教师招聘考试中学数学学科模拟题 1

第一部分 客观题

1．$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+\cdots(n-1)}{n^2}=$（　　）。

A．0　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．1　　D．2

2．$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{|x-2|}{x-2}=$（　　）。

A．-1　　B．1　　C．∞　　D．不存在

3．$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^{-x}=$（　　）。

A．0　　B．e^{-1}　　C．e　　D．1

4．设 $f(x)$ 是可导函数，则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f^2(x+\Delta x)-f^2(x)}{\Delta x}=$（　　）。

A．0　　B．$2f(x)$　　C．$2f'(x)$　　D．$2f(x)f'(x)$

5．设 $f(x)=(1+x^2)^5$，则 $f'(-1)=$（　　）。

A．0　　B．-160　　C．-1　　D．80

6．函数 $f(x)=x^4-2x^2+2$ 的单调增区间为（　　）。

A．$(-1,0)\cup(1,+\infty)$　　B．$(-\infty,-1)\cup[0,1]$

C．$(-1,1)\cup(1,+\infty)$　　D．$(-\infty,-1)\cup[-1,0]$

7．函数 $f(x)=\ln(x^2+1)$，在区间 $[-1,2]$ 上的最小值与最大值分别为（　　）。

A．$0,\ln 2$　　B．$\ln 2,\ln 5$　　C．$0,\ln 5$　　D．$0,\ln 6$

8.设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 二阶可导，且 $f(-x)=f(x)$，若 $x<0$ 时，$f'(x)>0,f''(x)<0$，则 $x>0$ 时，有（　　）。

A．$f'(x)>0,f''(x)<0$　　B．$f'(x)>0,f''(x)>0$

C．$f'(x)<0,f''(x)<0$　　D．$f'(x)<0,f''(x)>0$

9．下列曲线中有拐点$(0,0)$的是（　　）。

A．$y=x^2$　　B．$y=x^3$　　C．$y=x^4$　　D．$y=x^{\frac{2}{3}}$

10．方程$x^3-3x+p=0$恰有两个不相等的实数根，则（　　）。

A．p为任意实数　　B．$-2<p<2$

C．$p<-2$或$p>2$　　D．$p=-2$或$p=2$

11．若$\int f(x)dx=x^2e^{2x}+C$，则$f(x)=$（　　）。

A．$2xe^{2x}$　　B．$4xe^{2x}$　　C．$2x^2e^{2x}$　　D．$2xe^{2x}(1+x)$

12．已知$y'=2x$，且当$x=1$时$y=2$，则$y=$（　　）。

A．x^2　　B．x^2+C　　C．x^2+1　　D．x^2+2

13．若$\iint\limits_D dxdy=1$，则积分区域D可以是（　　）。

A．由x轴，y轴及$x+y-2=0$所围成的区域

B．由$x=1$，$x=2$及$y=2,y=4$所围成的区域

C．由$|x|=\frac{1}{2}$，$|y|=\frac{1}{2}$所围成的区域

D．$|x+y|=1,|x-y|=1$所围成的区域

14．下列命题正确的是（　　）。

A．数列$\{u_n\}$与级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$有相同的敛散性

B．无穷级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$是数，可以比较大小

C．收敛级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$可以重新排列，收敛性不变

D．两个发散级数逐项相加仍可能组成收敛级数

15．设$A,B,A+B,A^{-1}+B^{-1}$均为n阶可逆矩阵，则$(A^{-1}+B^{-1})^{-1}=$（　　）。

A．$A^{-1}+B^{-1}$　　B．$A+B$　　C．$A(A+B)^{-1}B$　　D．$(A+B)^{-1}$

16．如果 $AB=BA$，矩阵 B 就称为与矩阵 A 可交换，设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$，则下列矩阵中与 A 可交换的矩阵 B 为（　　）。

A． $B=\begin{pmatrix}1&0\\3&2\end{pmatrix}$　　B． $B=\begin{pmatrix}2&3\\0&2\end{pmatrix}$　　C． $B=\begin{pmatrix}0&3\\1&2\end{pmatrix}$　　D． $B=\begin{pmatrix}3&0\\4&2\end{pmatrix}$

17．行列式 $D_1=\begin{vmatrix}1&3&1\\2&2&3\\3&1&5\end{vmatrix},D_2=\begin{vmatrix}\lambda&0&1\\0&\lambda-1&0\\1&0&\lambda\end{vmatrix}$，若 $D_1=D_2$，则 λ 的值为（　　）。

A． $0,1$　　B． $0,2$　　C． $1,-1$　　D． $2,-1$

18. 在平面直角坐标系中，求过点 $M_1(1,0,2)$ 和 $M_2(-1,3,2)$，且平行于向量 $\vec{a}=(1,-2,4)$ 的平面方程是（　　）。

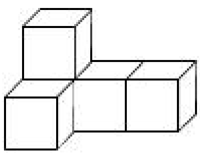
A． $20x-12y+z-18=0$　　B． $20x+12y+z-18=0$

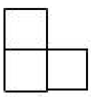
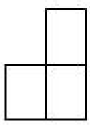
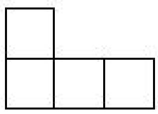
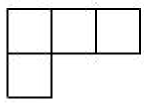
C． $20x+12y+x+18=0$　　D． $20x-12y+z+18=0$

19．纳米是非常小的长度单位，已知 1 纳米=10^{-6} 毫米，某种病毒的直径为 100 纳米，若将这种病毒排成 1 毫米长，则病毒的个数是（　　）。

A． 10^2 个　　B． 10^4 个　　C． 10^6 个　　D． 10^8 个

20．如图是由 5 个相同的小正方形搭成的一个几何体，它的俯视图是（　　）。



A. 　　B. 　　C. 　　D. 

21．实数 a,b 在数轴上对应点的位置如图所示，则必有（　　）。

A. $a+b>0$　　B. $a-b<0$　　C. $ab>0$　　D. $\frac{a}{b}<0$

22. 当 $x=1$ 时，代数式 ax^2+bx+1 的值为 3，则 $(a+b-1)(1-a-b)$ 的值等于（　　）。

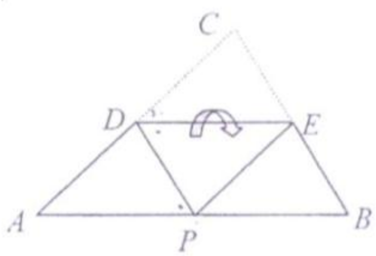
A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

23. 下列说法中，正确的是（　　）。

A. 如果 $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$，那么 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$　　B. $\sqrt{9}$ 的算术平方根等于 3

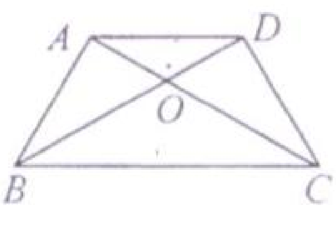
C. 当 $x<1$ 时，$\sqrt{x-1}$ 有意义　　D. 方程 $x^2+x-2=0$ 的根是 $x_1=-1, x_2=2$

24. 如图，D, E 分别为 ΔABC 的 AC, BC 边的中点，将此三角形沿 DE 折叠，使点 C 落在 AB 边上的点 P 处，若 $\angle CDE=48°$，则 $\angle APD$ 等于（　　）。



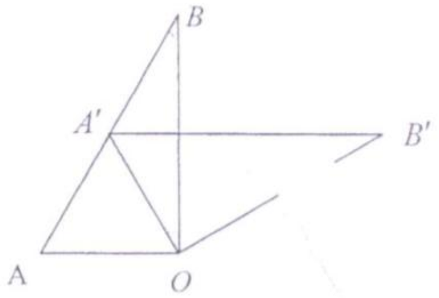
A. $42°$　　B. $48°$　　C. $52°$　　D. $58°$

25. 如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB=DC, AC, BD$ 交于点 O，则图中全等三角形共有（　　）。



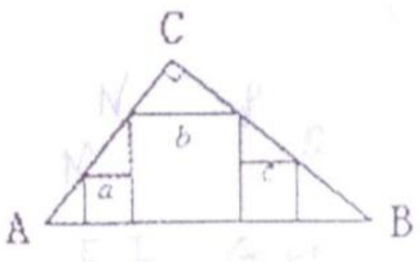
A. 2 对　　B. 3 对　　C. 4 对　　D. 5 对

26. 如图 $\angle AOB=90°$，$\angle B=30°$，$\Delta A'OB'$ 可以看作是 ΔAOB 由绕点 O 顺时针旋转 α 角度得到的，若点 A' 在 AB 上，则旋转角 α 的大小可以是（　　）。



A．$30°$　　B．$45°$　　C．$60°$　　D．$90°$

27．如图，在 $Rt\Delta ABC$ 内有边长分别为 a,b,c 的三个正方形，则 a,b,c 满足的关系式是（　　）。



A．$b=a+c$　　B．$b=ac$　　C．$b^2=a^2+c^2$　　D．$b=2a=2c$

28．为了估计湖中有多少鱼，先从湖中捕捉 50 条鱼做记号，然后放回湖里，经过一段时间，等带记号的鱼完全混于鱼群之后，再捕捞第二次鱼共 200 条，有 10 条做了记号，则估计湖里有鱼（　　）。

A．400 条　　B．500 条　　C．800 条　　D．1000 条

29．为了解决某小区居民的日用电情况，居住在该小区的一名同学随机抽查了 15 户家庭的日用电量，结果如下表：

日用电量（单位：度）	5	6	7	8	10
户　　数	2	5	4	3	1

则关于这 15 户家庭的日用电量，下列说法错误的是（　　）。

A．众数是 6 度　　B．平均数是 6．8 度

C．极差是 5 度　　D．中位数是 6 度

30．同时抛掷两枚质地均匀的正方形骰子（骰子每个面上的点数分别为 1,2,3,4,5,6），下列事件中是必然事件的是（　　）。

A．两枚骰子朝上一面的点数和为 6

B. 两枚骰子朝上一面的点数和不小于 2

C. 两枚骰子朝上一面的点数均为偶数

D. 两枚骰子朝上一面的点数均为奇数

31.《九章算术》是我国东汉初年编订的一部数学经典著作，在它的方程一章里，一次方程组是由算筹布置而成的。《九章算术》中的算筹是竖排的，为看图方便，我们把它改为横排，如图 1，图 2。图中各行从左至右列出的算筹数分别表示未知数的系数与相对应的常数项。把图 1 所示的算筹图用我们现在所熟悉的方程组形式表述出来，就是$\begin{cases}3x+2y=19\\x+4y=23\end{cases}$，类似地，图 2 所示的算筹图我们可以表述为（　　）。

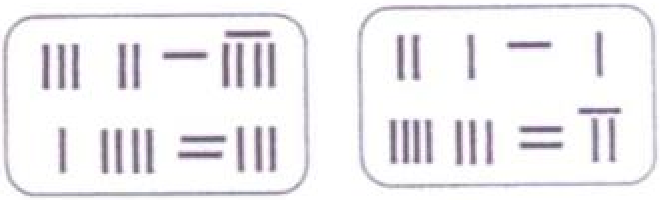
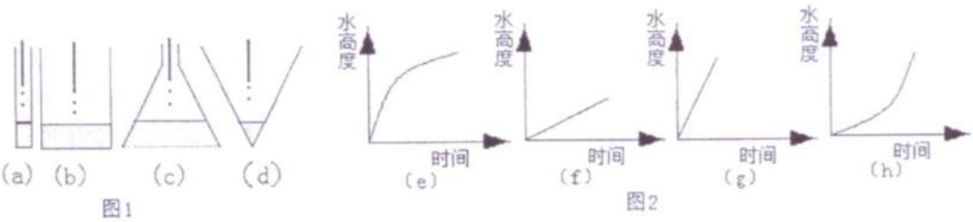


图 1　　图 2

A. $\begin{cases}2x+y=11\\4x+3y=27\end{cases}$　　B. $\begin{cases}2x+y=11\\4x+3y=22\end{cases}$

C. $\begin{cases}3x+2y=19\\x+4y=23\end{cases}$　　D. $\begin{cases}2x+y=6\\4x+3y=27\end{cases}$

32. 图 1 是水滴进玻璃容器的示意图（滴水速度不变），图 2 是容器中水高度随滴水时间变化的图像



给出下列对应：

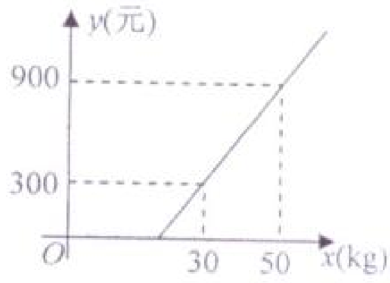
（1）：$a-e$（2）：$b-f$（3）：$c-h$（4）：$d-g$

其中正确的是（　　）。

A.（1）和（2）　　B.（2）和（3）　　C.（1）和（3）　　D.（3）和（4）

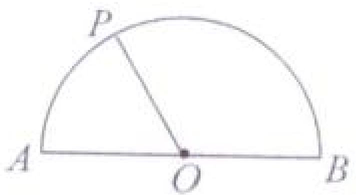
33. 某航空公司规定，旅客乘机所携带行李的质量 $x(kg)$ 与其运费 y（元）由如图所示的一

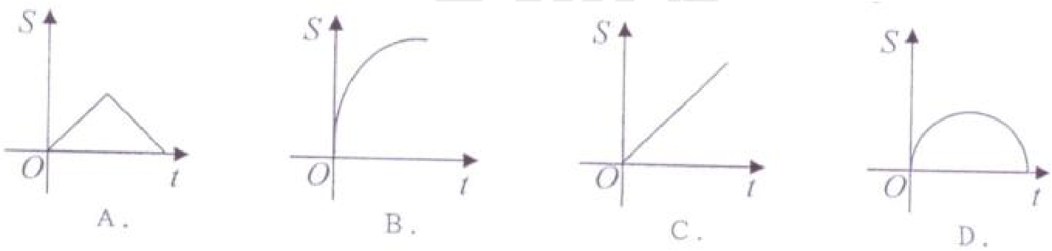
次函数的图像确定，那么旅客可携带的免费行李的最大质量为（　　）。



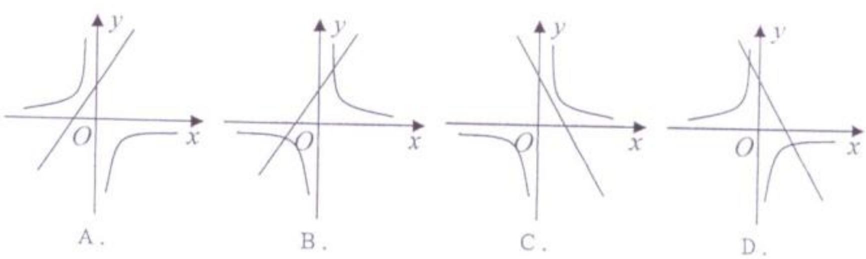
A．20kg　　B． 25kg　　C．28kg　　D．30kg

34．如图，某运动员 P 从半圆跑道的 A 点出发沿 AB 匀速前进到达终点 B，若以时间 t 为自变量，扇形 OAP 的面积 S 为函数的图像大致是（　　）。

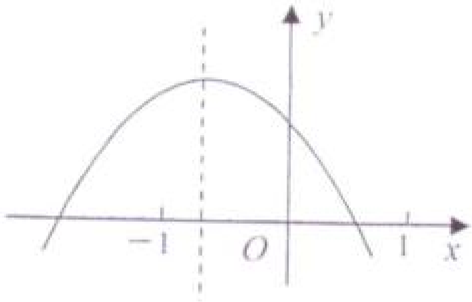




35．在同一直角坐标系中，函数 $y=-kx+k$ 与 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 图像大致是（　　）。



36．二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像如图所示，则下列关系式中错误的是（　　）。

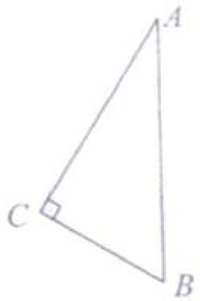


A. $a<0$　　B. $c>0$　　C. $b^2-4ac>0$　　D. $a+b+c>0$

37．已知，$\odot O$ 是等边三角形 ABC 的外接圆，$\odot O$ 半径是 2，则等边三角形 ABC 的边长为（　　）。

A. $\sqrt{3}$　B. $\sqrt{5}$　C. $2\sqrt{3}$　D. $2\sqrt{5}$

38．如图，已知 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle ACB=90°, AC=4, BC=3$，以 AB 边所在的直线为轴，将 $Rt\Delta ABC$ 旋转一周，则得到几何体的表面积是（　　）。

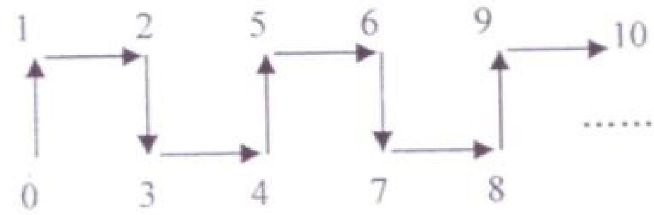


A. $\frac{168}{5}\pi$　B. 24π　C. $\frac{84}{5}\pi$　D. 12π

39．为了求 $1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{2008}$ 的值，可令 $S=1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{2008}$，则 $2S=2+2^2+2^3+\cdots+2^{2009}$，因此 $2S-S=2^{2009}-1$，所以 $1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{2008}=2^{2009}-1$，仿照以上推理计算出 $1+5+5^2+5^3+\cdots+5^{2009}$ 得值是（　　）。

A. $5^{2009}-1$　B. $5^{2010}-1$　C. $\frac{5^{2009}-1}{4}$　D. $\frac{5^{2010}-1}{4}$

40.探索规律，根据下图中剪头的指向规律，从 2004 到 2005 再到 2006，剪头的方向是（　　）。



A.　　B.　　C.　　D.

第二部分 主观题

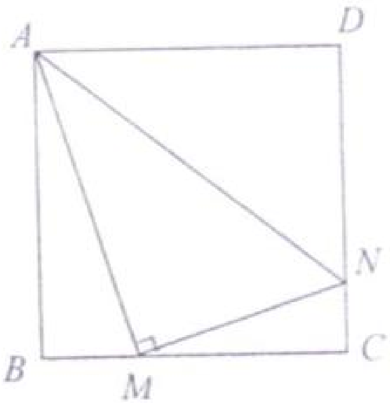
一、（第 1 题 6 分，第 2 题 8 分，共 14 分）

1．计算积分 $\int_1^e \ln x dx$

2．求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n-1}}{3^{n-1}\cdot n}$ 的收敛域

二、（第 1 小题 7 分，第 2 小题 9 分，共 16 分）

1．正方形 $ABCD$ 边长为 4，M,N 分别是 BC,CD 上的两个动点，当 M 点在 BC 上运动时，保持 AM,MN 垂直

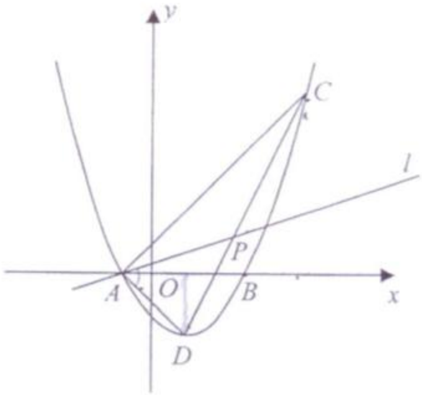


（1）证明：$Rt\Delta ABM \backsim Rt\Delta MCN$

（2）设 $BM=x$，梯形 $ABCN$ 的面积为 y，求 y 与 x 之间的函数关系式；当点 M 运动到什么位置时，四边形 $ABCN$ 面积最大，并求出最大面积。

2．如图，在平面直角坐标系中，开口向上的抛物线与 x 轴交于 A,B 两点，D 为抛物线的顶

点，O为坐标原点，若$OA,OB(OA<OB)$的长分别是方程$x^2-4x+3=0$的两根，且$\angle DAB=45°$



（1）求抛物线对应的二次函数解析式；

（2）过点A作$AC\perp AD$交抛物线于点C，求点C的坐标；

（3）在（2）的条件下，过点A任作直线l交线段CD于点P，若点C,D到直线l的距离分别为$d_{1,}d_2$，试求$d+d_2$的最大值。

三、阅读下列案例并回答问题（10 分）

下面是教学过程中的一些教学情境案例，请仔细阅读，并简要回答后面所提出的问题。

案例①：上课伊始，教师首先播放神州六号安全返回的画面，并提出问题：在茫茫草原中，科学家是怎样找到返回舱的？它的位置如何确定？从而引出课题：“确定位置”。

案例②：教师在上指数内容时，为了让学生对2^{24}大数的了解，教师引入教学情境：“某人听到一则谣言 1 小时内传给 2 人，此 2 人在 1 小时内每人又分别传给 2 人，……，如此下去，一昼夜能传遍一个千万人口的城市吗？”

案例③：教师在上指数相关内容时，引入了“登月天梯”：“我班有 43 名同学，每个同学都有一张规格相同的纸，如果学号是 1 的同学将纸对折一次，学号是 2 的同学将纸对折 2 次，以此类推，学号是 43 的同学将纸对折 43 次，将所有折好的纸叠加，粘成一个“长梯”，我们能否用它登上月球？”

问题 1：你认为数学教学中创设情境的目的和作用是什么？

问题 2：你认为数学教学中情境创设的原则是？

问题 3：结合案例③，简要说明数学教学中创设情境应避免出现的问题？

教师招聘考试中学数学学科模拟题及解析 1

第一部分 客观题

1. 选 B

【解析】$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+\cdots(n-1)}{n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{n(n-1)}{2}}{n^2}=\dfrac{1}{2}$

2. 选 D

【解析】左右极限不相等，所以极限不存在。

3. 选 B

【解析】$\lim\limits_{x\to\infty}(x+\dfrac{1}{x})^{-x}=\dfrac{1}{\lim\limits_{x\to\infty}(x+\frac{1}{x})^{x}}=e^{-1}$

4. 选 D

【解析】$\lim\limits_{\triangle x\to 0}\dfrac{f^2(x+\triangle x)-f^2(x)}{\triangle x}=\lim\limits_{\triangle x\to 0}\dfrac{(f(x+\triangle x)-f(x))(f(x+\triangle x)+f(x))}{\triangle x}$

$=2f(x)f'(x)$

5. 选 B

【解析】$f'(x)=5(1+x^2)^4\cdot 2x=10x(1+x^2)^4$

$f'(-1)=-10\cdot 2^4=-160$

6. 选 A

【解析】应用因式分解、求导定理及穿根法。

7. 选 C

【解析】求导求最大值和最小值。

8. 选 C

【解析】函数为偶函数，根据已知进行判断。

9. 选 B

10. 选 D

【解析】求导进行判断。

11. 选 C

【解析】积分公式逆推。

12. 选 C

13. 选 C

【解析】积分的定义。

14. 选 D

15. 选 C

16. 选 B

【解析】根据矩阵可以交换的充分必要条件。

17. 选 A

【解析】根据行列式相等进行求解。

18. 选 B

19. 选 B

20. 选 D 。

【解析】根据三视图的定义判断即可。

21. 选 A

【解析】由图，$b<-1$，$0<a<1$，带入特值进行判断。

22. 选 B

【解析】由题意得到，$a+b=2$，带入代数式进行求解。

23. 选 B

【解析】选项 A 中分母不能为 0；选项 C 为 $x\geq 1$；选项 D 为 $x_1=1, x_2=-2$ 。

24. 选 B

【解析】根据题意 $\angle CDE=\angle PDE=\angle APD=48°$

25. 选 B

【解析】$\triangle ABC$与$\triangle DCB$;$\triangle ABD$与$\triangle CDA$;$\triangle AOD$与$\triangle DOC$

26. 选 C

【解析】题意即求 $\angle AOA'$ 的度数。

27. 选 A

【解析】应用相似三角形和相似定理。

28. 选 D

【解析】$\frac{10}{200}=\frac{50}{x}$，解得 $x=1000$ 。

29. 选 D

【解析】中位数为 7。

30. 选 B

31. 选 A

【解析】根据图示进行判断，每个算筹的含义，进行类推即可。

32. 选 B

【解析】根据容器形状进行判断。

33. 选 A

【解析】根据图像求出函数解析式为 $y=30x-600$，可免费携带行李即求运费为 0 时，x 的取值。

34. 选 C

【解析】由于运动员匀速前进，所以斜率为定值。

35. 选 C

【解析】根据一次函数和反比例函数图像分别进行判断即可。

36. 选 D

【解析】根据图像开口朝下，对称抽在 x 轴负半轴，与 x 轴有两个焦点。

37. 选 C

38. 选 C

【解析】得到的几何体为两个圆锥，分别求出表面积相加即可。

39. 选 D

【解析】根据所给规律进行递推，再等式两边乘以 5，进行错位相减即可。

40. 选 C

【解析】依据图形变化规律进行判断，4 个数为一个周期。

第二部分　主观题

一、1. 参考答案：

$$\int_1^e \ln xdx = x\ln x\Big|_1^e - \int_1^e xd\ln x = e-0-\int_1^e x*\frac{1}{x}dx = e-0-e+1=1$$

2. 参考答案：

$\lim\limits_{n\to\infty}\left|\dfrac{a_{n+1}}{a_n}\right|=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\dfrac{1}{3^n\bullet(n+1)}}{\dfrac{1}{3^{n-1}\bullet n}}=\dfrac{1}{3}$，所以收敛半径为 $R=3$。

在 $x=3$ 处，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3^{n-1}}{3^{n-1}\bullet n}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}$ 发散；

在 $x=-3$ 处，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-3)^{n-1}}{3^{n-1}\bullet n}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n}$ 收敛，所以幂级数的 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{n-1}}{3^{n-1}\cdot n}$ 收敛域为 $[-3,3)$。

二、1. 参考答案：

解：（1）在正方形 $ABCD$ 中，$AB=BC=CD=AD=4$，$\angle B=\angle C=90°$

$\because AM\perp MN$

$\therefore \angle AMN=90°$

$\therefore \angle AMB+\angle CMN=90°$

在 $Rt\triangle ABM$，$\angle AMB+\angle BAM=90°$，

$\therefore \angle BAM=\angle CMN$

$\therefore Rt\triangle ABM\backsim Rt\triangle MCN$

（2）$\because Rt\triangle ABM\backsim Rt\triangle MCN$

$\therefore \dfrac{BM}{CN}=\dfrac{AB}{MC}$

$\therefore \quad x(10-x)=10\bullet CN$

$\therefore \quad CN=x-\dfrac{x^2}{4}$

$\therefore \quad y=(x-\dfrac{x^2}{4}+4)\bullet 2=-\dfrac{x^2}{2}+2x+8$

当 $x=2$ 时，四边形 ABCN 面积最大为 10。即当 M 运动为 B C 中点时，四边形面积最大。

2. 参考答案：

解：（1）解方程 $x^2-4x+3=0$ 得 $x=1$或$x=3$，而 $OA<OB$,

则点 A 的坐标为 $(-1,0)$，点 B 的坐标为 $(3,0)$.

过点 D 作 $DD_1\perp x$ 轴于 D_1, 则 D_1 为 AB 的中点

$\therefore D_1$ 的坐标为 $(1,0)$.

又因为 $\angle DAB=45^\circ$, $\therefore AD_1=DD_1=2$.

$\therefore D$ 的坐标为 $(1,-2)$.

令抛物线对应的二次函数解析式为 $y=a(x-1)^2-2$.

$\because$ 抛物线过点 $A(-1,0)$,

则 $0=4a-2$, 得 $a=\frac{1}{2}$.

故抛物线对应的二次函数解析式为 $y=\frac{1}{2}(x-1)^2-2$.（或写成 $y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}$）

（2）$\because CA\perp AD$，$\angle DAC=90^\circ$.

又 $\because \angle DAB=45^\circ$, $\therefore \angle CAD_1=45^\circ$.

令点 C 的坐标为 $(m，n)$, 则有 $m+1=n$.

$\because$ 点 C 在抛物线上，$\therefore n=\frac{1}{2}(m-1)^2-2$.

化简得 $m^2-4m-5=0$. 解得 $m=5$，$m=-1$（舍去）.

故点 C 的坐标为 $(5,6)$.

（3）由（2）知 $AC=6\sqrt{2}$, 而 $AD=2\sqrt{2}$,

$\therefore DC=\sqrt{AD^2+AC^2}=4\sqrt{5}$.

过 A 作 $AM\perp CD$.

$\because \frac{1}{2}AC\times AD=\frac{1}{2}DC\times AM$,

$\therefore AM=\frac{24}{4\sqrt{5}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

$\because S_{\triangle ADC}=S_{\triangle APD}+S_{\triangle APC}$,

$\therefore \frac{1}{2}\times AC\times AD=\frac{1}{2}AP\times d_1+\frac{1}{2}AP\times d_2$.

$d_1+d_2=\frac{24}{AP}\leqslant\frac{24}{AM}=24\times\frac{5}{6\sqrt{5}}=4\sqrt{5}$.

即此时 d_1+d_2 的最大值为 $4\sqrt{5}$.

三、参考答案：

1. **一、创设问题情境，激发学生求知欲望。**

有疑设问是一切知识的起点和追求知识的动力。任何人对未知的事物都充满好奇心，而青少年在这方面表现更为强烈，教师可利用学生的好奇心这一特点，设计适合他们心理特点的问题情境，引导他们主动思索、尝试，释疑解惑。但释疑不能操之过急，越俎代庖，应留给学生思考的余地，通过适当地点拨，让学生积极思维而达到解疑之目的。这样，思维过程才能日臻缜密，知识掌握才能更趋牢固。

二、创设追问情境，培养学生的发散思维能力

我们知道知识形成的思维过程主要体现在问题提出的思维过程和问题解决的思维过程，及时发现问题善于捕捉问题的能力是创新的基础和要素之一。

三、创设记忆情境，启迪学生学习兴趣

记忆是学习数学中不可缺少的环节。在初中数学教学中要求学生识记的知识相当多，如果一味地死记硬背，既浪费时间，效果又不是很好。因此要求教师在平时的教学中，要巧妙地创设记忆情境，使学生在愉快欢笑的气氛中进行记忆，而且终身难忘。

四、创设类比情境，拓宽学生解题视野

所谓类比就是指在不同的研究对象之间，根据它们某些侧面的类似之处进行比较，通过预测建立猜想和发现真理的方法。其思想过程为研究对象、类比、预见、形成结论（或解决问题的方法）。类比思维在数学知识延伸拓广过程中常借助于比较联想用作启发诱导以寻求思维的变异和发散。在归纳知识系统时又可用来串联不同层次的类比内容，一帮助理解和记忆，在解决数学问题时无论是对于命题本身或解题思路方法都是产生猜想获得命题的推广和引申的原动力。

五、创设联想情境，焕发学生探索新知

联想不是凭空臆想，而是人们对具有某些特征的新的问题，利用头脑中已有知识和经验，与已掌握的结论和方法联系起来，由“此”想到“彼”的一种心理活动。培养学生的联想能力，对“以旧换新”，解决问题，往往能达到意想不到的效果。

六、创设错误问题情景，培养学生质疑，反思，创新的精神

设置错误情景，即“错误教育法”，使学生反思，质疑，错误的解法，错误的命题，不仅更清晰的认知基本概念基本数学方法，更能在“错误”中产生积极思维，质疑，创新，培养学生严谨科学的学习习惯和方法。

七、创设动态情境，培养学生的创新精神和实践能力

著名数学家华罗庚说过：“人们对数学造就产生了枯燥乏味，神秘难懂的现象，成因之一是脱离实际。”因此，我们可充分地利用现代教学媒体，创设丰富的、直观、生动、有趣生活情境，改善认知环境，化抽象为具体，有利于学生对知识的理解和掌握。如锥体体积公式的证明是教学的难点之一。其中渗透了很重要的数学思想----割补思想。运用常规教学不容易讲清楚，学生也很难听明白。运用计算机模拟辅助教学，把割与补的过程演示出来，突出了几何体的线条和切面，教师讲得轻松，学生学得明白；又可增大课堂容量，提高学生学习的积极性，使教学效果大大提高。整节课充分发挥计算机的辅助功能，围绕着两个重点--锥体积公式（知识）和割补法（能力）展开，在熟悉割补法的同时，又掌握了锥体的体积公式的证明，达到了预定的教学目标。

2.原则：

思维的本源在于问题情境，那么应该提出怎样的问题才能创设出恰当的问题情境，进而引起学生积极思考呢？本人认为，根据学生的认知心理特点，创设问题情境应遵循以下原则。

一、诱发性原则

在创设问题情境时，一定要保证所设情境能激起学生的认知冲突，启发学生积极思考。学习是学生主动地获取知识的积极反应，不应是被动行为，有效的学习应该是在激发学生认知需要的情境中进行的。因而创设问题情境时，要求其能引起学生认知结构上的“不平衡”，造成学生心理上的悬念，从而唤起学生的求知欲望，激发起学习的兴趣，把学生带入一种种与问题有关的情境中去，使他们产生积极思考的欲望。

二、适度性原则

教师在创设问题情境时，必须根据特定知识内容以及教学目标，将学生已有的知识经验与将要学习的知识联系起来，在此基础上设置问题。问题不能过于简单，也不能过于复杂。过易和过难的问题都不能有效地激发学生的思维活动，不能构成问题情境。学习的过程就是不断地提出问题、分析问题和解决问题的过程。如果问题过于简单，学生不需要思考就能得到答案，这样容易使学生形成一种不爱深入思考问题和不爱从复杂的联系中思考问题的不良思维习惯；问题过于深奥，在学生的知识能力水平上不能解决，这样易挫伤学生的学习积极性，对发展学生的思维能力也是不利的。只有那些难易适度，有助于学生形成“心求通而未得”的认知冲突的问题，才是构成问题情境的最佳素材。什么样的问题才是“难易适度”的呢？根据维果茨基的“最近发展区”理论，那些与学生已有的知识经验密切联系，具有一定

的思维容量和思维强度，需要学生经过努力思考才能解决的问题，是创设问题情境的最适度的问题。

三、层次性原则

人类认识事物的过程是一个从简单到复杂，由易到难，循序渐进的过程，学生的学习活动必然遵循这一规律。在教学中，对于那些具有一定深度和难度的内容，教师在创设问题情境时，应尽可能设计一组有层次、有梯度的问题，考虑好问题的衔接和过渡，用组合、铺垫或设台阶等方法来提高问题的整体效益。用问题组引导学生进行深入思考，从而深刻理解有关知识，形成系统的知识结构。要避免将问题设计得非常具体、琐碎，把系统内容分解得支离破碎。这既不利于培养学生思维的深刻性和独立性，也不利于学生形成相对完整的认识思路和掌握知识的整体结构。这就要求教师要认真分析教材，根据学生的认知特点，设计出科学的、有层次的问题组，并且及时引导学生把问题讨论的结果进行有机整合，形成系统的认知结构。

四、共振性原则

在教学中教师通过创设问题情境，能够引导学生积极思考。但是，如果只是教师来提出问题，引导学生得出既定的答案，即常说的“以教师的思路来引导学生的思路”，这实质上是将学生的思维限制在教师思维的框架之中，学生仍处于被动学习的状态，不利于学生思维的发散和创造。因此，教师在创设问题情境时，应积极引导和鼓励学生自己去发现问题，提出问题，这是激发学生创造性思维的最好途径，也是学生主体性的最充分发挥。学生提的问题越多，说明其思维越活跃，学习积极性越高。教师通过学生所提的问题能及时了解学生的思维动态，在和学生相互的交流和讨论中，二者的思维相互碰撞，相互启发，相互引导，最终达到和谐共振。这应是教学艺术的最高境界。

3.避免出现的问题：

一、情境的趣味性和数学味

情境创设只是手段，体验其中的数学才是目的，不应对情境本身作过多的具体描述和渲染，以免喧宾夺主，分散学生的注意力。每节课总有一定的教学任务，需实现一定的教学目标，包括认知技能、数学思考、情感态度价值观等方面。创设的情境就要紧紧围绕教学目标，而且要比较具体、明确，这就要求教师一方面发挥教师的指导作用，及时从生活情境中提炼数学问题，切忌在情境中“流连忘返”；另一方面要充分发挥情境的趣味性、问题性为教学服务，不能“浅尝辄止”，把情境的创设只作为课堂教学的“摆设”和“敲门砖”。

二、情境内容生活化

把情境内容与学生的生活实际紧密联系起来，让学生体验情境中的数学问题，增加学生的直接经验，这样不仅有利于学生理解生活情境中的数学问题，而且有利于学生体验到在生活中数学是无处不在的，培养学生用数学的眼光观察生活的能力和初步解决实际问题的能力。

三、情境内容的问题性

在教学中教师要精心设计问题情境，沟通知识点间的联系，沟通数学与生活的联系，使学生能科学的思考问题，寻找解决问题的途径，帮助学生解决问题。

四、情境内容的时代性、新颖性

我们应该用动态、发展的眼光来看待学生。在当今的信息社会里，学生可以通过多种渠道获得大量的信息，智力水平已经有了很大的提高。我们教师创设的情境也应该赋予一种时代气息。

五、情境形式的多样性

情境的创设要采用多种形式，一般中低段的教学情境创设应以与学生直接相关的、发生在他们身边的、可以直接接触到的“有趣、好玩、新奇”的事物作情境内容，而高段教学情境创设应以与学生的直接经验相冲突的对象和“有挑战性”的任务为情境内容。教学情境的表现形式也应该多种多样，可以是故事情境、图片情境，也可以是操作情境、活动情境、信息情境和问题情境等等；情境创设的主体可以是老师也可以是学生。只有当“学生主动地寻求数学知识的实际背景，才能为数学知识的应用找到生长点，也才有可能进一步探索体会其应用价值。”

六、防止认识上的“唯情境论”

新课程理念强调让学生在一定的情境中学习数学，并不是数学课脱离了情境，就远离了儿童的生活，就不是新课程理念下的数学课。有专家建议：并不是每节课都一定从情境引入，对于一些不好创设情境的教学内容，可以采取开门见山的方式，直接导入新课。可以用一句话来概括数学课堂教学中的情境创设，就是“到位不越位，帮忙不添乱”。

教师招聘考试中学数学学科模拟题 2

第一部分　　客观题

1. $\int_{-3}^{3} x^2 dx$ 的值等于（　　）。

（A）0　　（B）9　　（C）18　　（D）27

2. 已知 $f(x)=\int(x+e^x)dx$，则 $f'(x)$=（）

（A）$x+e^x$　　（B）x^2+e^x　　（C）$\frac{x^2}{2}+e^x+C$　　（D）$x+e^x+C$

3. 若 D 是曲线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 与直线 $y=x$ 围成的封闭区域，则 $\iint_D xydxdy=$

（A）8　　（B）32　　（C）32/3　　（D）-8

4. 计算 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}=$

（A）12　　（B）10　　（C）-10　　（D）-12

5. 不等式 $|3x-1|<5$ 的解集是

（A）$\{x|x<2\}$　　（B）$\left\{x|x<-\frac{4}{3}\right\}$　　（C）$\{x|x>2\}$　　（D）$\left\{x|-\frac{4}{3}x<2\right\}$

6. 方程 $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}-\frac{z^2}{3}=1$ 表示的曲面是

（A）旋转双曲面　　（B）旋转椭球面　　（C）旋转抛物面　　（D）椭圆抛物面

7. 函数 $f(x)=x^2+2\ln(x+1)$ 的拐点是

（A）(0,0)　　（B）(1,0)　　（C）(0,1)　　（D）(1,1)

8. 矩阵 $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ 的秩等于

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

9. 点 $\left(2,\sqrt{3},-2\right)$ 到平面 $\sqrt{3}x-2y+3z=-2$ 的距离等于

（A）0　（B）1　（C）2　（D）3

10. 直线 $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+2}{-2}$ 与 $\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{3}$ 的位置关系是

（A）互相垂直　（B）成 30 度角　（C）成 60 度角　（D）互相垂直

11. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n}{1+3+3^2+\cdots+3^{n-1}}=$

（A）0　（B）2/3　（C）1　（D）4

12. 已知球的半径为 2，相互垂直的两个平面分别截球面得两个圆，若两个圆的公共弦长为 2，则两圆的圆心距等于

（A）1　（B）$\sqrt{2}$　（C）$\sqrt{3}$　（D）2

13. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x^2+x-2}{x^2+4x-5}=$

（A）1/2　（B）1　（C）2/5　（D）1/4

14. 函数 $y=\sqrt{-x}\left(x\le 0\right)$ 的反函数是

（A）$y=x^2(x\ge 0)$　（B）$y=-x^2(x\ge 0)$　（C）$y=x^2(x\le 0)$　（D）$y=-x^2(x\ge 0)$

15. 已知 $f\left(x\right)$ 在[a, b]上可导，则 $f'\left(x\right)<0$ 是 $f\left(x\right)$ 在[a, b]，上单调减的

（A）必要条件　（B）充分条件　（C）充要条件　（D）既非必要，又非充分

16. 设函数 $f\left(x\right)$ 定义在[a, b]上，正确的是

（A）$f\left(x\right)$ 可导，则 $f\left(x\right)$ 连续　（B）$f\left(x\right)$ 不可导，则 $f\left(x\right)$ 不连续

（C）$f\left(x\right)$ 连续，则 $f\left(x\right)$ 可导　（D）$f\left(x\right)$ 不连续，则 $f\left(x\right)$ 可导

17. 设可微函数 $f\left(x\right)$ 定义在[a, b]上，$x_0\in\left[a,b\right]$ 点的导数的几何意义是

（A）x_0 点的切向量　（B）x_0 点的法向量

（C）x_0 点的切线的斜率　（D）x_0 点的法线的斜率

18. 曲线 $y=\frac{x}{2x-1}$ 在点（1, 1）处的切线方程为

（A）$x-y-2=0$　　（B）$x+y-2=0$　　（C）$x+4y-5=0$　　（D）$x-4y-5=0$

19. $f(x)=\sqrt{x}$，其定义域是 x≥0，其导数的定义域是

（A）x≥0　　（B）x≠0　　（C）x>0　　（D）x≤0

20. $f(x)$在（a,b）内连续，且$x_0\in[a,b]$，则在x_0处

（A）$f(x)$极限存在，且可导　　（B）$f(x)$极限存在，且左右导数存在

（C）$f(x)$极限存在，不一定可导　　（D）$f(x)$极限存在，不可导

21. 若空间三条直线 a,b,c 满足 a⊥b,b∥c,则直线 a 与 c

（A）一定平行　　（B）一定相交　　（C）一定是异面直线　　（D）一定垂直

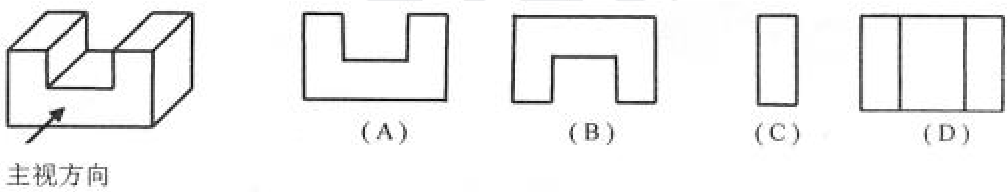
22. 在$(x-1)(x+1)^8$的展开式中的x^5的系数是

（A）-14　　（B）14　　（C）-28　　（D）28

23. 已知圆O_1,O_2的半径分别是$r_1=3,r_2=5$，若两圆相切，则圆心距O_1O_2的值是

（A）2 或 4　　（B）6 或 8　　（C）2 或 8　　（D）4 或 6

24. 图中所示几何体的俯视图是



25. 若x_1,x_2是一元二次方程$x^2+4x+3=0$的两个根，则x_1x_2的值是

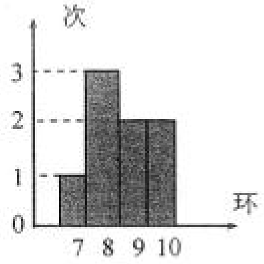
（A）4　　（B）3　　（C）-4　　（D）-3

26. 一名射击运动员连续打靶 8 次，命中的环数如图 1 所示，这组数据的众数与中位数分别为

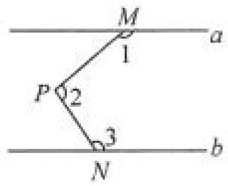
（A）9 与 8　　（B）8 与 9　　（C）8 与 8.5　　（D）8.5 与 9

27. 如图 2，已知直线 a∥b，点 M，N 分别在直线 a,b 上，点 P 为两平行线间一点，那么∠1+∠2+∠3=

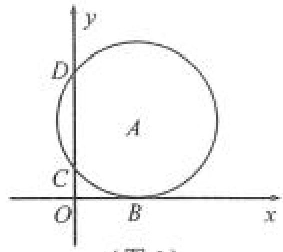
（A）180°　　（B）270°　　（C）360°　　（D）540°



（图 1）



（图 2）



（图 3）

28.如图 3，在平面直角坐标系中，点 A 在第一象限，圆 A 与 x 轴相切于点 B，与 y 轴交于 C（0,1），D（0,4）两点，则点 A 的坐标是

（A）$\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$　　（B）$\left(\frac{3}{2},2\right)$　　（C）$\left(2,\frac{5}{2}\right)$　　（D）$\left(\frac{5}{2},\frac{3}{2}\right)$

29. 等腰梯形的上底是 2cm，腰长是 4cm，一个底角是 60°，则等腰梯形的下底是

（A）5cm　　（B）6cm　　（C）7cm　　（D）8cm

30. 抛物线 $y=x^2-4x+5$ 的顶点坐标是

（A）(2, 1)　　（B）(-2, 1)　　（C）(2, 5)　　（D）(-2, 5)

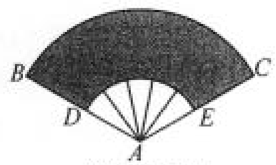
31. 圆的半径是 13cm，两弦 AB∥CD，AB=24cm, CD=28cm，则两弦 AB 与 CD 的距离是

（A）7cm　　（B）17cm　　（C）12cm　　（D）7cm 或 17cm

32. 如图，扇形纸扇完全打开后，外侧两竹条 AB、AC 夹角为 120°，AB 的长为 30cm，贴纸部分 BD 的长伟 20cm. 则贴纸部分的面积为

（A）100π cm^2　　（B）400/3π cm^2

（C）800π cm^2　　（D）800/3π cm^2



第 32 题图

33. 函数 $y=\sqrt{x+2}+\frac{1}{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是

（A）x⩾1　　（B）x>2 且 x≠2　　（C）x⩾0 且 x≠2　　（D）x⩾2 且 x≠2

34. 一个多边形的内角和是 900°，则这个多边形的边数是

（A）6　　（B）7　　（C）8　　（D）9

35. 在△ABC 中，∠B 与∠C 的角平分线交于 O 点，若∠A=50°，则∠BOC=

（A）130°　　（B）50°　　（C）25°　　（D）115°

36. 解分式方程 $\frac{1-x}{x-2}+2=\frac{1}{2-x}$，可知方程

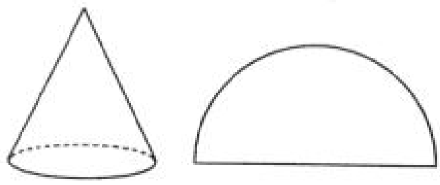
（A）x=2　　（B）x=3　　（C）x=4　　（D）无解

37.一个圆锥的侧面展开图是半径为 1 的半圆，则该圆锥的底面半径是（）

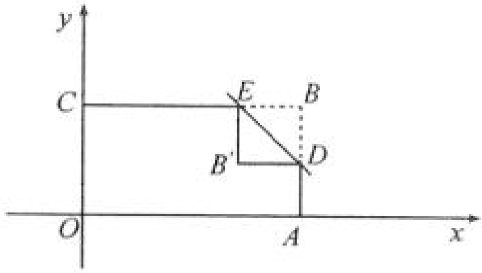
（A）1　　（B）3/4　　（C）1/2　　（D）9

38.如图，矩形 OABC 的边 OA，OC 分别在 x 轴、y 轴上，点 B 的坐标为（3,2）点 D，E 分别在 AB、BC 边上，BD=BE=1，沿直线 DE 将△BDE 翻折，点 B 落在点 B′处，则点 B′ 的坐标为

（A）（1,2）　　（B）（2,1）　　（C）（2,2）　　（D）（3,1）



第 37 题图



第 38 题图

39.已知 a=3，且 $\left(4\tan 45^0-b\right)^2+\sqrt{3+\frac{1}{2}b-c}=0$，以 a,b,c 为边长组成的三角形面积等于

（A）6　　（B）7　　（C）8　　（D）9

40.把多项式 x^3-4x 分解因式所得的结果是

（A）$x\left(x^2-4\right)$　　（B）$x(x-4)(x+4)$　　（C）$x(x-2)(x+2)$　　（D）$(x-2)(x+2)$

第二部分　主观题

一、简答题

1.简述教师的作用

2.请结合实际，简要谈谈你对数学素质的看法。

二、解答题

1.为了保护环境，某企业决定购买 10 台污水处理设备。现有 A、B 两种型号的设备，其中每台的价格、月处理污水量及年消耗费如下表：

	A 型	B 型
价格（万元/台）	12	10
处理污水量（吨/月）	240	200
年消耗费（万元/台）	1	1

经预算，该企业购买设备的资金不高于 105 万元。

（1）请你设计该企业有几种购买方案；

（2）若该企业每月产生的污水量为 2040 吨，为了节约资金，应选择哪种购买方案。

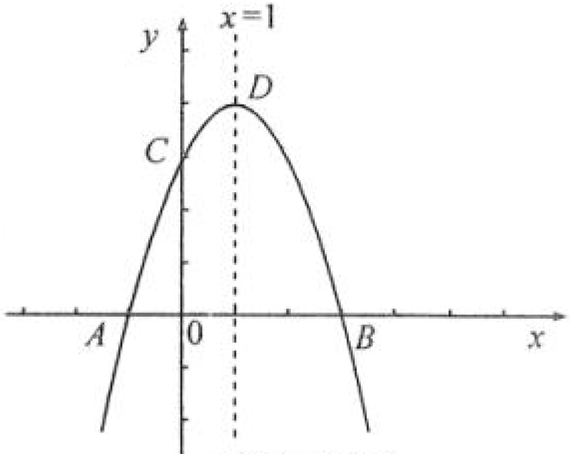
2.如图所示，已知抛物线与 X 轴交于 A（-1,0），与 Y 轴交于点 C（0,3），且对称轴为直线 X=1，

（1）直接写出抛物线与 X 轴另一个交点 B 的坐标；

（2）求抛物线的解析式

（3）设抛物线的顶点为 D，在其对称轴的右侧的抛物线上是否存在点 P，使得△PDC 是等腰三角形？若存在，求出符合条件的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由；

（4）若点 M 是抛物线上一点，以 B、C、D、M 为顶点的四边形是直角梯形，试求出 M 的坐标。



（第 2 题图）

三、阅读下列案例并回答问题

下面是教学过程中的两个教学设计案例，请仔细阅读，并简要回答后面所提出来的问题。

1.案例一

课题：三角形的内角和

教学设计：动手操作，初步感知

①三角形的内角和等于多少度？

②在纸上画一个三角形，并将它的内角剪下来，试着拼一拼

③与同伴交流有哪些不同的拼合方法。

由刚才拼合而成的图形,你能想出说明:三角形的内角和是 180°，这个结论的正确方法吗?把你的想法与同伴交流。

分析问题：新课程提倡自主探索，合作交流的学习方式，结合本案例简要论述教学设计中体现哪些新课程的理念。

2.案例二

课题：整式的加减

教学设计：做一做

如图用火柴棍拼成一排有正方形做成的图形，如果图像中含有 1、2、3、4 个正方形，分别需要多少根火柴棍？

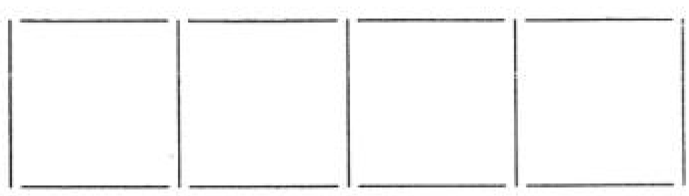


图 2.2-1

搭 1 个正方形需要 4 根火柴棒

（1）按图示方式搭 2 个正方形需要几根火柴棒？搭 3 个正方形需要几根火柴棍？

（2）搭 10 个正方形需要几根火柴棒？

（3）100 个正方形呢？你是怎样得到的？

（4）如果用 n 表示搭正方形的个数，那么搭 n 个这样的正方形需要多少根火柴棒？学生动手操作思考，互相交流不同的解决方法。

分析问题一：简要分析“多样化”的解题策略设计的作用？、

分析问题二：一个好的课堂活动可以促进学生多方面发展。结合本案例，简要论述数学教学中应如何体现新教材学习目标？

教师招聘考试中学数学学科模拟题及解析 2

第一部分　客观题

1．选 C。

【解析】$\int_{-3}^{3}x^2dx=\left.\frac{x^3}{3}\right|_{-3}^{3}=18$，故答案是 C。

2．选 A。

【解析】积分与求导是逆运算，故答案选 A。

3．选 C。

【解析】$\iint\limits_D xydxdy=\int_0^4 xdx\int_{\frac{1}{4}x^2}^{x}ydy=\left.\left(\frac{x^3}{2}-\frac{x^6}{192}\right)\right|_0^4=\frac{32}{3}$，故正确答案是 C。

4．选 A。

【解析】$\begin{vmatrix}1&1&-1\\2&3&1\\1&-2&2\end{vmatrix}$
$=1\times(3\times2-(-2\times1))-1\times((2\times2)-(1\times1))$
$+(-1)\times((2\times(-2))-1\times3)$
$=12$，故答案是 A。

5．选 D。

【解析】$-5<3x-1<5\Rightarrow-4<3x<6\Rightarrow-\frac{4}{3}<x<2$，故答案是 D。

6．选 A。

【解析】绕 Z 轴旋转的双曲面。

7．选 A。

【解析】双阶导数为 0。

8．选 A。

【解析】化成解题矩阵。

9．选 B。

【解析】$\frac{\left|2\sqrt{3}-2\sqrt{3}-6+2\right|}{\sqrt{3+4+9}}=1$。

10．选 D。

【解析】两条直线的法向量分别是（2，-1，-2），（2，-2,3），两个法向量的是互相垂直的，故正确答案是 D。

11．选 A。

【解析】$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n}{\frac{1}{2}\left(3^n-1\right)}=0$。

12．选 C。

【解析】画图即可。

13．选 A。

【解析】化简 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+2}{x+5}$，将 x=1 代入得出答案，故本题正确答案是 A。

14．选 B。

【解析】x 与 y 互换，定义域与值域的互换。

15．选 B。

【解析】导数小于零，函数一定单调，但是单调，函数有可能不可导。

16．选 A。

【解析】可导一定连续，但是连续不一定可导，例如 y=|x|在 x=0 处连续但是不可导。

17．选 C。

【解析】导数的几何意义。

18．选 B。

【解析】曲线求导，然后将 x=1 代入，得出斜率，根据点斜式写出方程。

19．选 C。

【解析】函数求导后，$f'(x)=\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{\sqrt{x}}$，故定义域是 x>0，故正确答案是 C

20.选 C。

【解析】连续，极限肯定存在，但是不一定可导。

21．选 D。

【解析】定理的应用。

22．选 B。

【解析】$C_8^4-C_8^5=14$。

23．选 C。

【解析】内切是 2，外切是 8。

24．选 D。

【解析】从上往下看。

25．选 B。

【解析】$x_1x_2=\frac{c}{a}=3$。

26．选 C。

【解析】众数是数据出现次数多的，中位数是从小到大排列中间的一个数或中间两个数的平均数。

27．选 C。

【解析】连接 MN，可以得出，三个角组成了 360°。

28．选 D。

【解析】CD 的中点是 A 点的纵坐标，故正确答案是 D。

29．选 B。

【解析】简单平面几何的计算。

30．选 A。

【解析】顶点坐标$\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$。

31．选 D。

【解析】在圆心的同侧或异侧。

32．选 D。

【解析】$\frac{1}{3}\left(30^2\pi-10^2\pi\right)=\frac{800}{3}\pi$，故正确答案是 D。

33．选 D。

【解析】$x+2\geq 0,且x-2\neq 0$，故正确答案是 D。

34．选 B。

【解析】多边形的内角和（n-2）×180°，则 n=7，故正确答案是 B。

35．选 D。

【解析】∠B 与∠C 的角平分线，故∠BOC 与∠B、∠C 的一半的角互补，故正确答案是 D。

36．选 D。

【解析】只有一个增根，x=2，舍去，故正确答案是 D。

37．选 C。

【解析】$\pi = 2\pi r$，则 r=1/2，故正确答案是 C。

38．选 B。

【解析】因为 B´比 A 点少一，所以横坐标是 2，而 B´比 E 少一，故纵坐标是 1，故正确答案是 B。

39．选 A。

【解析】计算得出 b=4,c=5，故正确答案是 A。

40．选 C。

【解析】简单的因式分解，故正确答案是 C。

第二部分　主观题

一、简答题

略

二、解答题

1.（1）解：$12x+10y\le 105$

购买方案：

x	7	6	5	4	3	2	1
y	2	3	4	5	6	8	9

（2）解：$240x+200y\ge 2040$

x	7	6	5	4	3	2	1
y	2	3	4	5	6	8	9
解决的资金	1 万元	3 万元	不行	不行	不行	1 万元	3 万元

故：可以选择的方案是 7 个 A 型的与 2 个 B 型或 1 个 A 型的与 9 个 B 型

2.（1）B 点与 A 点关于 x=1 对称，则 B 点的坐标是（3,0）

（2）A 点的坐标是（-1,0），B 点的坐标是（3,0），C 点的坐标是（0,3）

则抛物线的解析式是： $y=-x^2+2x+3$

（3）存在，当 P 点与 C 点关于 x=1对称时，△PDC 是等腰三角形，P(2,3)

（4）连接 CB，可以得出 CD⊥CB，要是四边形 BCDM 是梯形，则 M 点的坐标是（2,3）

三、1.主要体现的新课程理念

（1）学生学习的内容，要有利于学生主动地进行观察、实验、猜测、验证、推理与交流等数学活动。内容的呈现应采用不同的表达方式，以满足多样化的学习需求。有效的数学学习活动不能单纯地依赖模仿与记忆，动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式。由于学生所处的文化环境、家庭背景和自身思维方式的不同，学生的数学学习活动应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程。

（2）数学教学活动必须建立在学生的认知发展水平和已有的知识经验基础之上。教师应激发学生的学习积极性，向学生提供充分从事数学活动的机会，帮助他们在自主探索和合作交流的过程中真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法，获得广泛的数学活动经验。学生是数学学习的主人，教师是数学学习的组织者、引导者与合作者。

2.分析问题一：答案略

教师招聘考试中学数学学科模拟题 3

三、选择题（只一个正确答案，每题 4 分，共 32 分）

21．复数 z $=\dfrac{(1+i)^2+3(1-i)}{2+i}$ ，若 z^2＋az＋b=1＋i (a, b∈R), 则 a＋b＝(　)

A．－7　B. 7　C. －1　D. 1

22. 函数 f(x)=$\sqrt{3}\tan\dfrac{\pi}{3}x$ 的定义域为(－1，1)，则不等式 f(2x－1)＞1 的解集是(　)

A. （$\dfrac{3}{4}$，+∞）　B. （$\dfrac{3}{4}$，1）　C. （1，+∞）　D. （0，$\dfrac{3}{4}$）

23. 微分方程 $dy-2xydx$ =0 在初始条件 y(0)=1 下的特解是（　 ）

A. $y=e^x$　B. $y=e^{-x}$　C. $y=e^{x^2}$　D. $y=e^{-x^2}$

24. 关于 x 的方程 $\left(\frac{1}{2}\right)^{|1-x|}$ ＋m=0 有实数根的充要条件是（　 ）

A. m＜－1　B. m>1　C. 0<m≤1　D. －1≤m<0

25. 设函数 f(x)=$\begin{cases} x^2, x\in[0,1] \\ \dfrac{1}{x}, x\in(1,e^2] \end{cases}$（其中e为自然对数的底数），则$\int_0^{e^2} f(x)dx$ 的值为（　 ）

A. $\dfrac{8}{3}$　B. $\dfrac{7}{3}$　C. $\dfrac{5}{3}$　D. 、$\dfrac{4}{3}$

26. 在ΔABC 中，若 AB=2，AC=$\sqrt{2}$ BC，则ΔABC 面积的最大值为（　 ）

A. 2 $\sqrt{2}$　B. 2 $\sqrt{3}$　C. 8　D. 12

27. 已知集合 A＝$\{x|5x-a\le 0\}$，B＝$\{x|6x-b>0\}$，α∈N，b∈N（其中N为自然数集），且满足 $(A\cap B)\cap N=\{2,3,4\}$，则整数对（α，b）的个数为（　 ）

A. 20　B. 25　C. 30　D. 42

28. 在正三棱锥 A－BCD 中，$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD}=\lambda\overrightarrow{BE}$（λ＞0），$\overrightarrow{EF}=\mu\overrightarrow{AC}$（μ ＞0），$\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{BE}=0$，且$|\overrightarrow{BC}|=1$，则正三棱锥 A－BCD 的体积为（　 ）

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{24}$　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{24}$　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{12}$　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{12}$

四、解答题（5 小题共 48 分）

29.（本小题满分 8 分）

求极限 $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sqrt{n^2-1^2}+\sqrt{n^2-2^2}+\cdots+\sqrt{n^2-(n-1)^2}}{n^2}$

30.（本小题满分 10 分）

不等式 2α－sinx＋x<$\dfrac{1}{6}x^3$＋1 对于任意的 x≥0 恒成立，求实数 α 的取值范围。

31.（本小题满分 10 分）

设向量 $a_1=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$a_2=\begin{pmatrix}-2\\1\\5\end{pmatrix}$，$a_3=\begin{pmatrix}-1\\1\\4\end{pmatrix}$，$\beta=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$

试问 β 是否可由向量 a_1，a_2，a_3 唯一线性表示？若可以表示，请求出它的表达式。

32.（本小题满分 10 分）

一项由甲、乙等 5 个人参加的相互传球游戏，第一次由甲将球传出，每次传球时，传球者将球等可能地传给另外 4 个人中的任何一人，经过 n 次传球后，球在甲手中的概率为 P_n，请写出 P_n 的递推关系式，并求 P_n。

33.（本小题满分 10 分）

已知抛物线 $x^2=4y$ 的焦点为 F，A、B 是该抛物线上的两动点，且 $\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{FB}$（λ>0），过 A、B 两点分别作抛物线的切线，设两切线相交于点 C，求 ΔABC 面积的最小值。

三、选择题（只一个正确答案，每题 4 分，共 32 分）

21. 选 D

【解析】解得 $z=1-i$ 代入 $z^2+az+b=1+i$ 化简得：$a+b-(2+a)i=1+i$，$a+b=1$

22. 选 B

【解析】设 $2x-1=t$，由 $f(t)>1$，解得 $\frac{1}{2}<t<1$，$\therefore \frac{1}{2}<2x-1<1, \therefore \frac{3}{4}<x<1$

23. 选 C

【解析】直接把各个选项代入微分方程中。

24. 选 D

【解析】直接代入特值，当 x=1 时，m=-1

25. 选 B

【解析】$\int_0^{e^2} f(x)dx=\int_0^1 x^2dx+\int_1^{e^2}\frac{1}{x}dx=\frac{x^3}{3}\Big|_0^1+\ln x\Big|_1^{e^2}=\frac{1}{3}+2=\frac{7}{3}$

26. 选 A

【解析】设 BC=x，则 AC=$\sqrt{2}x$，由三角形性质得：$2(\sqrt{2}-1)<x<2(\sqrt{2}+1)$ ΔABC 中，由 $AB=2, BC=x, AC=\sqrt{2}x$ 利用余弦定理可得：$\cos A=\frac{4+x^2}{4\sqrt{2}}$、$\sin A=\sqrt{\frac{-x^4+24x^2-16}{32x^2}}$ 又因为 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{2}x\cdot\sin A=\frac{\sqrt{-x^4+24x^2-16}}{4}$ 可解得当 $x=2\sqrt{3}$，面积取最大值 $2\sqrt{2}$

27. 选 C

【解析】由条件解得 $\frac{b}{6}<x\le\frac{a}{5}$，所以得：$4\le\frac{a}{5}<5$，$1\le\frac{b}{6}<2$，所以 a 可以取 20，21,22,23,24 等 6 个数且 b 可以取 6,7,8,9,10,11 等 5 个数。整数对（a，b）的个数为 30

28. 选：A

【解析】由题设可知 AC⊥ABD。由正三棱锥对称性知为顶角均为 90 度的正三棱锥。故 $AB=AC=AD=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故体积为 $\frac{1}{3}AC\cdot\frac{1}{2}AB\cdot AD=\frac{\sqrt{2}}{24}$。

四、解答题（5 小题共 48 分）

29.（本小题满分 8 分）参考答案

解：$\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sqrt{n^2-1^2}+\sqrt{n^2-2^2}+\cdots+\sqrt{n^2-\overline{n-1}^{\,2}}}{n^2}$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=1}^{n-1}\sqrt{1-\left(\frac{k}{n}\right)^2}\cdot\frac{1}{n}\right)=\int_0^1\sqrt{1-x^2}\,dx=\frac{\pi}{4}$$

30.（本小题满分 10 分）参考答案

解 ： $\because 2\alpha-\sin x+x<\frac{1}{6}x^3+1$恒成立 $\therefore 2\alpha<\frac{1}{6}x^3-x+\sin x+1$恒成立 设 $f(x)=\frac{1}{6}x^3-x+\sin x+1$，则 $f'(x)=\frac{1}{2}x^2-1+\cos x$， $f''(x)=x-\sin x$ 当 $x\ge 0$ 时， $f''(x)\ge 0$,所以 $f'(x)$ 是增函数， $f'(x)\ge f'(x)=0$ ， 所以 $f(x)$ 为增函数， $f(x)\ge f(0)=1$，所以 $2a<1$ 恒成立，即 $a<\frac{1}{2}$

31.（本小题满分 10 分）参考答案

解：设 $\beta=x_1\alpha_1+x_2\alpha_2+x_3\alpha_3$ 即：方程组 $\begin{cases}x_1-2x_2-x_3=1\\2x_1+x_2+x_3=1\\2x_1+5x_2+4x_3=0\end{cases}$ 有唯一非零解所以

$\begin{vmatrix}1&-2&-1\\2&1&1\\2&5&4\end{vmatrix}=9\neq 0$ ， 由 克莱姆法则 可 得 $x_1=\frac{1}{3}\begin{vmatrix}1&-2&-1\\1&1&1\\0&5&4\end{vmatrix}=\frac{2}{3}$ ，

$x_2=\frac{1}{3}\begin{vmatrix}1&1&-1\\2&1&1\\2&0&4\end{vmatrix}=0$，$x_3=\frac{1}{3}\begin{vmatrix}1&-2&1\\2&1&1\\2&5&0\end{vmatrix}=-\frac{1}{3}$，

所以β可由向量 a_1， a_2， a_3 唯一线性表示，它的表达式 $\beta=\frac{2}{3}\alpha_1+0\cdot\alpha_2-\frac{1}{3}\alpha_3$

32.（本小题满分 10 分）参考答案

解：设经过 n-1 次传球后，球在甲手中的概率为 P_{n-1}，则 P_n 的递推关系式 $P_n=\frac{1}{4}(1-P_{n-1})$ 令 $P_n+a=-\frac{1}{4}(P_{n-1}+a)$ ，化简可得 $P_n=-\frac{1}{4}P_{n-1}-\frac{5}{4}a$ ，

$\therefore -\frac{5}{4}a=\frac{1}{4}$， $\therefore$ $a=-\frac{1}{5}$， $P_1=0$ 所以数列 $\{P_n-\frac{1}{5}\}$ 是以 $-\frac{1}{5}$ 为首项， $-\frac{1}{4}$ 为

公比的等比数列，所以：$P_n=\frac{1}{5}-(-1)^{n-1}\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4^{n-1}}$

33.(本小题满分 10 分)参考答案

解：$\because$ 抛物线 $x^2=4y$，$\therefore$ 焦点 F（0,1），准线方程 $y=-1$，

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),C(x_3,y_3)$

$\because$ A、B 是抛物线上的两动点，$\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{FB}(\lambda>0)$

∴AB 斜率存在，且过 F(0, 1)

设 AB 方程为 $y=kx+1$ 代入抛物线得：$x^2-4kx-4=0$

由韦达定理得：$x_1+x_2=4k,x_1\cdot x_2=-4$

切线 AC, BC 方程分别为 $y=\frac{x_1}{2}(x-x_1),y=\frac{x_2}{2}(x-x_2)$

二者联立解得交点 C 坐标，$x_0=\frac{(x_1+x_2)}{2},y_0=\frac{x_1x_2}{4}=-1$ 即 C(2k, −1)

$\therefore\overrightarrow{FC}=(2k,-2),\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1,y_2-y_1)$ $\therefore\overrightarrow{FC}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ 即：$FC\perp AB$

又 $\because$ $\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{FB}(\lambda>0)$，由定比分点公式得 F 坐标：$x=(x_1+\lambda x_2)/(1+\lambda)=0$

$\therefore x_1=-\lambda x_2$，$x_1+x_2=(1-\lambda)x_2=4k$，$x_1x_2=-\lambda x_2{}^2=-4$，

两式相消可得:$4k^2=\frac{(1-\lambda)^2}{\lambda}$，

$|AB|=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$=\sqrt{1+k^2}\sqrt{16k^2+16}=4(1+k^2)=4+\frac{(1-\lambda)^2}{\lambda}=\lambda+\frac{1}{\lambda}+2$

$|CF|=\sqrt{4+4k^2}$

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|AB||CF|=\frac{1}{2}(4+4k^2)^{\frac{3}{2}}==\frac{1}{2}(\lambda+\frac{1}{\lambda}+2)^{\frac{3}{2}}\geq\frac{1}{2}(2+2)^{\frac{3}{2}}=4$

(当且仅当 $\lambda=\frac{1}{\lambda}=1$ 取等号，此时的 k=0)

所以 $S_{\Delta ABC}$ 的最小值为 4.

教师招聘考试中学数学学科模拟题 4

一、选择题

1.复数 z=(1+i)2/(1-i)（其中 i 为虚数单位）的共轭复数是（）

A -1-i　　B-1+i　　C 1/2+i/2　　D 1/2-i/2

2.在等比数列$\{a_n\}$中，$a_2=\frac{1}{2}$，$a_5=\frac{1}{16}$，那么首项a_1=（）

A. 1/4　　B. 1/2　　C. 1　　D. 1/8

3.在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，OABC 是边长为 1 的正方形，OC 与 X 轴正半轴的夹角为15°，点 B 到 X 轴的距离

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\sqrt{2}$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

4.已知 m、n 是不重合的直线， α β 是不重合的平面，给出下列四个命题

①若 m⊥α，m⊥β 则 α∥ β　　② 若 mcα,ncβ,m∥n,则 α ∥β

③若 m∥ n,m⊥α 则 n⊥α　　④若 m⊥α， mc β， 则 α⊥β

其中正确的命题的个数为（）

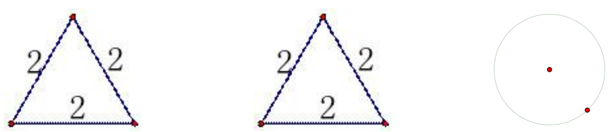
A 1 个　B 2 个　C 3 个　D 4 个

5.已知 a,b ∈ R+,a+b=1,则 1/a+2/b 的取值范围是（）

A（2，+∞ ）　B[3+$\sqrt{2}$，+∞ ）　C （3+2$\sqrt{2}$，+∞ ）　D [4,+∞ ）

6.一个集合体的视图如图所示，则该几何体的外接球体积为（）

A . $32\sqrt{3}\pi/27$　B 32π/3　C 4/π3　D 以上都不对



正视图　　　　　侧视图　　　　　俯视图

7 已知，a、b 是方程 X2-（m+n）X+mn-5=0 的两个根，则实数 m、n,a、b 的大小关系可能是（）

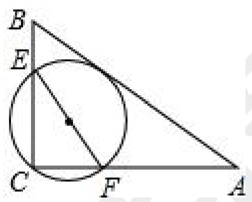
A　m<a<b<n　　Bm<a<n<b　　Ca<m<b<n　　Da<m<n<b

8.设函数 f(x)的图像关于点(1,3/2)对称，且存在反函数 f-1(x),若 f(3)=0,则 f-1(3)等于（）

A　-1　　B +1　　C -2　　D　2

9.如图，在△ABC 中，AB=15，AC=12，BC=9,经过点 C 且与边 AB 相切的动圆与 CB，CA 分别相交于点 E、F，则线段 EF 的长度最小值是（）

A　　12/5　　　　B　36/5　　　　C　15/2　　　　D　8



10．已知函数①f(x)=3lnx;②f(x)3ecosx ;③f(x)3ex;④f(x)=3cosx.其中对于 f(x)定义域内的任意一个自变量 x1,都存在唯一一个自定义 x2,使 $\sqrt{f(x_1)f(x_2)}=3$ 成立的是（）

A　①②④　B　②③　C ③　D ④

二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

11．抛物线 y=x2 焦点坐标是___________________

12．函数 y=log2(sinx)的定义域是___________

13．设 a<b<0,a2+b2=3ab,则（a+b）/(a-b)的值等于___________________

14．设 O 为坐标原点，点 M（2,1），点 N（X，Y）满足 $\begin{cases} x<3 \\ x-y+6>0 \\ x+y>0 \end{cases}$ 则 $\overrightarrow{OM}*\overrightarrow{ON}$ 的取值范围为________________

15 给出下列四个命题

① 命题“存在 x∈R ,使得 x2+1>3x”的否定是“对于所有 x∈R,都有 x2+1≦3x”

② 函数 f(x)=ex-1+4x-4 有三个不同的零点

③函数 f(x)=2sin2(x-π/12)-1 的图像向右平移π/6 个单位后的图像关于原点成中心对称

④“x>1,y>1”成立是“x+y>2,xy>1”成立的充要条件

⑤ 在△ABC 中，a、b、c 分别为角 A、B、C 的对边，若 b=5,c=4$\sqrt{2}$,B =45o;则该三角形有两解.

以下命题中是真命题的序号为______(填上所有正确的序号)

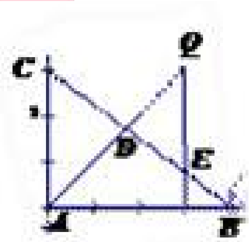
三、解答题（每题 10 分，40 分）

16. 设函数 f(x)=a*b,其中向量 a=(2sin(π/4-x),cos2x),b=(sin(π/4-x),$\sqrt{3}$)。

求：（I）函数 f(x)的解析式并进行化简；

（II）函数 f(x)的周期和单调递减区间。

17. 如图,在 Rt△ABC 中,角 CAB=90o,AC=3,AB=4,点 P 边 AB 上的任意一点,过 P 作 PQ⊥AB 交 BC 与点 E，截取 PQ=AP，连接 AQ，线段 AQ 交 BC 与点 D，求线段 DQ 与 AP 之间的关系，并求出线段 DQ 的长度范围。



18. 在数列{a_n},a_2=4,其前 n 项和 S_n=λ n^2+n(λ ∈R)

（I） 求实数λ 的值，并求数列{a_n}的通项公式；

（II）若数列{1/S_n +b_n}是首项为λ ，公比为 2λ 的等比数列，求数列{b_n}的前 n 项和 T_n

19 .已知 f（x）=x+msinx(m∈R)

（I）若 f(x)在 R 上为增函数，求实数 m 的取值范围

（II）当常数 m<0 时，设 g(x)=f(x)/x,求 g（x）在[π/4,2π/3]上的最大值与最小值。

教师招聘考试中学数学学科模拟题及解析 4

一、选择题

1、选 A.

【解析】将 z=(1+i)2/(1-i)进行化简得到 z=-1+i，所以 z 的共轭复数为-1-i.

2、选 C。

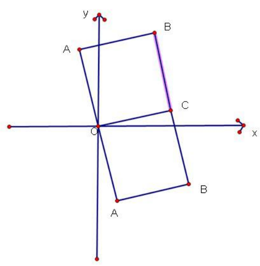
【解析】$a_5=a_2q^3$，所以 $q=1/2$，又因为 $a_2=a_1q$，所以 $a_1=1$

3、选 D

【解析】根据三角函数，$\sin 75^\circ=\sin(45^\circ+30^\circ)=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，

$\cos 75^\circ=\cos(45^\circ+30^\circ)=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ 第一种情况 $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}+\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$；第二种情况

$\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}-\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$



4、选 C.

【解析】②不对，例如$\alpha\cap\beta=l$，$l//m,l//n$。

5、选 C

【解析】$a=1-b$

$$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=\frac{1}{1-b}+\frac{2}{b}=\frac{2-b}{b-b^2}=\frac{2-b}{-(2-b)^2+3(2-b)-2}=\frac{1}{3-(2-b+\frac{2}{2-b})}$$

$$\because 2-b+\frac{2}{2-b}\geq 2\sqrt{2}((2-b)\in(1,2))$$

$$\therefore \frac{1}{a}+\frac{2}{b}\geq 3+2\sqrt{2}$$

6、 选 C

【解析】由三个视图可看出该几何体是圆锥，且高为$\sqrt{3}$，地面圆半径为 1，则该几何体的外接球半径为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$，所以外接球的体积$v=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{8\sqrt{3}}{9}$

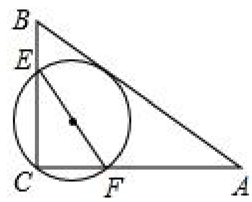
7、选 D

【解析】$ab<mn$，他们的和相等，数相差越大积越小。

8、选 A

【解析】f(x)过(3,0)且过关于（1,3/2）的对称点（-1,3）

9.选 B.



【解析】本题主要考查了切线的性质和垂线段最短的知识点，有一定的难度.

勾股定理的逆定理可得ΔABC为Rt△，即可得出 EF 为圆的直径，又圆与 AB 相切，设切点为 D，可知当 CD⊥AB 时，CD 最短，此时 EF 亦最小．最小值是$\dfrac{9\times12}{15}=\dfrac{36}{5}$

10．选 C

【解析】由题设知，对于 f（x）定义域内的任意一个自变量 x1，

存在定义域内的唯一一个自变量 x2，使得$\sqrt{f(x_1)\bullet f(x_2)}=1$成立的函数一定是单调函数，

对于①f（x）=lnx；不妨取 x1=1，在定义域内不存在一个自变量 x2，使得$\sqrt{f(x_1)\bullet f(x_2)}=1$成立，故①不满足；

对于②，当 cosx=0 时，有无数个 x 使得 cosx=0 成立，故②不满足；

对于③f（x）=ex，满足对于 f（x）定义域内的任意一个自变量 x1，都存在定义域内的唯一一个自变量 x2，使得$\sqrt{f(x_1)\bullet f(x_2)}=1$成立，故③满足题意；

对于④f（x）=cosx，当$\cos x=\dfrac{1}{2}$，在其定义域内没有一个 x2 使得 cosx2=2，故④不满足题目要求；

由此可知，满足条件的函数有③.

故选 C.

二．填空题

11. 答案：$(0,\dfrac{1}{4})$

【解析】抛物线的标准方程$x^2=2py$，焦点为$(0,\dfrac{p}{2})$

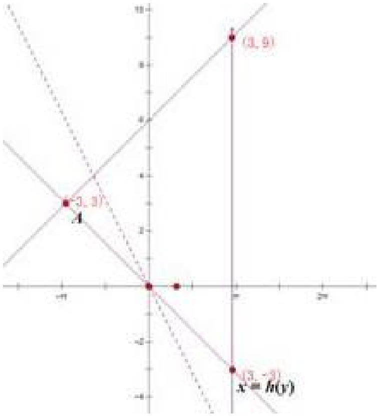
12. 答案：$(2k\pi,\pi+2k\pi)$

【解析】对数函数$\log_a^x(a>0,且a\neq1)$的定义域为$x>0$

13. 答案：$\sqrt{5}$

【解析】凑完全平方公式，$(a-b)^2$和$(a+b)^2$

14 答案：（-3, 15）



先根据约束条件画出可行域，再利用向量的数量积表示出 $Z=\overrightarrow{OM}\bullet\overrightarrow{ON}=2x+y$

Z 在点（-3, 3）取最小值-3，在点（3, 9）取最大值 15

15、答案①③

【解析】② $f(x)=y_1+y_2$，$y_1=e^{x-1}$，$y_2=4x-4$ 指数函数与一次函数两个单调函数有焦点只能有一个焦点，所以②不对；③化简后 $f(x)=-\cos(2x-\frac{\pi}{6})$ 向右平移得到 $f(x)=-\sin 2x$，所以③是真命题。④“x>1, y>1”成立是“x+y>2, xy>1”充分但不必要条件。⑤解三角形只能得到一个解。

三、解答题

16、答案（I） $f(x)=1+(\sqrt{3}-1)\cos 2x$

（II）周期 $T=\pi$，单调递增区间为 $(-\frac{\pi}{2}+k\pi,k\pi)$，单调递减区间为 $(k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi)$

17 答案：$DQ=\sqrt{2}(AP-\frac{12}{7})$，$DQ\in(0,\frac{16\sqrt{2}}{7})$

【解析】以 A 为坐标原点建立直角坐标系

18、答案（I）$\lambda=1$，$a_n=2n$

（II）$T_n=2^n+\frac{1}{n+1}-2$

【解析】（I）$s_1=\lambda+1$，$a_2=s_2-s_1$ 得出 $\lambda=1$。$a_n=s_n-s_{n-1}=2n$

（II）$\frac{1}{n^2+n}+b_n=2^{n-1}$，因此 $b_n=2^{n-1}-\frac{1}{n^2+n}=2^{n-1}+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n}$，求前 n 项和可分成两部分，一部分是等比数列，另一部分是利用裂项法，可得 $T_n=2^n+\frac{1}{n+1}-2$

19、答案：（I）$m\in[-1,1]$

（II）最小值为 $\frac{\pi}{4}+\frac{\sqrt{2}}{2}m$，最大值为 $\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}m$

【解析】利用导函数来推导原函数的单调性。导函数为 $f'(x)=1+m\cos x$，通过 $f'(x)\geq 0$ 解得 m 的范围。$g'(x)=m\frac{x\cos x-\sin x}{x^2}=-m\frac{\sqrt{1+x^2}\sin(x-\varphi)}{x^2}$ 其中 $\sin\varphi=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$，$\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$，当 $x\in(\frac{\pi}{4},\frac{2\pi}{3})$ 时，$g'(x)>0$ 所以 g(x) 是增函数。

教师招聘考试中学数学学科模拟题 5

三、选择题

21．复数 $\dfrac{i^2+i^3+i^{-1}}{1-i}$ 等于

A．$-\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}i$　B. $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$　C. $\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}i$　D. $\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$

22，若对任意 $x\in R$，不等式 $a|x|\geq x$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是

A. $a<-1$　B. $|a|\leq 1$　C. $|a|<1$　D. $a\geq 1$

23. 函数 $f(x)=\begin{cases}3x-3 & ,x\leq 1\\ x^2-5x+4, & x>1\end{cases}$ 的图像和函数 $g(x)=\log_2{}^x$ 的图像的交点个数是

A. 4　B. 3　C. 2　D. 1

24. 在坐标平面内，不等式组 $\begin{cases}y\geq x-1\\ y\leq -2|x|+1\end{cases}$ 所表示的平面区域的面积为

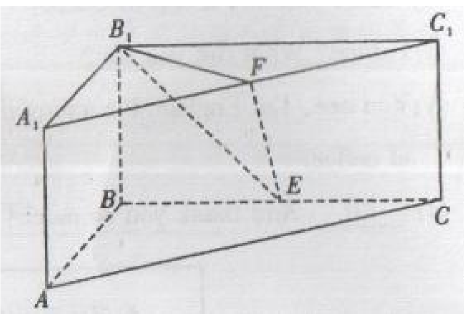
A. $2\sqrt{2}$　B. $\dfrac{8}{3}$　C. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　D. 3

25. 焦点 A(0,8)，B（6,4）的椭圆与 x 轴相切于 P 点，则 P 点坐标为

A. $(2,0)$　B. $(3,0)$　C. $(4,0)$　D. $(5,0)$

26. 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱 $AA_1\perp$ 底面 ABC，$\angle ABC=90^0$, $AB=BC=2$, $BB_1=1$, E、F 分别为 BC、A_1C_1 的中点，则点 A 到平面 B_1EF 的距离为

A. $\sqrt{3}$　B. $2\sqrt{3}$　C. $3\sqrt{2}$　D. $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$



27.有 5 本不同的书，其中语文书 2 本，数学书 2 本，物理书 1 本，若将其随机的并排摆放到书架的同一层上，则同一科目的书都不相邻的概率为

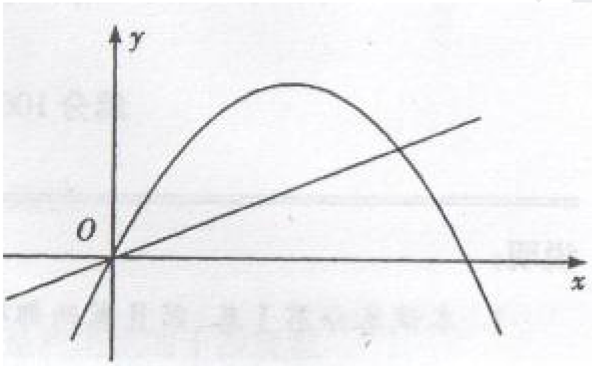
A. $\frac{1}{5}$　B. $\frac{2}{5}$　C. $\frac{3}{5}$　D. $\frac{4}{5}$

28. 在 ΔABC 中，a,b,c 分别是三个内角 A,B,C 的对边，若 $a=7$，$C=\frac{\pi}{4},\cos\frac{B}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，则 ΔABC 的面积 S 为

A. $28\sqrt{2}$　B. 28　C. 14　D. $14\sqrt{2}$

四、解答题

29.（本小题满分 8 分）如图，直线 $y=kx$ 将抛物线 $y=2x-x^2$ 与 x 轴所围成的图形分为面积相等的两个部分，求 k 的值。



30.（本小题满分 10 分）已知甲盒内有大小相同的 1 个红球和 3 个黑球，乙盒内有大小相同的 2 个红球和 4 个黑球。现从甲、乙两盒内各任取 2 个球。设 ξ 为取出的 4 个球中红球的个数，求 ξ 的分布列和数学期望

31.（本小题满分 10 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{3}+y^2=1$，设直线 l 与椭圆 C 交于 A、B 两点，坐标原点 O 到直线 l 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，求 $|AB|$ 的最大值。

32.（本小题满分 10 分）设函数 $f(x)=e^x-e^{-x}-ax(a为常数)$

（1）求 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的最小值

（2）若对所有 $x\geq 0$ 都有 $f(x)\geq 0$，求 a 的取值范围

33.（本小题满分 10 分）已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = a$，S_n 是数列$\{a_n\}$ 的前 n 项和，且满足$S_n + S_{n-1} = 3n^2 (n = 2,3,4,....)$，试确定 a 的取值集合M，使$a \in M$ 时，数列$\{a_n\}$ 是单调递增数列。

教师招聘考试中学数学学科模拟题及解析 5

三、选择题

21. 选 C。

【解析】利用$i^2 = -1$，原式的分子分母同时乘以$1+i$再化简。

22.选 D。

【解析】当 $x \neq 0$时 将不等式 $a|x| \geq x$ 两边同时除以 $|x|$，由条件不等式 $a|x| \geq x$ 恒成立，可得 $a \geq 1$

23.选 C。

【解析】画出 $f(x)$、$g(x)$ 的图像可得交点数为 2

24.选 B。

【解析】画图可知不等式组围成的是 ΔABC 三角形，可算出三点坐标分别为 A（0，1）、B（$\frac{2}{3}$,$-\frac{1}{3}$）、C（-2，-3），先算出点 A 到 BC 所在直线的距离为 $\sqrt{2}$，BC 长为 $\frac{8\sqrt{2}}{3}$，$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\frac{8\sqrt{2}}{3}=\frac{8}{3}$

25.选 C。

【解析】设 $OP=x$ 过 B 作 BM 垂直 x 轴于 M(6,0)，OA 垂直 x 轴于 O,根据椭圆的光学性质，

当椭圆与 x 轴切于 P 时，过 P 的法线垂直 x 轴，入射角=反射角即 $\angle APO=\angle BPM$

直角三角形 OAP 相似于直角三角形 MBP，$\frac{OP}{MP}=\frac{OA}{MB}$，所以 $\frac{x}{6-x}=\frac{8}{4}$，$x=4$

26.A

【解析】以 B 点为原心，BA 为 x 轴，BC 为 y 轴，BB1 为 z 轴建立空间直角坐标系，A(2，0,0),E（0,1,0），F（1,1,1）B1(0,0,1)，求点 A 到 E、F、B1 三点所组成平面的距离 d。

E、F、B1 三点所组成平面计算得：$-x+y+z=1$，$d=\sqrt{3}$

27.选 B。

【解析】分两种情况：第一种情况：（语文、语文、物理）有 $C_2^1A_2^2C_2^1C_3^1$,第二种情况：（语文、物理、语文）有 $A_2^2A_4^2$，总排列 A_5^5。

28.选 C。

【解析】由公式 $\cos B=2\cos^2\frac{B}{2}-1=\frac{3}{5}$,近而算的 $\sin B=\frac{4}{5}$，由 $\sin A=\sin(B+C)=\frac{7\sqrt{2}}{10}$，

由正弦定理可得 $b=4\sqrt{2}$，由面积公式 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=14$

四、简答题

29.（本小题 8 分）参考答案

解：令 $kx=2x-x^2$ 解得直线与抛物线除原点外的交点 $(2-k,2k-k^2)$，由题意得知抛物线 $y=2x-x^2$ 与 x 轴所围成的图形的面积等于 2 倍的直线 $y=kx$ 与 x 轴所围成的图形的面积，即：$\int_0^2(2x-x^2)dx=2\int_0^{2-k}(2x-x^2-kx)dx$，解得：$k=2-\sqrt[3]{4}$

30.（本小题 10 分）参考答案

解：设 ξ 为取出的 4 个球中红球的个数有四种情况

红球个数为 0，两盒都是 取 2 个黑球概率为：$\dfrac{C_3^2C_4^2}{C_4^2C_6^2}=\dfrac{1}{5}$

红球个数为 1，甲盒中取 1 红，或乙盒中取 1 红概率为：$\dfrac{C_1^1C_3^1C_4^2}{C_4^2C_6^2}+\dfrac{C_3^2C_2^1C_4^1}{C_4^2C_6^2}=\dfrac{7}{15}$

红球个数为 2，甲盒中取 1 红，乙盒去一红，或乙盒取 2 红概率为：$\dfrac{C_1^1C_3^1C_2^1C_4^1}{C_4^2C_6^2}+\dfrac{C_3^2C_2^2}{C_4^2C_6^2}=\dfrac{3}{10}$

红球个数为 3，甲盒中取 1 红，乙盒中取 2 红概率为：$\dfrac{C_1^1C_3^1C_2^2}{C_4^2C_6^2}=\dfrac{1}{30}$

所以 ξ 的分布列如下：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

$E\xi=0\times\dfrac{1}{5}+1\times\dfrac{7}{15}+2\times\dfrac{3}{10}+3\times\dfrac{1}{30}=\dfrac{7}{6}$

31.（本小题 10 分）参考答案

解：设 A（x_1,y_1）、$B(x_2,y_2)$ 由已知 $\dfrac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, 得 $m^2=\dfrac{3}{4}(k^2+1)$,

把 $y=kx+m$ 代入椭圆方程，整理得 $(3k^2+1)x^2+6kmx+3m^2-3=0$,

$$\therefore x_1+x_2=\frac{-6km}{3k^2+1},x_1x_2=\frac{3(m^2-1)}{3k^2+1}.$$

$$\therefore|AB|^2=(1+k^2)(x_2-x_1)^2=(1+k^2)[\frac{36k^2m^2}{(3k^2+1)^2}-\frac{12(m^2-1)}{(3k^2+1)}]$$

$=3+\frac{12k^2}{9k^4+6k^2+1}$

$\therefore |AB|=\sqrt{3+\frac{12k^2}{9k^4+6k^2+1}}$

讨论：(1) 当$k\neq 0$时$\because \frac{12k^2}{9k^4+6k^2+1}=\frac{12}{(9k^2+\frac{1}{k^2}+6)}\le 1$当$k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$时取等号，

$|AB|\le 2$

(2) 当$k=0$时，$|AB|=\sqrt{3}$

由（1）（2）得$|AB|$最大值为 2

32.（本小题 10 分）参考答案

解：（1）$f'(x)=e^x+e^{-x}-a$，$e^x>0,e^{-x}>0$，所以$f'(x)\ge 2-a(x=0$时，取等号)

$f'(x)$的最小值为$2-a$

（2）令$\because f(0)=1-1-0=0$，当$x\ge 0$时，$f(x)\ge 0$恒成立，

$\therefore$在$x=0$的右侧领域内$f'(0)\ge 0$，即$e^0+e^{-0}-a\ge 0$，$a\le 2$

33.（本小题 10 分）参考答案

解：$\because S_n+S_{n-1}=3n^2....(1)(n=2,3,4,5,6,7,8.....)$

$S_{n+1}+S_n=3(n+1)^2.....(2)$

$(2)-(1)$得：$a_{n+1}+a_n=6n+3......(3)$

$\therefore a_{n+2}+a_{n+1}=6n+9......(4)$

（4）-（3）得：$a_{n+2}-a_n=6$

$a_2,a_4,a_6,......,a_{2k}$是以$a_2$为首项，公差为 6 的等差递增数列。

$a_3,a_5,a_7,......,a_{2k-1}$是以$a_3$为首项，公差为 6 的等差递增数列。

若$\{a_n\}$为递增数列，则$a_1<a_2<a_3<a_2+6$

$\because S_n + S_{n-1} = 3n^2....(1)(n = 2,3,4,5,6,7,8.....)$

取 $n = 2$，有 $a_2 + 2a = 12$，　（4）　$a_2 = 12 - 2a > a \therefore a < 4$　　（6）

取 $n = 3$，有 $a_3 + 2a_2 + 2a = 27$（5）由（4）（5）可得 $a_3 + a_2 = 15$，又 $a_2 + 6 > a_3 > a_2$

$\frac{9}{2} < a_2 < \frac{15}{2}$，$\therefore \frac{9}{2} < 12 - 2a < \frac{15}{2} \therefore \frac{15}{4} > a > \frac{9}{4}$　　（7）

由（6）（7）可得 $\frac{9}{4} < a < \frac{15}{4}$

集合 M 为 $\{a \mid \frac{9}{4} < a < \frac{15}{4}\}$