－28 中的线段可以表示为“线段 AB”，也可以表示为“线段 a”．

图 3－28

我们常用刻度尺来度量线段的长．长度单位换算如下：

1 km＝1 000 m（即 1 千米＝1 000 米）；

1 m＝10 dm（即 1 米＝10 分米）；

1 dm＝10 cm（即 1 分米＝10 厘米）；

1 cm＝10 mm（即 1 厘米＝10 毫米）.

图 3－29 中 C，D 是线段 AB 上的两个点．图中共有多少条分别以 A，B，C，D 中的两点为端点的线段？分别用字母把它们表示出来．任选其中的两条线段，比较一下它们的长短．

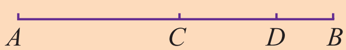


图 3－29

思考

交流

在一块长方形的图板上（如图 3－30），一只蚂蚁从点 A 出发，沿着几条不同的路线向点 B 爬行．哪条路线最近？你也可以动手画一画，找出其他的路线，量一量，再得出结论．

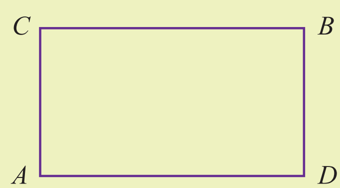


图 3－30

在实践的基础上，人们总结出有关线段的一个事实：

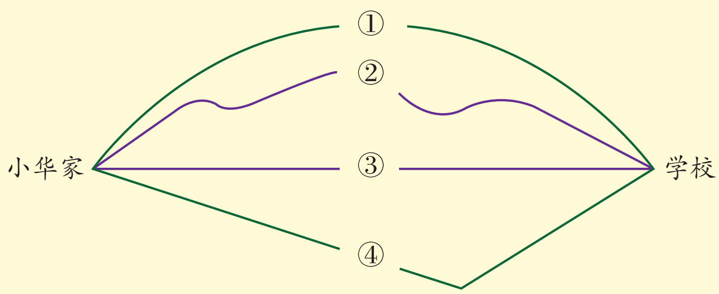
在所有连接两点的线中，线段最短．

简述为：**两点之间线段最短**．

连接两点的线段的长，叫做这**两点间的距离**．

练习

如图，从小华家去学校共有 4 条路，第__________条路最近．理由：____．



问题解决

1. 如图 3－31，从 A 到 C 有两条路线可走：

一条是 $A\to B\to C$；

另一条是 $A\to D\to E\to F\to G\to H\to C$.

先估计一下哪条路线近，再量量看，与估计的结果作比较（精确到 1 mm）.

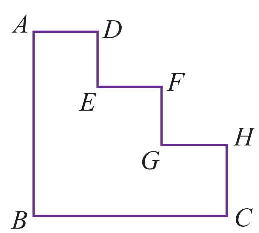


图 3－31

2. 寻求最短的路线．

如图 3－32，用长方形纸片卷成一个圆柱形的纸筒，如果一只蜘蛛在点 A 处，一只小昆虫在点 B 处．请你想一想，蜘蛛沿什么路线爬行，才能以最短的路线接近小昆虫．

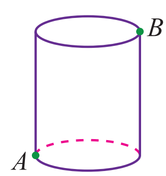


图 3－32

思考

如图 3 − 33，请你先量一量线段 AB 的长度，然后在线段 AB 上画一点 C，使线段 $AC = BC$. 怎样确定点 C 的位置呢？

图 3 − 33

如果点 C 是线段 AB 上的一点，并且满足 $AC = BC$，那么点 C 叫做线段 AB 的**中点**.

在图 3 − 34 中，C 是线段 AB 的中点，那么可以用以下三种方法来表示：

(1) $AC = BC$；

(2) $AC = \frac{1}{2}AB$（或 $BC = \frac{1}{2}AB$）；

(3) $AB = 2AC$（或 $AB = 2BC$）.

图 3 − 34

例 已知：如图 3 − 35，线段 $AB = 10$，点 C 为线段 AD 的中点，线段 $AC = 4.5$，求线段 DB 的长.

图 3 − 35

解： $\because$ 点 C 为线段 AD 的中点，$AC = 4.5$，

$\therefore$ $AD = 2AC = 2 \times 4.5 = 9$.

$\therefore$ $DB = AB - AD = 10 - 9 = 1$.

注意数形结合.

利用直尺可以把一条线段向两方任意延长.

图 3 − 36

图 3 − 37

如图 3 − 36，称为延长线段 AB，或称为反向延长线段 BA；

如图 3 − 37，称为延长线段 BA，或称为反向延长线段 AB.

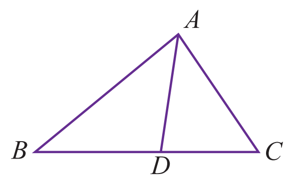
图中延长的部分叫做原线段的**延长线**.

习 题 3-2

★基础★

1. 让铅笔尖在纸面上运动，画出一个美丽的图案．
2. 你能举一个“点动成线”的例子吗？
3. 你能举一个“线动成面”的例子吗？
4. 你能举一个“面动成体”的例子吗？
5. 画一条直线和一条射线，使它们没有公共点．
6. 画一条射线和一条线段，使它们没有公共点．
7. 已知：如图，C 是线段 AB 的中点，D 是线段 AC 的中点，E 是线段 BC 的中点，试写出图中相等的线段．

（第 7 题）



（第 8 题）

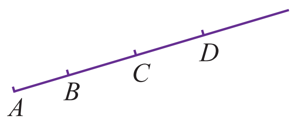
8. 已知：如图，D 是 BC 上的一点．图中共有多少条线段？分别把它们写出来．
9. 如图，点 C 是线段 AB 上的点，点 D 是线段 BC 的中点，$AB=10$，$AC=6$，求线段 CD 的长．

（第 9 题）

★★提升★★

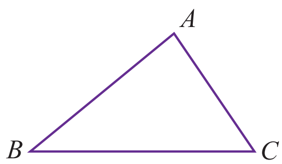
1. 在公园里用喷灌浇花草时，水珠运动时出现什么现象？
2. 用刀切豆腐时，会出现什么现象？
3. 如图，想一想，以 AB 为轴旋转这个图形可以得到怎样的图形，试着画出来．
4. 谜语“千条线，万条线，落在水里都不见”中说的是什么自然现象？
5. 如图，在以点 A 为端点的射线上任意取 B，C，D 三个点，图中共有多少条射线？写出其中的 3 条．

（第 3 题）



（第 5 题）

6. 在直线 l 上取 m 个点，使图中一共出现 8 条射线，m 应等于多少？
7. 刘力在纸上画了一条直线、一条射线和一条线段，结果它们之间只出现了两个公共点．你能画出满足这个条件的一个图形吗？
8. 量出图中线段 AB，BC，AC 的长，再比较 $AB+AC$ 与 BC 的大小关系．



（第 8 题）

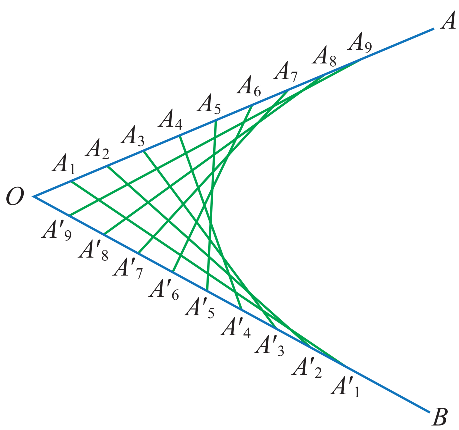
9. 用一根直尺能画出一条曲线，你认为可以做到吗？照下面的方法试一试：

（1）先画射线 OA，OB；

（2）在 OA 上用刻度尺或圆规取 9 条相等的线段，分别在端点标上 A_1，A_2，A_3，A_4，A_5，…，A_9；

（3）在 OB 上也取同样长度的 9 条线段，分别在端点标上 A'_9，A'_8，A'_7，A'_6，A'_5，…，A'_1；

（4）连接 $A_1A'_1$，$A_2A'_2$，$A_3A'_3$，…，$A_9A'_9$，观察图中出现了什么曲线．



（第 9 题）

三、角

3.6 角及其分类

1. 角及其表示

探索

请用三角尺、直尺或量角器画一个角．

我们知道，在图 3－38 中，剪刀张开的两个刃、钟表的时针和分针都给我们以角的形象．

从一点引出的两条射线所形成的图形叫做**角**，这个点叫做**角的顶点**，这两条射线叫做**角的边**．

角又可以看做一条射线绕着它的端点旋转时，旋转终止位置与旋转开始位置形成的图形．旋转开始位置叫做**角的始边**，旋转终止位置叫做**角的终边**（图 3－39）．

图 3－38

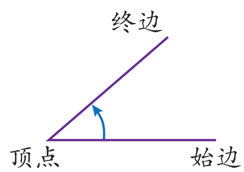


图 3－39

角通常用三个大写字母表示，表示顶点的字母写在中间．图 3－40（1）中的角可以表示成$\angle AOB$，在角的顶点处只有一个角的情况下，$\angle AOB$ 也可以写成$\angle O$；角也可以用阿拉伯数字表示，如图 3－40（2）中的$\angle 1$，$\angle 2$；角还可以用小写希腊字母表示，如图 3－40（3）中的$\angle \alpha$，$\angle \beta$.

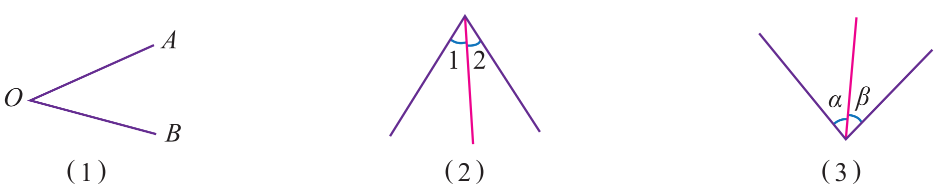
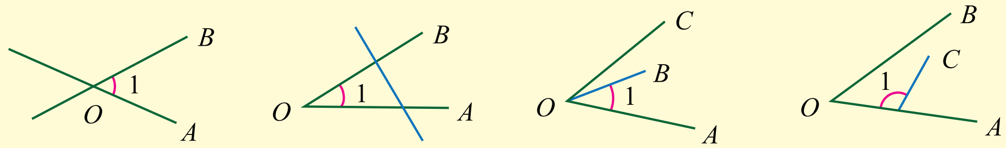


图 3－40

练习

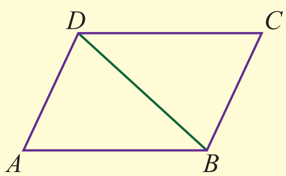
1. 下列图形中，能用∠1，∠AOB，∠O 三种方法表示同一个角的图形是（　　）.



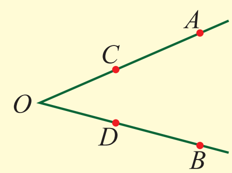
A　　B　　C　　D

（第 1 题）

2. 图中共有几个角？分别把它们写出来 .



（第 2 题）



（第 3 题）

3. 图中的∠O 还可以怎样表示？

思考

观察图 3－41 中用同一块三角尺画出的两个角．你觉得哪一个角大？用三角尺比比看．

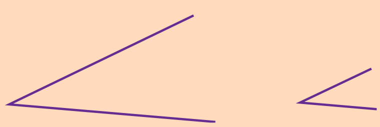


图 3－41

一个角的大小和它的边的长短有关吗？

2. 角的分类

我们观察钟表指针的转动：

分针从指向“12”的位置开始旋转，当它旋转到指向“6”的位置时，分针的终止位置和它的开始位置恰在一条直线上，这样形成的角叫做**平角**．

当分针继续旋转，回到指向“12”的位置时，它整整旋转了一圈，这样形成的角叫做**周角**．

平角的一半叫做**直角**．图 3－42(1) 中时针与分针所成的角就是直角．

我们得到：

1 周角 ＝ 2 平角 ＝ 4 直角．

小于直角的角叫做**锐角**．图 3－42(2) 中时针与分针所成的角就是锐角．

大于直角而小于平角的角叫做**钝角**．图 3－42(3) 中时针与分针所成的角就是钝角．

(1)　　(2)　　(3)

图 3－42

思考

你能否举出一个时刻，使钟表的时针和分针形成的角是一个锐角、一个直角、一个钝角、一个平角、一个周角吗?

3.7 角的度量与角的换算

度量一个角的大小的基本单位是“度”．把周角分成 360 等份，每 1 份叫做 1 度的角；把 1 度的角再分成 60 等份，每 1 份叫做 1 分的角；把 1 分的角再分成 60 等份，每 1 份叫做 1 秒的角．

度、分、秒分别用“°”、“′”、“″”来表示．例如，25 度 42 分 57 秒记作 $25°42'57''$.

例 1 计算：

(1) 把 $8.32°$ 换算成度、分、秒；

(2) 把 $26°48'$ 换算成度．

解： (1) $\because\quad 60' \times 0.32 = 19.2'$,

$60'' \times 0.2 = 12''$,

$\therefore\quad 8.32° = 8°19'12''$.

注意进制！

(2) $\because\quad 48' = \left(\dfrac{48}{60}\right)^{\circ} = 0.8°$,

$\therefore\quad 26°48' = 26.8°$.

例 2 计算：

(1) $15°30'46'' + 38°45'25''$；

(2) $100° - 60°52'10''$；

(3) $20°30'40'' \times 2$；

(4) $125° \div 4$.

解： (1) $15°30'46'' + 38°45'25''$

$= 53°75'71''$

$= 53°76'11''$

$= 54°16'11''$；

(2) $100° - 60°52'10''$

$= 99°59'60'' - 60°52'10''$

$= 39°7'50''$；

(3) $20°30'40'' \times 2$

$= 40°60'80''$

$= 41°1'20''$；

(4) $125° \div 4 = 31.25°$,

$\because \quad 60' \times 0.25 = 15'$,

$\therefore \quad 125° \div 4 = 31°15'$.

周角等于多少度？平角等于多少度？直角等于多少度？锐角的度数在什么范围内？钝角的度数在什么范围内？

思考

在本章中，我们所说的角，如果没有特别说明，通常不包括平角和零度的角．

练习

已知 $\angle A = 20°18'$，$\angle B = 20°15'30''$，$\angle C = 20.5°$，那么（　　）．

A. $\angle A > \angle B > \angle C$　　　B. $\angle A > \angle C > \angle B$

C. $\angle B > \angle A > \angle C$　　　D. $\angle C > \angle A > \angle B$

利用科学计算器进行角的换算快捷、准确．

例 3 将 2.36° 换算成度、分、秒．

解：

	具体操作	结　果
A 型计算器	2.36   6	▶DMS
		$2°21'36''$
B 型计算器	2.36  	$2°21'36''$

$\therefore \quad 2.36° = 2°21'36''$.

练习

1. 把下列以度为单位的角用度、分、秒表示．先用笔算，再用计算器进行检验．

   (1) $18.25°$；　　(2) $125.36°$.

2. $100°42'$ 等于多少度？

3.8 角平分线

探索

先用量角器量一量图 3－43 所示的 $\angle AOB$ 的度数，再试一试，能否利用它作出射线 OC，使 $\angle AOC=\angle BOC$？

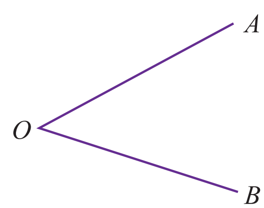


图 3－43

如果经过角的顶点的一条射线把一个角分成相等的两个角，那么这条射线叫做这个角的**角平分线**．

图 3－44 中的射线 OC 是 $\angle AOB$ 的角平分线，那么可以用下面的三种方法来表示：

(1) $\angle AOC=\angle BOC$；

(2) $\angle AOC=\frac{1}{2}\angle AOB$（或 $\angle BOC=\frac{1}{2}\angle AOB$）；

(3) $\angle AOB=2\angle AOC$（或 $\angle AOB=2\angle BOC$）.

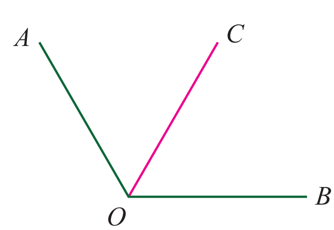
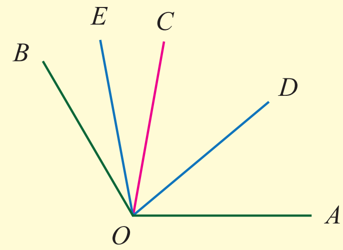


图 3－44

练习

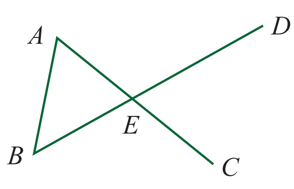
已知：如图，OE 平分 $\angle BOC$，OD 平分 $\angle AOC$，$\angle BOE=20°$，$\angle AOD=40°$. 求 $\angle DOE$ 的度数 .



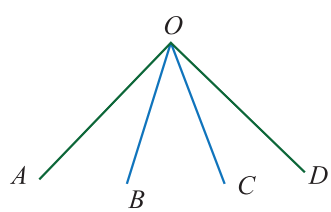
习题 3-3

★基础★

1. 图中共有多少个角？分别把它们写出来 .



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 图中共有多少个角？分别把它们写出来 .
3. 画一个图形，使图中只有 4 个角 .
4. 两个锐角的和一定是锐角吗？试举例加以说明 .
5. 一个钝角与一个直角的差是什么样的角？举出一例 .
6. 较大的锐角与较小的锐角的差是什么样的角？
7. 计算：

（1）$18°20'32''+30°15'22''$；

（2）$90°-70°35'$；

（3）$180°-60°30'45''$；

（4）$12°12'\times 5$；

（5）将平角分成 8 等份，求每一份的角的度数 .

8. 用计算器计算：

(1) 将 70.28° 换算成度、分、秒；

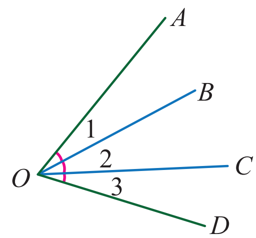
(2) 将 15.75° 换算成度、分、秒；

(3) 将 120°30′ 换算成度；

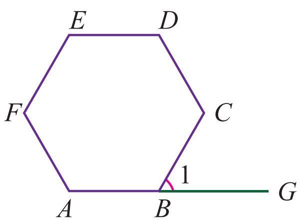
(4) 将 52°48′ 换算成度 .

★★ 提升 ★★

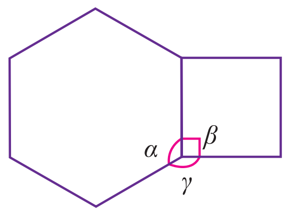
1. 画一个图形，使图中共有 8 个角 .
2. 如图，∠1 = ∠2 = ∠3，写出图中所有相等的角 .
3. 已知：*OC* 是∠*AOB* 的角平分线，*OD* 是∠*AOC* 的角平分线，*OE* 是∠*BOC* 的角平分线，如果∠*DOE* = 30°，计算∠*AOB* 的度数 .
4. 已知：如图，*G* 是 *AB* 延长线上一点，且∠1 = 60°. 求∠*ABC* 的度数 .



(第 2 题)

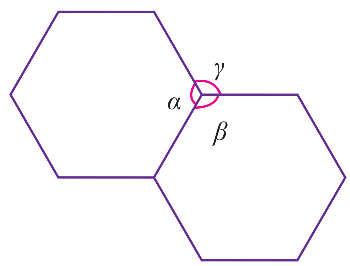


(第 4 题)



(第 5 题)

5. 如图，∠α 等于 120°，∠β 等于 90°. 求∠γ 的度数 .
6. 如图，已知∠α，∠β 都等于 120°. 求∠γ 的度数 .



(第 6 题)

四、两条直线的位置关系

3.9 两条直线的位置关系

改革开放以来，北京市的交通设施发展日新月异，一座座立交桥拔地而起，展示了一个现代化都市的雄伟风姿．

如果把笔直的路上画出的分道线看做直线，我们看到，它们有的相交，有的不相交；有的在同一个平面上，有的不在同一个平面上．下面我们将讨论两条直线的位置关系．

交流

图 3－45 是一个长方体的图形．它的每条棱都是一条线段．试从这些线段所在的直线中找出：

(1) 两条不相交的直线；

(2) 两条相交的直线．

想一想，两条不相交的直线一定在同一平面内吗？

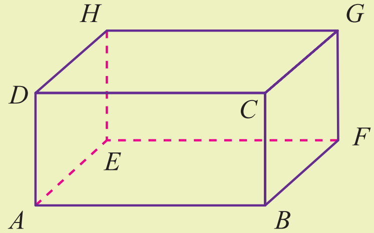


图 3－45

由此可以总结出，两条直线有以下的位置关系：

(1) 相交 (如图 3－45 中的直线 AB 和 AD)；

(2) 不相交 $\begin{cases} \text{在同一平面内 (如图 3－45 中的直线 } AB \text{ 和 } CD\text{)；} \\ \text{不在同一平面内 (如图 3－45 中的直线 } AB \text{ 和 } CG\text{).} \end{cases}$

互相重合的直线通常看做一条直线 .

思考

观察图 3－46，如果可以把墙壁的棱、灯线、黑板的边框、灯管、窗框、门框等看做直线的一部分，那么请找出相交的直线与不相交的直线 .

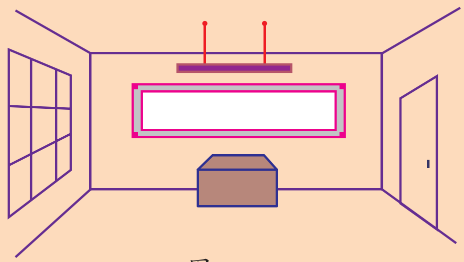


图 3－46

图 3－47(1) 中的直线 a 和 b，图 3－47(2) 中的直线 c 和 d 分别是在同一平面内的直线，其中直线 a，b 相交，直线 c，d 不相交 .

(1)　　　　(2)

图 3－47

3.10 相交线与平行线

1. 相交直线

只有一个公共点的两条直线叫做**相交直线**，这个公共点叫做**交点**．两条直线相交只有一个交点 .

在图 3 − 48 中，如果把每条线都看成直线的一部分，指出其中的相交直线．

我们看到，两条相交直线所成的角中，$\angle A$ 是钝角，$\angle ADG$ 是锐角，$\angle E$ 是直角．

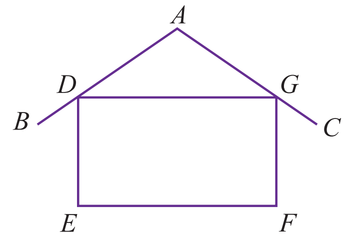


图 3 − 48

2. 垂线

实践

用三角尺量一量，《新华字典》封面的每一个角等于多少度．

思考

图 3 − 49 中两直线 a，b 相交，形成四个角．如果 $\angle 1 = 90°$，那么 $\angle 2$，$\angle 3$，$\angle 4$ 分别等于多少度？

利用平角等于 180° 计算．

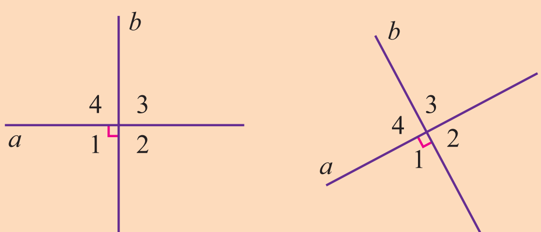


图 3 − 49

两条直线相交所成的四个角中，如果其中一个角等于 90°，那么就称这两条直线互相**垂直**，其中的一条直线叫做另一条直线的**垂线**．垂直用符号“⊥”表示，这两条直线的交点叫做**垂足**．图 3 − 49 中直线 a 与 b 垂直，记作“$a \perp b$”．

实践

请用三角尺或直尺画图：

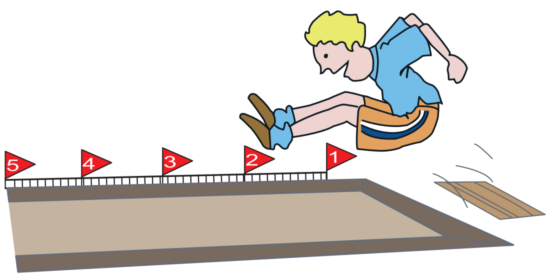
（1）经过直线 l 上一点 A 画 l 的垂线，这样的垂线能画出几条？

（2）经过直线 l 外一点 B 画 l 的垂线，这样的垂线能画出几条？

通过实践活动，我们发现：**过一点有且只有一条直线与已知直线垂直**．

3. 点到直线的距离

在体育比赛中，如何测量运动员的跳远成绩？



探索

如图 3－50，P 是直线 l 外一点，从点 P 向直线 l 引 PA，PB，PC，PD 几条线段，其中只有 PA 与 l 垂直．量一量，这几条线段中，哪一条最短．

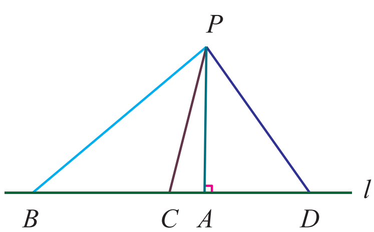


图 3－50

从直线外一点向这条直线引垂线，该点到垂足之间的线段叫做**垂线段**．在实践中发现，直线外一点与直线上各点连接的所有线段中，垂线段最短．从直线外一点到这条直线的垂线段的长度，叫做**点到直线的距离**．

实践

如图 3－51，点 A 在直线 a 上，点 B 在直线 b 上．

(1) 怎样量出 A，B 两点间的距离？

(2) 怎样量出点 A 到直线 b 的距离？

(3) 怎样量出点 B 到直线 a 的距离？

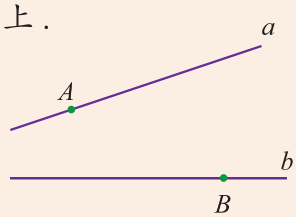


图 3－51

4. 平行线

在日常生活中经常见到同一平面内两条不相交的直线．如图 3－52 中，两根笔直的铁轨、马路上的斑马线等，都给我们平行的形象．

图 3－52

在同一平面内不相交的两条直线叫做**平行线**．平行用符号“//”表示．图 3－53 中 AB 平行于 CD，a 平行于 b，分别记为“$AB \parallel CD$”，“$a \parallel b$”．

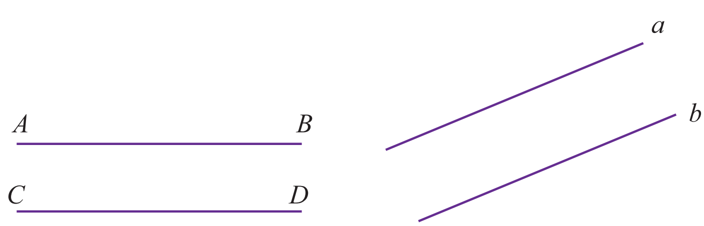


图 3－53

*3.11 用计算机绘图

（1）利用计算机的基本绘图功能画出下面的图形（图 3－54）.

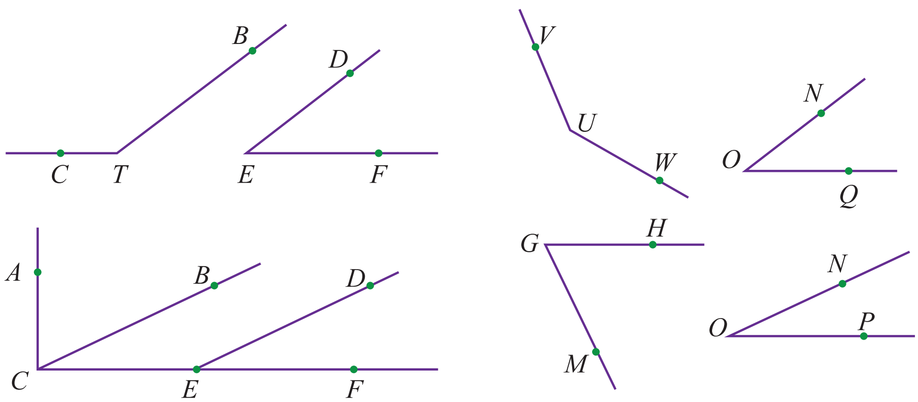


图 3－54

（2）计算机或图形计算器具有画点、线、角平分线、垂线、平行线的功能以及度量的功能．发挥你的聪明才智，创作几幅图画，然后和同学交流你画图的步骤和体会．

图 3－55 就是由点、线、面构成的图形，请你欣赏．

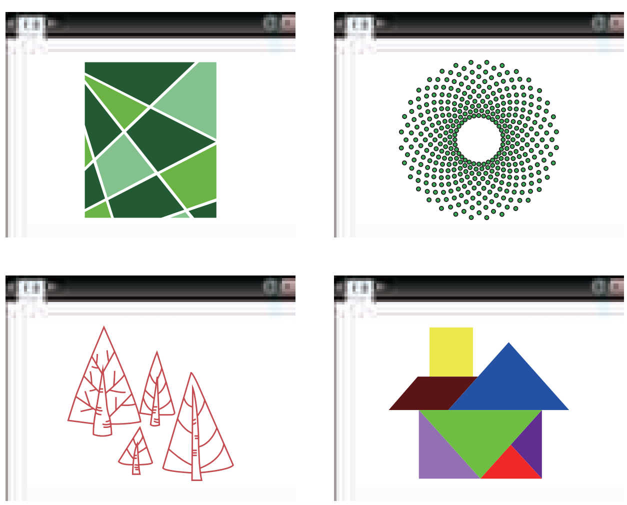


图 3－55

习 题 3-4

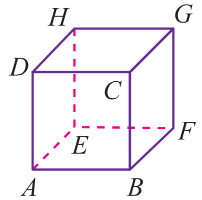
★基础★

1. 已知：如图是一个立方体的图形，它的每条棱都是一条线段．试从这些线段所在的直线中找出：

(1) 两对相交的直线；

(2) 两对在同一平面内不相交的直线；

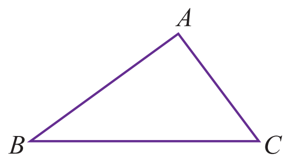
(3) 两对不在同一平面内的直线．



（第 1 题）

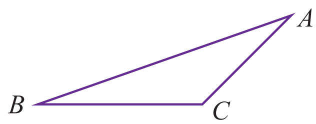
2. 举例说明两条直线在空间中有几种位置关系．

3. 通过测量求出图中三角形 ABC 的面积（精确到 1 mm^2）.



（第 3 题）

4. 如图，量出点 A 到 BC 边所在直线的距离．



（第 4 题）

问题解决

圆是我们最常见的图形之一，利用圆规可以画出一个圆．如果手中只有一根直尺，你能用它画出一个圆吗?

回顾与整理

知识要点

1. 点、线、面、体是构成几何图形的基本要素，我们用运动的观点可以找到它们之间的联系．

2. 直线、射线和线段是构成几何图形的三种重要的图形，应切实掌握好．

3. 角是构成许多几何图形的基本元素，要掌握好它的分类、度量等．

4. 在同一平面内，垂直与平行是两条直线十分重要的位置关系，它在几何图形的研究中有重要作用，在后面的章节里还要继续学习它．

5. 理解两点间的距离、点到直线的距离等概念，理解有关直线和线段的事实．

学习指导

1. 要善于用运动的观点认识图形．

我们学习几何图形，除了用静止的观点认识它们外，还可以用运动的观点去认识，如点动成线、线动成面、面动成体、角的生成等，这样才能更深刻地理解它们．

2. 要注意挖掘所学几何知识的实际背景．

几何图形来源于实际，又反过来应用于实际．因此，在初学阶段要努力挖掘它们在现实生活中的实际背景，结合这些实例去理解和认识有关的概念和性质．

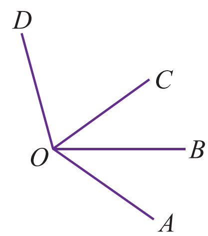
3. 要注意能力的培养．

人们对事物的认识，是由感性认识上升到理性认识的发展过程．在学习中要善于动脑筋思考问题，不断提高自己的能力，如抓住概念本质的能力、分类讨论的能力、画图的能力、归纳的能力、理论联系实际的能力等．

复 习 题

★基础★

1. 削水果皮时，随着刀刃的运动，你能想象出“线动成面”的现象吗？
2. 理发时，随着推子的运动，你发现了什么数学现象？
3. 已知：如图，OB 是 $\angle AOC$ 的角平分线，OC 是 $\angle AOD$ 的角平分线，$\angle COD = 70°$．分别求 $\angle AOD$ 和 $\angle BOC$ 的度数．



（第 3 题）

4. 已知：线段 $AB = 2$ cm，点 D 是线段 AB 的中点，延长线段 AB 到点 C，$BC = 2AD$．求线段 DC 的长．
5. 计算：

   (1) $30° + 52°25' + 25°34'36''$；

   (2) $100° - 42°10' - 10°30''$；

   (3) $25°25'25'' \times 4$；

   (4) $180°42' \div 6$.
6. 画两条直线及一条线段，使它们之间没有公共点．
7. 画三条射线，使它们之间没有公共点．

★★提升★★

1. 画两个角，使它们之间只有一个公共点．
2. 画两个角，使它们之间只有两个公共点．
3. 画两个角，使它们之间没有公共点．
4. 用计算器将 $85.38°$ 换算成度、分、秒．
5. 将 $150°54'$ 换算成度．
6. 两个锐角的和是什么样的角？举例说明．
7. 一个锐角和一个直角的和是什么样的角？举例说明．

附　录

部分中英文词汇索引