

教育理论综合知

一、选择题(本题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分。每小题有四个选项,只有一项是符合题目要求的,请将正确选项前的字母填入下面表格对应的空格内)

1. 【答案】 A

【解析】《中小学教师职业道德规范》(2008 年修订)中规定,教师职业道德包括:爱国守法;爱岗敬业;关爱学生;教书育人;为人师表;终身学习。其中为人师表要求教师坚守高尚情操,知荣明耻,严于律己,以身作则。衣着得体,语言规范,举止文明。关心集体,团结协作,尊重同事、家长。作风正派,廉洁奉公。自觉抵制有偿家教,不利职务之便谋取私利。

2. 【答案】 B

【解析】3 月 18 日,中共中央总书记、国家主席、中央军委主席习近平在北京主持召开学校思想政治理论课教师座谈会并发表重要讲话。他强调,新时代贯彻党的教育方针,要坚持马克思主义指导地位,贯彻新时代中国特色社会主义思想,坚持社会主义办学方向,落实立德树人的根本任务,坚持教育为人民服务、为中国共产党治国理政服务、为巩固和发展中国特色社会主义制度服务、为改革开放和社会主义现代化建设服务,扎根中国大地办教育,同生产劳动和社会实践相结合,加快推进教育现代化、建设教育强国、办好人民满意的教育,努力培养担当民族复兴大任的时代新人,培养德智体美劳全面发展的社会主义建设者和接班人。

3. 【答案】 D

【解析】直观性原则是指在教学中引导学生直接感知事物、模型或通过教师用形象语言描绘教学对象,使学生获得丰富的感性认识。夸美纽斯指出凡是需要知道的事物,都要通过事物本身来学习,应该尽可能把事物本身或代替它的图像呈现给学生,这就是直观性原则的典型

体现。

4. 【答案】 C

【解析】《中华人民共和国教育法》第十九条，国家实行九年制义务教育制度。第二十条，国家实行职业教育制度和继续教育制度。第二十一条，国家实行国家教育考试制度。第二十二条，国家实行学业证书制度。第二十三条，国家实行学位制度。第二十五条，国家实行教育督导制度和学校及其他教育机构教育评估制度。

5. 【答案】 C

【解析】《中国学生发展核心素养》中指出，核心素养以培养“全面发展的人”为核心，分为文化基础、自主发展、社会参与 3 个方面，综合表现为人文底蕴、科学精神、学会学习、健康生活、责任担当、实践创新六大素养，具体细化为国家认同等 18 个基本要点。

二、选择

6 【答案】 C

【解析】考察集合的运算， $M = \{x | 0 < x < 1\}$ ， $N \in R$ ，则 $M \cap N = (0, 1)$ ，故选 C。

7 【答案】 A

【解析】 $(Z - i)(1 + i) = 2 - i$ ，则 $Z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ ， $\therefore \bar{Z} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ ，

\bar{Z} 在复平面内对应坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ $\therefore \bar{Z}$ 在第一象限，选择 A 选项。

考察复数的运算及复数的几何表示。

8 【答案】 C

【解析】 $|AB + AC| = |AB - AC|$ ， $|AB + AC|^2 = |AB - AC|^2$ 。

$$\therefore AB^2 + AC^2 + 2AB \cdot AC = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC$$

$$\therefore AB \cdot AC = 0, \therefore AB \perp AC$$

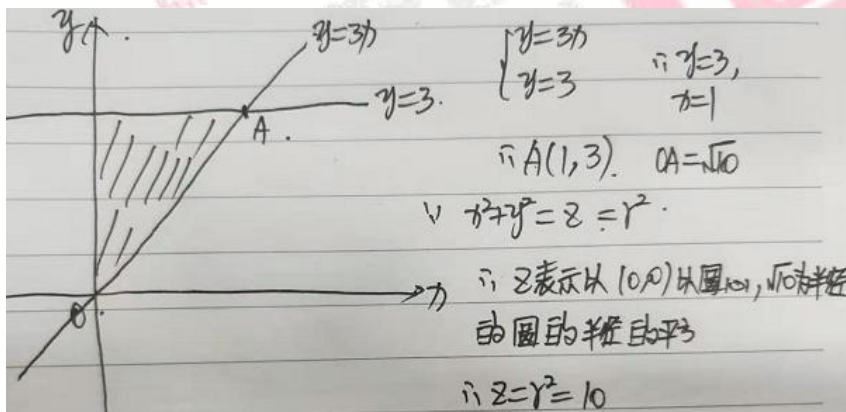
$$CA \cdot CE = CA \cdot \left(\frac{1}{3}AB + CA\right) = \frac{1}{3}CA \cdot AB + AC^2 = 1^2 = 1, \text{ 则选择 } C.$$

9 【答案】 D

【解析】 A, 若 $a \parallel b, b \subset \alpha$, 则 $a \parallel \alpha$ 或 $a \subset \alpha$, 故 A 不正确. B, 若 $a \subset \alpha, b \subset \beta, \alpha \parallel \beta$ 或 α 与 β 相交, 故 B 不正确. C, 若 $a \parallel \beta, a \parallel \alpha$, 则 $a \parallel \beta$ 或 $a \subset \beta$, 故 C 不正确. D, 由 $a \parallel b$ 可得 $b \parallel a$, 易证 $b \parallel c$. 故此题选 D.

10 【答案】 D

【解析】 考察线性规划知识点



故此题选 D.

11 【答案】 C

【解析】 将函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后, 得到 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3}+\varphi)$ 的图像, 再根据所得图像关于 y 轴对称, 可得 $\frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi$, 即 $\varphi=\frac{\pi}{6}+k\pi, k \in Z$, 又 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$, $\therefore \varphi < \frac{\pi}{2}, f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6}), x \in [-\frac{\pi}{2}, 0], \therefore 2x+\frac{\pi}{6} \in [-\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$, 故当 $\therefore 2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$ 时, $f(x)$ 取的最大值为 $\frac{1}{2}$

12 【答案】 A

【解析】

$$\sin \frac{B}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5} \quad \Rightarrow \quad \sin^2 \frac{B}{2} = \frac{1}{5} \quad \Rightarrow \quad \cos^2 \frac{B}{2} = \frac{4}{5}$$

$$\begin{aligned} \cos B &= \cos^2 \frac{B}{2} - \sin^2 \frac{B}{2} = \frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \\ \cos B &= \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{1 + 5 - AC^2}{2 \times 5} = \frac{26 - AC^2}{10} = \frac{3}{5} \\ \Rightarrow AC &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

13 【答案】 B

【解析】 在不超过 30 的素数中有 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 共 10 个, 从中选 2 个不同的数有 $C_{10}^2 = 45$ 种,

和等于 30 的有 (7, 23), (11, 19), (13, 17), 共 3 种, 则对应的概率 $P = 3/45 = 1/15$ 。

故本题选 B。

14 【答案】 C

【解析】 因为 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha} = -\frac{2}{3} \tan \alpha$, 得 $\tan \alpha = 3$ 或 $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$,

$$\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = \frac{2\sin \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{1} = \frac{2\sin \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \frac{2\tan \alpha + 1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}, \text{ 代入得}$$

$$-\frac{1}{5}$$

15 【答案】 B

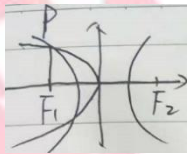
【解析】

$$f(x) = e^{x+1} - e^{-x+1} = e^{x+1} - \frac{1}{e^{x-1}} = e^{x+1} + \frac{1}{e^x}$$

$\therefore f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增
 $\because 2^a = \log_3 b = c \quad \therefore b = 3^c \quad \therefore b > c$
 $\because 2^a = c \quad \therefore c > a \quad \therefore b > c > a$
 $\therefore f(a) < f(c) < f(b)$

故本题选 B.

16 【答案】 B



【解析】

抛物线 $y^2 = -2px$ ($p > 0$) 的准线为 $x = \frac{p}{2}$
 又 $x = \frac{a^2}{c} \quad \therefore \frac{p}{2} = \frac{a^2}{c} \quad \therefore p = \frac{2a^2}{c}$
 $PF_1 \perp PF_2 \quad \therefore P(x_p, y_p) \quad x_p = -c$ "P在抛物线上"
 $\therefore y_p^2 = -2p(-c) = 2pc \quad \therefore y_p = \sqrt{2pc}$
 $\because PF_1$ 为双曲线通径的一半 $\therefore PF_1 = \frac{b^2}{a}$
 $\therefore \sqrt{2pc} = \frac{b^2}{a} \quad \text{即} \quad \sqrt{2 \cdot \frac{2a^2}{c} \cdot c} = \frac{b^2}{a} \Rightarrow 2a = \frac{b^2}{a}$
 $\therefore b^2 = 2a^2$
 又 $c^2 = a^2 + b^2 = 3a^2 \quad \therefore e^2 = 3$
 $\therefore e = \sqrt{3}$

17 【答案】 A

【解析】

$f(x) = e^{2|x|} + a|x|^2$ 为偶函数
 且在 $(-\infty, 0)$ 上为单调递减, 则 $(0, +\infty)$ 为单调递增
 $f(0) = e^0 = 1$

当 $x < 0$ 时, $f(x) = e^{-2x} + ax^{-1}$ 为减函数

$$\therefore f'(x) = -2 \cdot e^{-2x} + 2ax \leq 0$$

$$\text{即 } 2ax \leq 2e^{-2x}$$

$$\because x < 0 \quad \therefore a \geq \frac{e^{-2x}}{x}$$

$$\text{即 } a \geq \frac{1}{xe^{2x}} \text{ 恒成立.}$$

令 $g(x) = \frac{1}{xe^{2x}} (x < 0)$

$$\text{则 } g'(x) = \frac{1}{x^2} - 2e^{-2x} = \frac{1 - 2x^2 e^{-2x}}{x^2}$$

$\therefore g(x)$ 在 $(-\infty, -\frac{1}{2})$ 上单调递增

$(-\frac{1}{2}, 0)$ 上单调递减

$\therefore g(x)$ 在 $x = -\frac{1}{2}$ 处取得最大值, $g(x)_{\max} = -\frac{1}{2e}$

$\therefore \frac{1}{xe^{2x}}$ 最大值为 $-\frac{1}{2e}$

$$\therefore a \geq -\frac{1}{2e}$$

三、填空

18 【答案】 2

【解析】

$$(x - \frac{a}{x})^5 \text{ 中 } T_{r+1} = C_5^r x^{5-r} (\frac{-a}{x})^r = C_5^r (-a)^r x^{5-2r}$$

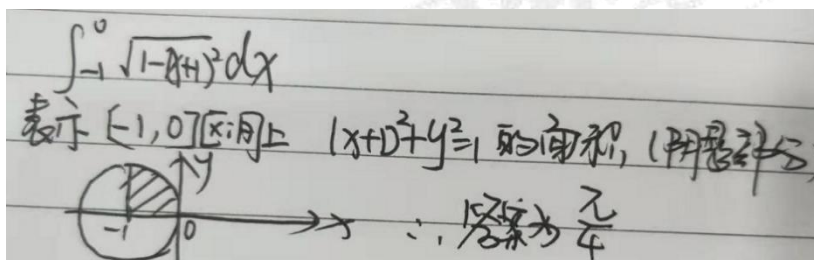
当 $5-2r=1$ 时 $r=2$ 此时 $T_3 = C_5^2 (-a)^2 x^1 = 10(-a)^2 x^1$

$\therefore (x - \frac{a}{x})^5$ 中 x 项为 $10a^2 x$

$$x \cdot 10(-a)^2 x^1 = 10a^2 = -80 \quad \therefore a = 2$$

19 【答案】 $\frac{\pi}{4}$

【解析】



20 【答案】 $x > \frac{1}{4}$

【解析】

20. $f(x) = \ln(\sqrt{x+1} + x) + 1$
 $g(x) = \ln(\sqrt{x+1} + x)$ 为奇函数 $\therefore g(x) + g(-x) = 0$
 即 $f(x) + f(-x) = 2$
 且 $f(x)$ 在定义域内单调递增
 $\therefore f(2x-1) + f(x) > 2$ 即 $f(2x-1) + 2 - f(-x) > 2$
 $\therefore f(2x-1) > f(-x)$
 由单调性知 $2x-1 > -x \therefore 4x > 1$
 $\therefore x > \frac{1}{4}$

21 【答案】 $\frac{2}{3}\pi$

【解析】 \because 菱形 $ABCD$ 中 $AD = 2, BD = 2\sqrt{3}, \therefore \angle DAB = 120^\circ$

设 $AC \cap BD = O, \therefore DO \perp AC, BO \perp AC,$

在三棱锥 $A-BCD$ 中, $DO = BO = \sqrt{3}, DB = 1,$

$$\therefore BD = \sqrt{OD^2 + OB^2 - 2ODOB \cos \angle DOB} = 2.$$

\therefore 三棱锥 $A-BCD$ 是棱长为 2 的正四面体,

设三棱锥 $A-BCD$ 的内切球的半径为 $r,$

$\because AC \perp$ 面 $DOB,$

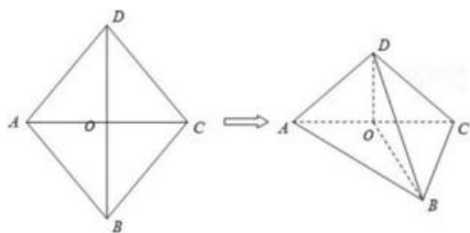
则三棱锥 $A-BCD$ 的体积

$$V = \frac{1}{3} \times S_{\triangle BOD} \times AC = 4 \times \frac{1}{3} \times S_{\triangle ABC} \times r = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} \times 2$$

$$= 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 \times r$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{6}}{12} \times 2 = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

\therefore 三棱锥 $A-BCD$ 的内切球的表面积为 $4\pi r^2 = \frac{2\pi}{3}$



四. 解答题

22. (1) 3×2^n ; (2) $S_n = -\frac{1}{2}n^2 + \frac{29}{2}n$; 最大值为: 105

【解析】

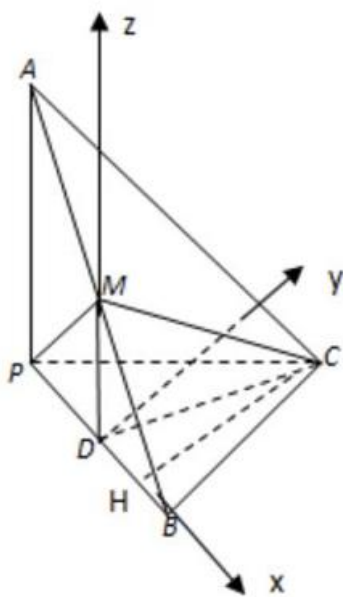
(1) $a_1 = 6, a_{n+1} - a_n = 3 \times 2^n \therefore a_n - a_{n-1} = 3 \times 2^{n-1}$
 $\therefore a_n = (a_n - a_{n-1}) + (a_{n-1} - a_{n-2}) + \dots + (a_2 - a_1) + a_1$
 $= 3 \times (2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2^1) + 6$
 $= 3 \times (2^n - 2) + 6 = 3 \times 2^n$

(2) $b_n = 15 - \log_2(\frac{1}{3}a_n) = 15 - \log_2(\frac{1}{3} \times 3 \times 2^n) = 15 - \log_2 2^n$
 $= 15 - n$
 $\therefore b_1 = 15 - 1 = 14 \therefore \{b_n\}$ 是以 $b_1 = 14, d = -1$ 的等差数列.
 $\therefore S_n = \frac{(b_1 + b_n)n}{2} = \frac{(14 + 15 - n)n}{2} = -\frac{1}{2}n^2 + \frac{29}{2}n$
 $\therefore -\frac{b}{2a} = -\frac{29}{2 \times (-\frac{1}{2})} = \frac{29}{1} = 14.5$
 $\therefore n = 14$ 或 15 时取最大值
 $S_{max} = \frac{(14 + 15 - 14) \times 14}{2} = \frac{(14 + 15 - 15) \times 15}{2} = 105$

23 【解析】 (1) 证明: $\triangle PMB$ 为正三角形, 且 D 为 PB 的中点, $\therefore MD \perp PB$, 又 M 为 AB 的中点, D 为 PB 的中点, $\therefore MD \parallel AP$, $\therefore AP \perp PB$. 又已知 $AP \perp PC$, $\therefore AP \perp$ 平面 PBC , $\therefore AP \perp BC$, 又 $AC \perp BC, AC \cap AP = A, \therefore BC \perp$ 平面 APC .

(2)

(2) 建立空间直角坐标系如图, 则
 $B(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, 0) \quad P(-\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, 0)$
 $M(0, 0, \frac{3}{2})$
 过点 C 作 $CH \perp PB$ 垂足为 H ,
 在 $Rt\triangle PBC$ 中, 由射影定理得 $HC = \frac{\sqrt{6}}{3}$
 $BH = \frac{\sqrt{3}}{3}, PH = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$
 \therefore 点 C 的坐标为 $(\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{\sqrt{6}}{3}, 0)$
 $\therefore \vec{BC} = (-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}, 0)$
 $\vec{BM} = (-\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{3}{2})$
 $\vec{PM} = (\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{3}{2})$
 $\vec{PC} = (\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}, 0)$



设平面 BMC 的法向量 $\vec{m} = (x_1, y_1, z_1)$
 则由 $\begin{cases} \vec{BC} \cdot \vec{m} = 0 \\ \vec{BM} \cdot \vec{m} = 0 \end{cases}$ 得: $\begin{cases} -\frac{1}{2}x_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}y_1 = 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}x_1 + \frac{3}{2}z_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{m} = (1, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$
 设平面 PMC 的一个法向量为 $\vec{n} = (x_2, y_2, z_2)$
 则由 $\begin{cases} \vec{PM} \cdot \vec{n} = 0 \\ \vec{PC} \cdot \vec{n} = 0 \end{cases}$ 得: $\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}x_2 + \frac{3}{2}z_2 = 0 \\ \frac{2\sqrt{3}}{3}x_2 + \frac{\sqrt{3}}{3}y_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = (1, -\sqrt{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3})$
 $\therefore \cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{1 - 1 - \frac{1}{3}}{\sqrt{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}} \sqrt{1 + 3 + \frac{1}{3}}} = -\frac{\sqrt{55}}{55}$
 \therefore 二面角 B-MC-P 的平面角是钝角, \therefore 二面角 B-MC-P 的余弦值为 $-\frac{\sqrt{55}}{55}$.

24. (1) B 社区参与性更高; (2) $E(X) = \frac{9}{5}$

【解析】(1) A 社区参与人数为: $109 + 111 + 114 + 120 + 131 = 585$ 人

B 社区参与人数为: $111 + 112 + 121 + 125 + 126 = 595$ 人

则 B 社区的参与性更高。

(2)

$$P(X=1) = \frac{C_2^1 C_3^1}{C_3^3} = \frac{3}{10}, \quad P(X=2) = \frac{C_2^2 C_1^1}{C_3^3} = \frac{3}{5}$$

$$P(X=3) = \frac{C_3^3}{C_3^3} = \frac{1}{10}$$

X	1	2	3
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

$$E(X) = 1 \times \frac{3}{10} + 2 \times \frac{3}{5} + 3 \times \frac{1}{10} = \frac{9}{5}$$

25 【解析】

(1)由题意可得:

$$\frac{3}{a^2} + \frac{1}{2b^2} = 1, \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}, a^2 = b^2 + c^2, \text{联立解}$$

得: $a = 2, b = c = \sqrt{2}$.

∴椭圆 C 的标准方程为: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$.

$$(2)\overrightarrow{MS} = \overrightarrow{SN}, \overrightarrow{PT} = \overrightarrow{TQ},$$

∴ S, T 分别为 MN, PQ 的中点。

当两条直线的斜率存在且不为 0 时, 设直线 l_1 的

方程为: $y = k(x-1)$.

则直线 l_2 的方程为:

$$y = -\frac{1}{k}(x-1), P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2),$$

$$M(x_3, y_3), N(x_4, y_4).$$

$$\text{联立} \begin{cases} y = k(x-1) \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases}, \text{得}$$

$$(2k^2 + 1)x^2 - 4k^2x + 2k^2 - 4 = 0,$$

$\Delta > 0$.

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{4k^2}{2k^2 + 1}, x_1x_2 = \frac{2k^2 - 4}{2k^2 + 1},$$

∴ PQ 的中点 T 的坐标为:

$$\left(\frac{2k^2}{2k^2 + 1}, \frac{-k}{2k^2 + 1} \right).$$

同理可得: MN 的中点 S 的坐标为

$$\left(\frac{2}{k^2 + 2}, \frac{k}{k^2 + 2} \right),$$

$$\therefore k_{ST} = \frac{-3k}{2(k^2 - 1)}.$$

∴ 直线 ST 的方程为:

$$y + \frac{k}{2k^2 + 1} = \frac{-3k}{2(k^2 - 1)} \left(x - \frac{2k^2}{2k^2 + 1} \right), \text{即}$$

$$y = \frac{-3k}{2(k^2 - 1)} \left(x - \frac{2}{3} \right),$$

∴ 直线 ST 过定点 $\left(\frac{2}{3}, 0 \right)$.



SINCE 2001

华图教育
HUATU.CO
ESTABLISHED 2001

COM

当两条直线的斜率分别为 0 和不存在时, 直线

ST 的方程为: $y = 0$, 也过点 $(\frac{2}{3}, 0)$.

综上所述: 直线 ST 过定点 $(\frac{2}{3}, 0)$.

26. 【解析】

已知函数 $f(x) = a(x - \ln x) + \ln x + \frac{1}{x}$ ($a \neq 0$)

(1) 判断函数 $f(x)$ 的单调性

(2) 设 $g(x) = x^2 + (a+1)\ln x - ax - \frac{1}{x}$, 且 $F(x) = f(x) + g(x)$

对任意实数 $\lambda \in [1, 2]$, 若存在 x_1, x_2 使得 $F(x_1) + F(x_2) = \lambda(x_1 + x_2)$, 求 $x_1 + x_2$ 最小值。

(1) 由题有 $f' = \frac{(x-1)(ax+1)}{x^2}$ ($x > 0$)

当 $a > 0$, 单增区间 $(1, +\infty)$, 单减区间 $(0, 1)$;

当 $-1 < a < 0$, 单增区间 $(1, \frac{1}{a})$, 单减区间 $(0, 1), (\frac{1}{a}, +\infty)$;

当 $a < -1$, 单增区间 $(-\frac{1}{a}, 1)$, 单减区间 $(0, \frac{1}{a}), (1, +\infty)$

当 $a = -1$, 单增区间 $(0, +\infty)$.

(2) $F(x) = x^2 + 2 \ln x$

由题意得 $(x_1 + x_2)^2 - \lambda(x_1 + x_2) = 2x_1x_2 - 2 \ln x_1x_2$

$2x_1x_2 - 2 \ln x_1x_2 \geq 2$, 即 $(x_1 + x_2)^2 - \lambda(x_1 + x_2) \geq 2$, $\lambda \in [1, 2]$

$(x_1 + x_2)^2 - \lambda(x_1 + x_2) - 2 \geq 0$ 又 $x_1 + x_2 > 0$, 当 $\lambda = 2$ 时, 可以取到

$(x_1 + x_2)^2 - \lambda(x_1 + x_2) - 2 \geq (x_1 + x_2)^2 - 2(x_1 + x_2) - 2 \geq 0$

故解得 $x_1 + x_2 \geq 1 + \sqrt{3}$ 或 $x_1 + x_2 \leq 1 - \sqrt{3}$ (舍) 综上所述 $x_1 + x_2$ 最小值为 $1 + \sqrt{3}$ 。