2021 天津市南开区教师招聘试题

注意事项

1. 本科目考试时间为 150 分钟，分值为 100 分。

2. 请在答题卡相应位置填写个人信息。

3. 请仔细阅读答题卡填涂说明，在规定位置正确填涂。

4. 考生必须在答题卡上作答，凡是写在试题册上的答案一律无效。

5. 如果要改动答案，必须先用橡皮擦净原来选定的答案，然后再按规定重新答题。

6. 考试过程中要注意对自己的答案保密。为他人提供作弊便利，一经发现，取消考试资格。
7. 试题册、答题卡均不得带出考场，考试结束，监考人员收卷后考生才可离开。

第二部分 学科专业知识

一、单项选择题(第 31 题~第 50 题，每题 1.5 分。共 30 分)

31. 若复平面内表示复数 $z=\dfrac{m^2+m-6}{m}+\left(m^2-2m\right)i$ 的点位于第三象限，则实数 m 的取值范围是（　　）。

A. (0，2)　　B. $(-\infty,-3)$　　C. (-3，0)　　D. $(2,+\infty)$

32. 集合 $U=R$， $A=\left\{x\middle|y=\ln(-x^2-3x)\right\}$， $B=\left\{y\middle|y=x+\dfrac{1}{x}+1(x<0)\right\}$, 则图中阴影部分所表示的集合是（　　）。

A. $\left\{x\middle|-3<x<-1\right\}$　　B. $\left\{x\middle|-3<x<0\right\}$

C. $\left\{x\middle|-1<x<0\right\}$　　D. $\left\{x\middle|x<-3\right\}$

33. 已知 a,b,c 为三条不同的直线，α,β,γ 为三个不同的平面，则下列说法正确的是（　　）。

A. 若 $\alpha\perp\beta$， $\alpha\cap\beta=1$， $P\in\alpha,P\notin l$, 则过点 P 垂直于 l 的直线在平面 α 内

B.若$a\perp\alpha$，b$\parallel\beta,\alpha\perp\beta$，则$a\perp$b

C.在α内存在不共线的三点到β的距离相等，则$\alpha\parallel\beta$

D.若$\alpha\perp\beta$，则α内的任意直线必垂直于β内的无数条直线

34.给出下列四个命题:

①若函数$f(2^x)$的定义域为[1,2]，则函数$f(x)$的定义域是[2,4]

②在区间(0,+∞)上，函数$y=x^{-1}$，$y=x^{\frac{1}{2}}$，$y=(x-1)^2$，$y=x^3$中有三个是增函数

③若随机变量ξ服从正态分布N(1,σ²)，且P(ξ<)=0.8，则P（0<ξ<1)=0.2

④$y=\sqrt[3]{(x+1)^3}$与$y=\dfrac{\sqrt{(x+1)^3}}{\sqrt{x+1}}$表示同一函数

其中正确命题的个数是（　　）。

A.0　　B.1　　C.2　　D.3

35.已知数列$\{a_n\}$是递增数列，且对于任意的$n\in N_+,a_n=n^2-\lambda n$恒成立，则实数$\lambda$的取值范图是( )。

A.(3,+∞)　　B.(-∞,3)　　C.(2,+∞)　　D.(-∞,2)

36.已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，公差为d_1，若$\{\sqrt{S_n}\}$为等差数列，则（　　）。

A. $a_1=\sqrt{d_1}$　　B. $d_1=\sqrt{3}a_1$　　C. $a_1=\sqrt{2}d_1$　　D. $d_1=2a_1$

37.已知实数x，y满足$\log_x 3<\log_y 3$，则下列关系式中不可能成立的是（　　）。

A.0<y<x<1　　B.0<x<1<y　　C.1<y<x　　D.1<x<y

38.下列命题中正确命题的个数是( )。

①“$e^a>e^b$”是“$\ln a>\ln b$”的充分不必要条件

②“$a>b$”是“$a+\frac{1}{a}<b+\frac{1}{b}$”的必要不充分条件

③如果函数 y= f(x)在区间[a, b] 上的图象是一条连续不断的曲线，那么 f(a)f(b)<0 是函数 y=f(x)在区间(a,b)内存在零点的充分必要条件

④已知$\vec{a},\vec{b}$为非零向量，则“$\vec{a}^2\vec{b}=\vec{b}^2\vec{a}$”为“$|\vec{a}|\vec{a}=|\vec{b}|\vec{b}$”的充分必要条件

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

39. 在三棱锥 A- BCD 中，$AB=CD=2,AD=BC=\sqrt{3},AC=BD=\sqrt{5}$，则三棱锥 A- BCD 外接球的表面积为（　　）。

A. 6π　　B. 12π　　C. 9π　　D. 8π

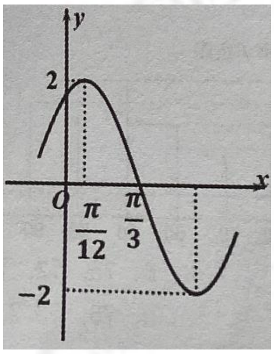
40. 已知$n=\int_1^{e^6}\frac{1}{x}dx$，那么$\left(2\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$的展开式中的常数项为（　　）。

A. -120　　B. 80　　C. -160　　D. 120

41. 取正方体 12 条棱的中点，至少通过其中 3 个中点的平面有（　　）。

A. 157　　B. 153　　C. 144　　D. 8

42. 已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的部分图象如图所示，下列说法中正确结论的编号为（　　）。



①函数$y=f(x)$的图象关于点$(-\frac{\pi}{6},0)$对称

②函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=-\dfrac{5\pi}{12}$ 对称

③函数 $y=f(x)$ 在 $\left[\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right]$ 上单调递减

④该图象向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位可得 y= 2cos2x 的图象

A. ①③ B. ②③ C. ①② D. ①①④

43. 已知函数 $f(x)=|x-1|+|x+1|-\dfrac{1}{2}|x|$，若函数 $y=kx+1$ 与函数 $f(x)$ 的图象有交点，则实数 k 的取值范围是（ ）。

A. $\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right]$

B. $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]\cup\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$

C. $\left[-\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{2}\right]$

D. $\left(-\infty,-\dfrac{3}{2}\right]\cup\left[\dfrac{3}{2},+\infty\right)$

44. 在三棱锥 P-ABC 中，PA=1, AB=2, BC=4, PC=3，则 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 的值为（ ）。

A. 3 B. 5 C. -2 D. -4

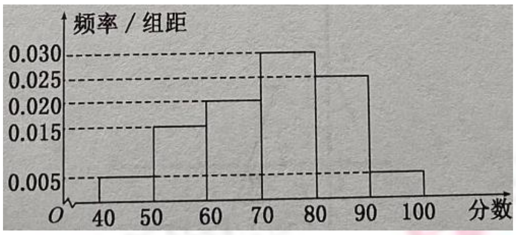
45. 已知 $a,b\in(0,+\infty)$，且 $2a+b=1$，则 $4a^2+b^2-2\sqrt{ab}$ 的最小值是（ ）。

A. $\dfrac{1-\sqrt{2}}{2}$ B. $1-\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}+1$ D. $\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$

46. 设 a, b∈R, 关于 x 的方程 $(x^2-ax+1)(x^2-bx+1)=0$ 的四个实根构成以 $\dfrac{1}{2}$ 为公比的等比数列，则 ab 的值是（ ）。

A. $\dfrac{15}{2}$ B. $\dfrac{25}{8}$ C. $\dfrac{27}{4}$ D. $\dfrac{17}{6}$

47. 已知一组数据的频率分布直方图如图所示，由此估计这组数据的众数、中位数、平均数分别为（ ）。



A. 80, 72, 74

B. 75, 72, 73

C. 75, 72. 3, 72

D, 75, 73. 3, 72

48. 椭圆 $E=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的长轴为 AB, 点 C 为椭圆 E 上点，且 sin∠CBA=$\frac{\sqrt{10}}{10}$，∠CBA=$\frac{\pi}{4}$，则椭圆 E 的离心率是（ ）。

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

49. 设定义域为 $(-\pi,\ \pi)$ 的偶函数 $y=f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，当 $x\in(-\pi,\ 0)$ 时，

$f(x)=\pi\ln(-x)+f'\left(\frac{\pi}{2}\right)\sin x$，若 $a=f\left(\log_\pi\frac{1}{e}\right)$，$b=f\left(e^{\frac{1}{3}}\right)$，$a=f(e^{\ln 3})$，则 a, b, c 的大小关系是（ ）。

A. b<a<c　　B. c<b<a　　C. c<a<b　　D. a<b<c

50. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}3a+e^x, x>0\\ -\log_a(x+1)+2, x\le 0\end{cases}$ 在定义域上单调递增，若函数 g(x)=f(x)-x-2 恰有一个零点，则实数 a 的取值范围为（ ）。

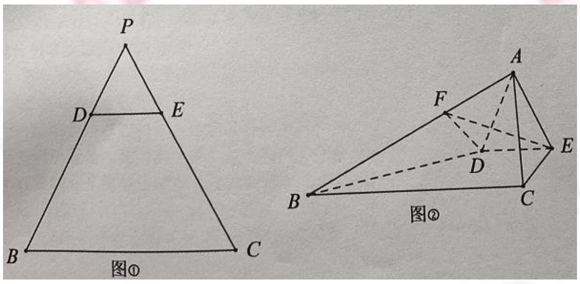
A. $\left[\frac{1}{e},1\right)$　　B. $\left[\frac{1}{3},\frac{1}{e}\right]$　　C. $\left[\frac{1}{3},1\right)$　　D. $\left[\frac{1}{e},\frac{2}{3}\right]$

II 卷

解答题(第 1 题~第 5 题，共 40 分)

1.(6 分)已知某篮球运动员定点投篮投中的概率为$\frac{3}{4}$，投中得 1 分，三分线外投篮投中的概率为$\frac{2}{3}$，投中得 3 分，不中得 0 分。假设每次是否投中相互独立互不影响，若该篮球运动员进行 3 次投篮,其中定点投篮 1 次，三分线外投篮 2 次，求该篮球运动员的总得分 X 的分布列和数学期望。

2.(8 分)如图①，在△PBC 中，PB=PC=$3\sqrt{5}$，BC=6，$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{DE}$。将△PDE 沿直线 DE 折起到△ADE 的位置，连接 AB，AC，得到如图②所示的四棱锥 A-BCED,点 F 满足$\overrightarrow{BF}=2\overrightarrow{FA}$。



(I)证明:DF∥平面 ACE;

(I)当平面 ADE⊥平面 BCED 时，求平面 ACE 与平面 DEF 所成锐二面角的正弦值。

3.(8 分)已知正项数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，$a_1=2$，$na_{n+1}=2S_n(n\in N^*)$，数列$\{b_n\}$满足$\frac{1}{\log_2 b_1+1}+\frac{1}{\log_2 b_2+1}+\frac{1}{\log_2 b_3+1}+\cdots\cdots+\frac{1}{\log_2 b_n+1}=\frac{n}{2}(n\notin N^*)$。

(I)求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式;

(II)设$c_n=a_nb_n$，求数列$\{c_n\}$的前 n 项和T_n。

4.(8 分)已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$的一个焦点与抛物线$y=\frac{1}{4}x^2$焦点重合，点$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$是此椭圆上的一点。

(Ⅰ)求椭圆的标准方程;

(I)若直线l_1和l_2相互垂直且都经过点(0，1)， 并与椭圆分别交于M、N和P、Q四个点，求四边形PMQN的面积的最小值和最大值。

5. (10分)已知函数 $f(x)=ae^{\ln x}\ln x(a\neq 0)$

(I)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II)求 $f(x)$ 在$[a,2a]$上的最大值;

(III)当 $a=1$ 时，任取两个不等的正数 x_1，x_2，且 $x_1<x_2$，若存在正数 x_0，使得 $f'(x_0)=\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$，求证 $x_1<x_0<x_2$。

案例分析题(第6题，共10分)

6.函数的单调性与奇偶性的教学难点在于在理解函数单调性、奇偶性的本质的基础上，利用定义或借助图像证明某函数的单调性。请针对此教学难点写出你的教法建议。

******************全部试题到此结束*** ******* ***** * ** * **