

## 教师招聘考试小学数学学科模拟题

总分：100 分      考试时间：120 分钟

### 一、单项选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列计算错误的是（ ）

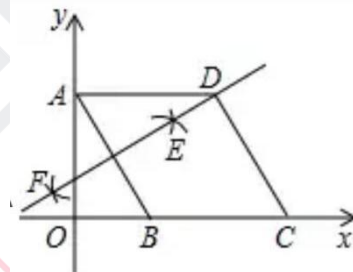
- A.  $2a^2 + 3a^2 = 5a^4$       B.  $(3ab^3)^2 = 9a^2b^6$       C.  $(x^2)^3 = x^6$       D.  $a \cdot a^2 = a^3$

2. 2019 年“十一”黄金周期间（7 天），北京市接待旅游总人数为 920.7 万人次，旅游总收入 111.7 亿元。其中 111.7 亿用科学记数法表示为（ ）

- A.  $111.7 \times 10^6$       B.  $11.17 \times 10^9$       C.  $1.117 \times 10^{10}$       D.  $1.117 \times 10^8$

3. 如图，在平面直角坐标系中，四边形  $ABCD$  是菱形，点  $A$  的坐标为  $(0, \sqrt{3})$ ，分别以  $A$ 、 $B$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}AB$  的长为半径作弧，两弧交于点  $E$ 、 $F$ ，直线  $EF$  恰好经过点  $D$ ，则点  $D$  的坐标为（ ）

- A.  $(2, 2)$       B.  $(2, \sqrt{3})$       C.  $(\sqrt{3}, 2)$       D.  $(\sqrt{3} + 1, \sqrt{3})$



4. 太原是我国生活垃圾分类的 46 个试点城市之一，垃圾分类的强制实施也即将提上日程。根据规定，我市将垃圾分为了四类：可回收垃圾、餐厨垃圾、有害垃圾和其他垃圾。现有投放这四类垃圾的垃圾桶各 1 个，若将用不透明垃圾袋分类打包好的两袋不同垃圾随机投入两个不同的垃圾桶，投放正确的概率为（ ）

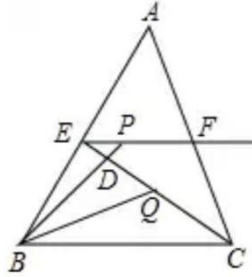
- A.  $\frac{1}{6}$       B.  $\frac{1}{8}$       C.  $\frac{1}{12}$       D.  $\frac{1}{16}$

5. 已知二次函数  $y = x^2$ ，如果将它的图像向左平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位，那么所得图像的表达式是（ ）

- A.  $y = (x + 1)^2 + 2$       B.  $y = (x + 1)^2 - 2$       C.  $y = (x - 1)^2 + 2$       D.  $y = (x - 1)^2 - 2$

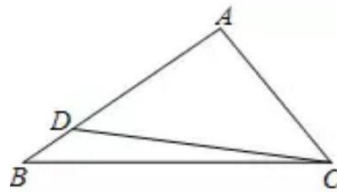
6.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC=6$ ， $E$ ， $F$ 分别是 $AB$ ， $AC$ 的中点，动点 $P$ 在射线 $EF$ 上， $BP$ 交 $CE$ 于点 $D$ ， $\angle CBP$ 的角平分线交 $CE$ 于点 $Q$ ，当 $CQ = \frac{1}{3}CE$ 时， $EP + BP$ 的值为（ ）

- A.6                      B.9                      C.12                      D.18



7.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ， $\sin B = \frac{3}{5}$ ，点 $D$ 在边 $AB$ 上，若 $AD=AC$ ，则 $\tan \angle BCD$ 的值为（ ）

- A.  $\frac{1}{5}$                       B.  $\frac{1}{6}$                       C.  $\frac{1}{7}$                       D.  $\frac{1}{8}$



8.下列行为属于落实数学思考目标的是（ ）

- A.初步形成评价与反思意识
- B.体会数学特点，了解数学的价值
- C.体会统计方法的意义，发展数据分析观念
- D.经历数与代数的抽象，运算与建模等过程

9.下列描述教学目标的行为动词中，属于描述结果目标的动词是（ ）

- A.经历                      B.探索                      C.体验                      D.理解

10.（ ）的建立是学生体会和理解数学与外部世界练习的基本途径。

- A.模型思想                      B.数据分析观念                      C.数感                      D.空间观念

**二、填空题（共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）**

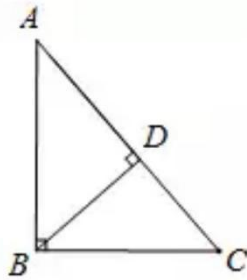
11.计算： $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - |\sqrt{3} - 2| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12.某市为治理污水，需要铺设一段全长为 3000 米的污水排放管道，为了尽量减少施工对城市交通所造成的影响，实际施工时，每天的工效比原计划增加 25%，结果提前 20 天完

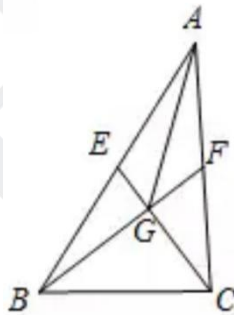
成这一任务，原计划每天铺设多长管道？设原计划每天铺设  $x$  米管道，根据题意得\_\_\_\_\_。

13. 在一个不透明的袋子中有 1 个红球和 3 个白球，这些球除颜色外都相同，在袋子中再放入  $x$  个白球后，从袋子中随机摸出 1 个球，记录下颜色后放回袋子中并搅匀，经大量试验，发现摸到白球的频率稳定在 0.95 左右，则  $x =$ \_\_\_\_\_。

14. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BD \perp AC$ ，垂足为点  $D$ ，如果  $BC = 4$ ， $\sin \angle DBC = \frac{2}{3}$ ，那么线段  $AB$  的长为\_\_\_\_\_。



15. 如图，在  $\triangle ABC$  中，中线  $BF$ ， $CE$  交于点  $G$ ，且  $CE \perp BF$ ，如果  $AG = 5$ ， $BF = 6$ ，那么线段  $CE$  的长为\_\_\_\_\_。



**三、解答题（共 4 小题，16 题 3 分，17-19 题每小题 9 分，共 30 分）**

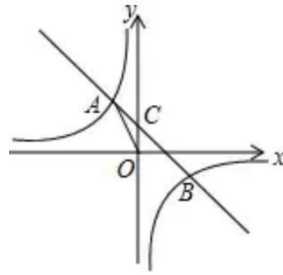
16. 先化简，再求值： $\frac{x^2 - 4x + 4}{x + 1} \div \left(\frac{3}{x + 1} - x + 1\right)$ ，请从不等式组  $\begin{cases} 5 - 2x \geq 1 \\ x + 3 > 0 \end{cases}$  的整数解中

选择一个合适的值代入求值。

17. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数  $y = ax + b$  的图像与反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  为常数， $k \neq 0$ ) 的图像交于二、四象限内的  $A, B$  两点，与  $y$  轴交于  $C$  点。点  $A$  的坐标为  $(m, 3)$ ，点  $B$  与点  $A$  关于  $y = x$  成轴对称， $\tan \angle AOC = \frac{1}{3}$ 。

- (1) 求  $k$  的值；
- (2) 直接写出点  $B$  的坐标，并求直线  $AB$  的解析式；

(3)  $P$  是  $y$  轴上一点，且  $S_{\triangle PBC} = 2S_{\triangle AOB}$ ，求点  $P$  的坐标。



18.某商场要经营一种新上市的文具，进价为 20 元/件。试营销阶段发现：当销售单价是 25 元时，每天的销售量为 250 件；销售单价每上涨 1 元，每天的销售量就减少 10 件。

(1) 写出商场销售这种文具，每天所得的销售利润  $w$  (元) 与销售单价  $x$  (元) 之间的函数关系式；

(2) 求销售单价为多少元时，该文具每天的销售利润最大；

(3) 商场的营销部结合上述情况，提出来  $A$ 、 $B$  两种营销方案；

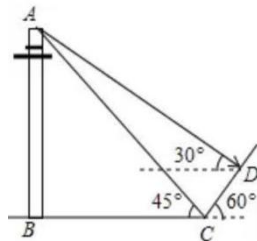
方案  $A$ ：该文具的销售单价高于进价且不超过 30 元；

方案  $B$ ：每天销售量不少于 10 件，且每件文具的利润至少为 25 元。

请比较哪种方案的最大利润更高，并说明理由。

19.某校王老师组织九(1)班同学开展数学活动，某天带领同学们测量学校附近一电线杆的高。已知电线杆直立于地面上，在太阳光的照射下，电线杆的影子(折线  $BCD$ )恰好落在水平底面和斜坡上，在  $D$  处测得电线杆顶端  $A$  的仰角为  $30^\circ$ ，在  $C$  处测得电线杆顶端  $A$  的仰角为  $45^\circ$ ，斜坡与底面成  $60^\circ$  角， $CD=4m$ ，请你根据这些数据求电线杆的高  $AB$ 。

(结果用根号表示)



#### 四、案例分析 (共 10 分)

王老师在数学教材(一下)“小小图书馆”一课时有以下的教学环节：

师：刚才大家列出了算式： $33-7$ ，怎样计算  $33-7$ ？下面请每位同学独立的想一想，再做一做。(在发现大部分学生已完成的情况下)

师：下面请同学们在四人小组交流下各自的算法。

(小组交流后汇报，得到以下集中方法)

生 1:  $33 - 3 = 30$        $30 - 4 = 26$

生 2:  $30 - 7 = 23$        $23 + 3 = 26$

生 3:  $13 - 7 = 6$        $20 + 6 = 26$

生 4:  $33 - 7 = 26$

师: 还有不同的方法吗?

生 5: 我是用小棒计算的。

师: 很好, 还有吗?

师: 我是用计算器计算的。

师: 很好, 还有吗? 谁还能想出更多的方法?

师: 同学们想出了这么多的计算方法, 以后在计算两位数减一位数退位减法时, 喜欢用什么方法就用什么方法做。今天我们一定要记住每种方法。

(1) 以上教学片段中, 哪几个地方体现了什么理念?

(2) 以上教学片段中, 哪几个地方存在什么问题?

### 五、教案设计 (共 20 分)

下列是义务教育教科书《数学》四年级上册 (人教版) 关于“平行”的教学内容, 请阅读并根据此回答问题。

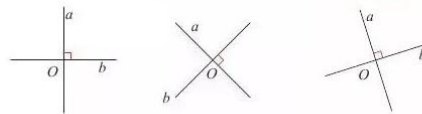




量一量，所画的两条相交直线组成的角分别是多少度。



两条直线相交成直角，就说这两条直线**互相垂直**，其中一条直线叫做另一条直线的**垂线**，这两条直线的交点叫做**垂足**。



上图中直线  $a$  与  $b$  互相垂直，记作  $a \perp b$ 。

你能举出生活中一些有关垂直的例子吗?

**做一做**

下面各组直线，哪一组互相平行？哪一组互相垂直？



- (1) 在学习本内容之前，学生已具备了哪些相关的数学知识和数学活动经验？
- (2) 分析“你能举出生活中的一些有关平行的例子吗？”这句话的编写意图是什么？
- (3) 写出本内容的教学重点和教学难点。

答案及解析

一、单项选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 【答案】选 A。

【解析】A.  $2a^2 + 3a^2 = 5a^2$ ，符合题意；B.  $(3ab^3)^2 = 9a^2b^6$ ，正确，不符合题意；

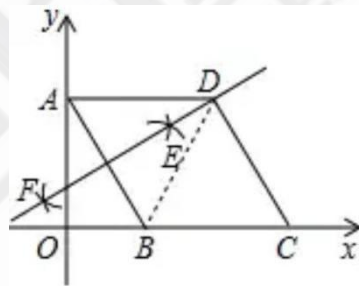
C.  $(x^2)^3 = x^6$ ，正确，不符合题意；D.  $a \cdot a^2 = a^3$  正确，不符合题意。故本题选 A。

2. 【答案】选 C。

【解析】111.7 亿 = 11170000000 =  $1.117 \times 10^{10}$ 。故本题选 C。

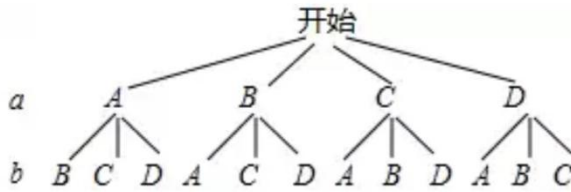
3. 【答案】选 B。

【解析】连接 DB，如图，由做法得 EF 垂直且平分 AB， $DA = DB$ 。由于四边形 ABCD 是菱形，因此  $AD \parallel BC$ ， $AD = AB$ ， $\therefore AD = AB = DB$ ，因此  $\triangle ADB$  为等边三角形， $\therefore \angle DAB = 60^\circ$ ， $\angle ABO = 60^\circ$ ， $\because A(0, \sqrt{3})$ ， $\therefore OA = \sqrt{3}$ ， $OB = \frac{\sqrt{3}}{3}OA = 1$ ， $AB = 2OB = 2$ ，因此有  $AD = AB = 2$ ，而 AD 平行于 x 轴， $\therefore D(2, \sqrt{3})$ 。故本题选 B。



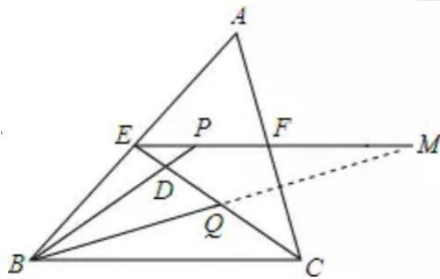
4. 【答案】选 C。

【解析】回收垃圾，厨余垃圾，有害垃圾和其他垃圾对应的垃圾桶分别用 A, B, C, D 表示，垃圾分别用 a, b, c, d 表示。设分类打包好的两袋不同垃圾为 a, b，画树状图如图：共有 12 个等可能的结果，分类打包好的两袋不同垃圾随机投入进两个不同的垃圾桶，投放正确的结果有 1 个，所以分类打包好的两袋不同垃圾随机投入进两个不同的垃圾桶，投放正确的概率为  $\frac{1}{12}$ 。故本题选 C。



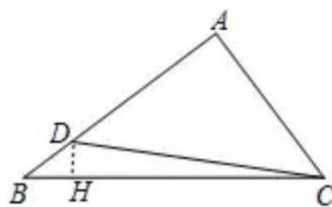
6. 【答案】选 C。

【解析】如图，延长  $BQ$  交射线  $EF$  于  $M$ ，由于  $E, F$  分别是  $AB, AC$  的中点， $\therefore EF \parallel BC$ ， $\therefore \angle M = \angle CBM$ ， $\because BQ$  是  $\angle CBP$  的平分线， $\therefore \angle PBM = \angle CBM$ ， $\therefore \angle M = \angle PBM$ ， $\therefore BP = PM$ ， $\therefore EP + BP = EP + PM = EM$ ， $\because CQ = \frac{1}{3}CE$ ， $\therefore EQ = 2CQ$ ，由  $EF \parallel BC$  得  $\triangle MEQ \sim \triangle BCQ$ ，因此  $\frac{EM}{BC} = \frac{EQ}{CQ} = 2$ ， $\therefore EM = 2BC = 2 \times 6 = 12 \Leftrightarrow EP + BP = 12$ 。故本题选 C。



7. 【答案】选 C。

【解析】如图，作  $DH \perp BC$  于  $H$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}$ ，因此可假设  $AC = 3k$ ， $BC = 5k$ ，则  $AB = 4k$ ， $\because AC = AD = 3k$ ， $\therefore BD = k$ ， $\because \angle B = \angle B$ ， $\angle DHB = \angle A = 90^\circ$ ， $\therefore \triangle BHD \sim \triangle BAC$ ， $\therefore \frac{BD}{BC} = \frac{DH}{AC} = \frac{BH}{AB} \Leftrightarrow \frac{k}{5k} = \frac{DH}{3k} = \frac{BH}{4k} \therefore DH = \frac{3k}{5}$ ， $BH = \frac{4k}{5}$ 。由于  $CH = BC - BH = 5k - \frac{4k}{5} = \frac{21k}{5}$ ， $\therefore \tan \angle BCD = \frac{DH}{CH} = \frac{\frac{3k}{5}}{\frac{21k}{5}} = \frac{1}{7}$ 。故本题选 C。



8. 【答案】选 C。

【解析】根据新课标要求：A 选项为落实问题解决目标，故 A 错误；B 选项为落实情感态度，故 B 错误；C 选项为落实数学思考目标，故 C 正确；D 选项为落实知识与技能目标，故 D 错误。故本题选 C。



9. 【答案】选 D。

【解析】数学课程目标包括结果目标和过程目标。结果目标使用“了解、理解、掌握、运用”等术语表述，过程目标使用“经历、体验、探索”等术语。故本题选 D。

10. 【答案】选 A。

【解析】《义务教育新课程标准》指出：“模型思想的建立是学生体会和理解数学与外部世界联系的基本途径。”故本题选 A。

二、填空题（共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

11. 【答案】 $\sqrt{3}$ 。

【解析】原式 $=2-(2-\sqrt{3})=2-2+\sqrt{3}=\sqrt{3}$ 。

12. 【答案】 $\frac{3000}{x} - \frac{3000}{x(1+25\%)} = 20$ 。

【解析】应用工作时间=工作总量÷工效，设原计划每天铺设  $x$  米管道，根据题意得  $\frac{3000}{x} - \frac{3000}{x(1+25\%)} = 20$ 。

13. 【答案】16。

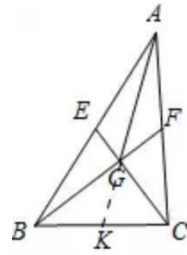
【解析】由题意知  $\frac{3+x}{4+x} = 0.95 \Rightarrow x = 16$ 。

14. 【答案】 $2\sqrt{5}$ 。

【解析】在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\because BC = 4, \sin \angle DBC = \frac{2}{3}, \therefore CD = BC \times \sin \angle DBC = 4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ 。  
 $\because BD = \sqrt{BC^2 - CD^2} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ ，由于  $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BD \perp AC$ ，所以  $\angle A = \angle DBC$ ，在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中， $AB = \frac{BD}{\sin \angle A} = \frac{4\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2} = 2\sqrt{5}$ 。

15. 【答案】 $\frac{9}{2}$ 。

【解析】如图，延长  $AG$  交  $BC$  于  $K$ 。由于点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心，所以  $AG = 2GK, BG = 2GF, GC = 2EG$ ， $\because AG = 5, BF = 6, \therefore GK = \frac{5}{2}, BG = 4, \because CE \perp BF, \therefore \angle BGC = 90^\circ, \therefore BC = 2KG = 5$ ， $GC = \sqrt{BC^2 - BG^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3, \therefore EG = \frac{1}{2}CG = \frac{3}{2}, \therefore EC = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ 。



三、解答题（共 4 小题，16 题 3 分，17-19 题每小题 9 分，共 30 分）

16. 【答案】 1。

【解析】原式 =  $\frac{(x-2)^2}{x+1} \div \frac{3-(x-1)(x+1)}{x+1}$

$$= \frac{(x-2)^2}{(x+2)(2-x)}$$

$$= \frac{2-x}{2+x}$$

不等式组  $\begin{cases} 5-2x \geq 1 \\ x+3 > 0 \end{cases} \Rightarrow -3 < x \leq 2, \because x+1 \neq 0, (2+x)(2-x) \neq 0, \therefore x \neq -1, x \neq \pm 2$ ，因此

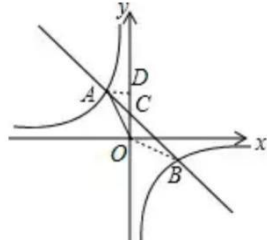
当  $x=0$  时，原式 =  $\frac{2-0}{2+0} = 1$ 。

17. 【答案】 (1)  $k=-3$ ； (2)  $B(3,-1)$ ，  $y=-x+2$ ； (3)  $(0, \frac{22}{3})$  或  $(0, -\frac{10}{3})$ 。

【解析】(1) 作  $AD \perp y$  轴于 D，由于点 A 的坐标为  $(m,3)$ ，所以  $OD=3$ 。 $\therefore \tan \angle AOC = \frac{1}{3}$ ， $\therefore \frac{AD}{OD} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{AD}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow AD=1$ ， $\therefore A(-1,3)$ ，由于在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  为常数， $k \neq 0$ ) 的图像上， $\therefore k = -1 \times 3 = -3$ 。

(2) 由于点 B 与点 A 关于  $y=x$  成轴对称，因此  $B(3,-1)$ ，由于 A、B 在一次函数  $y = ax+b$  的图像上， $\therefore \begin{cases} -a+b=3 \\ 3a+b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$ ， $\therefore$  直线 AB 的解析式为  $y = -x+2$ 。

(3) 连接 OC，由 (2) 可知直线 AB 为  $y = -x+2$ ， $C(0,2)$ ， $\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 4$ ，由于 P 是 y 轴上一点，设  $P(0, t)$ ， $\therefore S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} |t-2| \times 3 = \frac{3}{2} |t-2|$ ， $\therefore S_{\triangle PBC} = 2S_{\triangle AOB} \Leftrightarrow \frac{3}{2} |t-2| = 2 \times 4 \Rightarrow t = \frac{22}{3}$  或  $t = -\frac{10}{3}$ ， $\therefore$  点 P 的坐标为  $(0, \frac{22}{3})$  或  $(0, -\frac{10}{3})$ 。



18. 【答案】 (1)  $w = -10x^2 + 700x - 10000$ ; (2) 35; (3) A 方案。

【解析】 (1) 由题意得，销售量  $= 250 - 10(x - 25) = -10x + 500$ ，则  $w = (x - 20)(-10x + 500) = -10x^2 + 700x - 10000$ 。

(2)  $w = -10x^2 + 700x - 10000 = -10(x - 35)^2 + 2250$ ， $\because -10 < 0$ ， $\therefore$  函数图像开口向下， $w$  有最大值，当  $x = 35$  时， $w$  最大值为 2250，故当单价为 35 元时，该文具每天的利润最大。

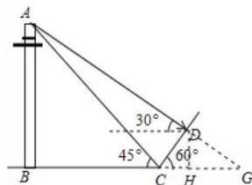
(3) A 方案利润高。理由如下：A 方案中： $20 < x \leq 30$ ，故当  $x = 30$  时， $w$  最大值为 2000；

B 方案中： $\begin{cases} -10x + 500 \geq 10 \\ x - 20 \geq 25 \end{cases} \Rightarrow 45 \leq x \leq 49$ ， $\therefore w = -10(x - 35)^2 + 2250$ ，对称轴为  $x = 35$ ，

因此  $x = 45$  时  $w$  有最大值为 1250，由于 A 方案利润高于 B 方案利润，因此 A 方案利润更高。

19. 【答案】  $4(\sqrt{3} + 1)$  m。

【解析】延长 AD 交 BC 的延长线于 G，作  $DH \perp BG$  于 H，在  $Rt\triangle DHC$  中， $\angle DCH = 60^\circ$ ， $CD = 4$ ，则  $CH = CD \cdot \cos \angle DCH = 4 \times \cos 60^\circ = 2$ ， $DH = CD \cdot \sin \angle DCH = 4 \times \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$ ， $\because DH \perp BG$ ， $\angle G = 30^\circ$ ， $\therefore HG = \frac{DH}{\tan \angle G} = \frac{2\sqrt{3}}{\tan 30^\circ} = 6$ ， $\therefore CG = CH + HG = 2 + 6 = 8$ 。设  $AB = xm$ ， $\because AB \perp BG$ ， $\angle G = 30^\circ$ ， $\angle BCA = 45^\circ$ ， $\therefore BC = x$ ， $BG = \frac{AB}{\tan \angle G} = \frac{x}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x$ ， $\because BG - BC = CG$ ， $\therefore \sqrt{3}x - x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{\sqrt{3} - 1} = 4(\sqrt{3} + 1)$ ，因此电线杆的高为  $4(\sqrt{3} + 1)$  m。



#### 四、案例分析 (共 10 分)

##### 【参考答案】

(1) 以上教学片段中，教师先让学生独立思考，然后小组讨论，汇报计算的方法。新

课程标准中，教学活动是师生积极参与，交往互动，共同发展的过程。有效的教学活动是学生学习与教师教的统一，学生是学习的主体，教师是学生的组织者，引导者，合作者。数学教学活动，特别是课堂教学应激发学生兴趣，调动学生积极性，引发学生的数学思考，鼓励学生的创造性思维；要注重培养学生良好的数学学习习惯，使学生掌握恰当的数学学习方法。学生学习应当是一个生动活泼，主动的和富有个性的过程。认真听讲、积极思考、动手实践、自主探索与合作交流等，都是学习数学的重要方式。学生应当有足够的时间和空间经历观察、试验、猜测、计算、推理、验证等活动过程。

(2) 以上教学片段中，一、小组讨论时，老师在发现大部分学生已完成的情况下结束，这里老师没有照顾到全体学生。新课标中，数学课程应致力于实现义务教育阶段的培养目标，要面向全体学生，适应学生个性发展的需要，使得：人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展。二、学生汇报计算方法之后，老师说“以后在计算两位数减一位数退位减法时，喜欢用什么方法就用什么方法做。今天我们一定要记住每种方法。”老师忽略了在教学中的主导作用，教师是学习的组织者、引导者与合作者，不能让学生喜欢用什么方法就用什么方法做。教师教学应该以学生的认知发展水平和已有的经验为基础，面向全体学生，注重启发式和因材施教。教师要发挥主导作用，处理好讲授与学生自主学习的关系，引导学生独立思考、主动探究、合作交流，使学生理解和掌握基本的数学知识与技能，体会和运用数学思想和方法，获得基本的数学活动经验。

### 五、教案设计（共 20 分）

#### 【参考答案】

(1) 学生之前已经具备的相关数学知识和数学活动经验：

- 1.对线段、直线、射线几何概念及其特点认识；
- 2.对平行直线的初步认识；
- 3.观察、操作、比较、讨论等数学活动经验；
- 4.分类活动的经验；
- 5.抽象、归纳的经验。

(2) 小精灵关于距离的话，编写意图：

- 1.丰富对平行线的认识并加深理解；
- 2.感受数学与生活的密切联系；
- 3.激发数学学习和探究的兴趣；

4.鼓励学生尝试结合生活实际进行举例。

(3) 本内容重难点:

- 1.正确理解互相平行的概念;
- 2.理解平行的本质特征。



## 教师招聘考试小学数学学科模拟题

总分：100分 考试时间：120分钟

## 一、单项选择题（共10小题，每小题3分，共30分）

1. 在实数  $-3, \sqrt{3}, 0, -1$  中最小的数是（ ）

- A.
- $-3$
- B.
- $0$
- C.
- $-1$
- D.
- $\sqrt{3}$

2. 一个口袋中有红球、白球共10个，这些球除颜色外都相同，将口袋中的球搅拌均匀，从中随机摸出一个球，记下颜色后再放回口袋中，不断重复这一过程，共摸了100次球，发现有70次摸到红球，请你估计这个口袋中红球的数量是（ ）

- A. 4                      B. 5                      C. 6                      D. 7

3. 满足不等式组 
$$\begin{cases} 3(2x-1) \geq 2x+1 \\ \frac{5x+8}{7} \geq x \end{cases}$$
 的所有解的最大值和最小值的和是（ ）

- A. 4                      B. 5                      C. 6                      D. 7

4. 下列说法正确的是（ ）

- A.
- $y = kx + b$
- 一定是一次函数
- 
- B. 有的实数在数轴上找不到对应的点
- 
- C. 长为
- $\sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$
- 的三条线段能组成直角三角形
- 
- D. 无论
- $x$
- 为何值，点
- $P(-2, x^2 + 1)$
- 总是在第二象限

5. 某企业接到为地震灾区生产活动房的任务，此企业有9个生产车间，现在每个车间原有的成品活动房一样多，每个车间的生产能力也一样。有A、B两组检验员，其中A组有8名检验员前两天时间将第一、二车间的所有成品（原来的和这两天生产的）检验完毕后，再去检验第三、四车间的所有成品，又用去3天时间；同时这5天时间B组检验员也检验完余下的五个车间的所有的成品。如果每个检验员的检验速度一样快，那么B组检验员人数为（ ）

- A. 8                      B. 10                      C. 12                      D. 14

6. 一个五位数，个位数为5，这个五位数加上6120后所得的新的五位数的万位、千位、百位、十位上的数恰巧分别为原来五位数的个位、万位、千位、百位、十位上的数，则原来

的五位数为 ( )

- A.48755                      B.47585                      C.37645                      D.36475

7.某超市在“元旦”活动期间，推出如下购物优惠方案：

- (1) 一次性购物在 100 元（不含 100 元）以内，不享受优惠；  
 (2) 一次性购物在 100 元（含 100 元）以上，350 元（不含 350 元）以内，一律享受九折优惠；

(3) 一次性购物在 350 元（含 350 元）以上，一律享受八折优惠；晓敏在该超市两次购物分别付了 90 元和 270 元，如果晓敏把这两次购物改为一次性购物，则晓敏至少需付款 ( ) 元。

- A.288                      B.296                      C.312                      D.320

8.下列不属于数学教学方法的特点是 ( )

- A.思想的纯粹性                      B.高度的抽象性  
 C.严密的逻辑性                      D.应用的广泛性

9.分析法是 ( ) X

- A.从结论出发，逐步寻找充分条件的证明方法  
 B.由因导果的证明方法  
 C.每点推理都是寻找必要条件的证明方法  
 D.从已知条件出发，推导出结论成立的证明方法

10.在“两位数乘两位数的笔算乘法”教学中，老师为学生提供了一张 12 行 14 列的电子图，同时要求学生“利用你手中的电子图，在上面圈一圈，画一画，找到解决  $12 \times 14$  的办法，并把你的想法和思考过程写在纸上”，这样的教学所渗透的主要教学思想是 ( )

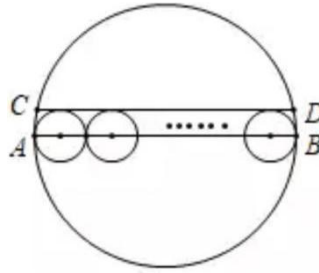
- A.数形结合的思想，函数与方程的思想  
 B.数形结合的思想，转化的思想  
 C.转化的思想，函数与方程的思想  
 D.数形结合的思想，分类与整合的思想

**二、填空题（共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）**

11.分解因式： $1 - x^2 =$ \_\_\_\_\_。

12.将抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$  向左平移 3 个单位，再向上平移 2 个单位后新的抛物线的顶点坐标是\_\_\_\_\_。

13. 在圆中，直径  $AB=6$ ， $C$ 、 $D$  为圆上点，且  $CD \parallel AB$ ，若如图分布的 6 个圆心在  $AB$  上且大小相等的小圆均与  $CD$  相切，则  $CD=$ \_\_\_\_\_。



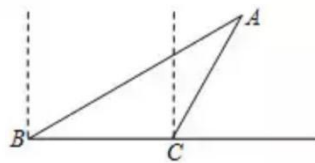
14. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + 5$  的对称轴是  $x = 1$ ，若关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx - 7 = 0$  的一个根是 4，那么该方程的另一个根是\_\_\_\_\_。

15. 在由乙猜甲刚才想的数字游戏中，把乙猜的数字记为  $b$ ，且  $a, b$  是 0, 1, 2, 3 四个数中的其中某一个，若  $|a - b| \leq 1$  则称甲乙“心有灵犀”。现任意找两个人玩这个游戏，得出他们“心有灵犀”的概率为\_\_\_\_\_。

三、解答题（共 4 小题，16 题 3 分，17-19 题每小题 9 分，共 30 分）

16. 先化简，再求值： $\frac{x-3}{x-2} \div \left(x+2 - \frac{5}{x-2}\right)$ ，其中  $x = 2\cos 45^\circ - \sqrt{3}\tan 60^\circ$  的解中选择一个合适的值代入求值。

17. 如图，海中有一个小岛  $A$ ，它的周围 8 海里内有暗礁。渔船跟踪鱼群由西向东航行，在  $B$  点测得小岛  $A$  在北偏东  $60^\circ$  方向上，航行 10 海里达到  $C$  点，这时测得小岛  $A$  在北偏东  $30^\circ$  方向上。如果渔船不改变航线继续向东航行，有没有触礁的危险。



18. 甲乙两个工程队计划修建一条长 15 千米的乡村公路，已知甲工程队每天比乙工程队每天多修 0.5 千米，乙工程队单独完成修路任务所需天数是甲工程队单独完成修路任务所需天数的 1.5 倍。

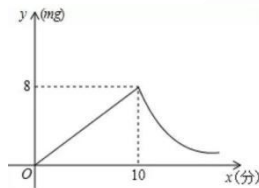
- (1) 求甲乙两个工程队每天各修路多少千米？
- (2) 若甲工程队每天的修路费用为 0.5 万元，乙工程队每天的修路费用为 0.4 万元，要使两个工程队修路总费用不超过 5.2 万元，甲工程队至少修路多少天？

19. 为预防传染病，某校定期对教室进行“药熏消毒”。已知药物燃烧阶段，室内每立



立方米空气中的含药量  $y$  (mg) 与药物在空气中的持续时间  $x$  (min) 成正比例；燃烧后， $y$  与  $x$  成反比例（如图所示）。现测得药物 10 分钟燃烧完，此时教室内每立方米空气含药量为 8mg。根据以上信息解答下列问题：

- (1) 分别求出药物燃烧时及燃烧后  $y$  关于  $x$  的函数表达式；
- (2) 当每立方米空气中的含药量低于 1.6mg 时，对人体方能无毒害作用，那么从消毒开始，在哪个时段消毒人员不能停留在教室里？
- (3) 当室内空气中的含药量每立方米不低于 3.2mg 的持续时间超过 20 分钟，才能有效消灭某种传染病毒。试判断此次消毒是否有效，并说明理由。



#### 四、案例分析（共 10 分）

这是人教版六年级上册《圆的周长》导入时的一个教学片段：

师：请同学们用直尺测量一元硬币和五角硬币的周长。

生 1：我把一元硬币放在直尺上滚动一周，量出一元硬币的周长大约是 8 厘米。

生 2：我在这枚 5 角硬币上做了个记号，然后在直尺上滚动一周，就量出它的周长大约是 6.3 厘米。

师：你们都用滚动法量出了圆的周长，那么圆形花坛能用滚动法测量它的周长吗？

生 1：可以用绳子绕花坛一圈后，再量出绳子的长度。

生 2：可以用卷尺或测量绳绕花坛一圈，直接量出它的周长。

师：（打开教室吊扇）你们看吊扇的扇叶旋转形成了一个圆，这个圆的周长能用绳子绕一圈吗？（生愣住了）

师：你能不能找出计算圆周长普遍适用的方法呢？

- (1) 对本案例中教师导入的方法谈谈你的看法；
- (2) 结合本案例，谈谈你对“数学来源于生活”的理解；
- (3) 在数学教学实践中，你会怎样利用数学与生活的联系来进行教学？

#### 五、教案设计（共 20 分）

21. 下列是义务教育教科书《数学》四年级上册（人教版）关于“平行”的教学内容，请阅读并根据此回答问题。



问题：请为本节内容设计教学过程。

## 答案及解析

### 一、单项选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 【答案】选 A。

【解析】由于  $-3 < -1 < 0 < \sqrt{3}$ ，因此最小的数  $-3$ 。故本题选 A。

2. 【答案】选 D。

【解析】由题意知，红球的概率为  $\frac{70}{100} = 70\%$ ，则这个口袋中红球的个数是  $10 \times 70\% = 7$ 。

故本题选 D。

3. 【答案】选 B。

【解析】
$$\begin{cases} 3(2x-1) \geq 2x+1 \\ \frac{5x+8}{7} \geq x \end{cases} \Rightarrow 1 \leq x \leq 4, \therefore 1+4=5。故本题选 B。$$

4. 【答案】选 D。

【解析】形如  $y = kx + b (k \neq 0)$ ， $b$  为常数的函数称为一次函数，选项 A 没有  $k \neq 0$ ，故不符合题意；实数与数轴上的点具有一一对应的关系，故不存在在数轴上找不到对应的点，故 B 错误，不符合题意； $\because (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{4})^2 = 3 + 4 = 7 \neq (\sqrt{5})^2$ ， $\because x^2 \geq 0 \therefore x^2 + 1 > 0$ ，所以点  $P(-2, x^2 + 1)$  的横坐标为负，纵坐标为正，故点  $P$  总在第二象限，D 正确。故本题选 D。

5. 【答案】选 C。

【解析】设每个车间原有成品  $a$  件，每个车间每天生产  $b$  件产品，根据检验速度相同得：
$$\frac{2a + 2 \times 2b}{2} = \frac{2a + 2 \times 5b}{3} \Rightarrow a = 4b$$
，则 A 组每名检验员每天检验的成品数为：
$$2(a + 2b) \div (2 \times 8) = \frac{3}{4}b$$
，那么 B 组检验员的人数为：
$$5(a + 5b) \div \frac{3}{4}b \div 5 = 12$$
。故本题选 C。

6. 【答案】选 A。

【解析】设这个数的万位、千位、百位、十位分别为  $a, b, c, d$  都小于等于 9，那么这

个数可写为  $abcd5$ ， $abcd5 + 6120 = 5abcd \Rightarrow \begin{cases} 5+0=d \\ d+2=c \\ c+1=b \\ b+6=a \text{ 或 } 1a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=5 \\ c=7 \\ b=8 \\ a=4 \end{cases}$ ，因此这个数为 48755。故

本题选 A。

7. 【答案】选 C。

【解析】设第一次购物购买商品价格为  $x$  元，第二次购物购买商品的价格为  $y$  元，当  $0 < x < 100$  时， $x = 90$ ；当  $100 \leq x < 350$  时， $0.9x = 90 \Rightarrow x = 100$ ， $\therefore 0.9y = 270 \Rightarrow y = 300$ ，

$\therefore 0.8(x + y) = 312$  或  $320$ ，因此至少需要付 312 元。故本题选 C。

8. 【答案】选 A。

【解析】数学有高度的抽象性、精确性、应用的广泛性等，没有思想的纯粹性。故本题选 A。

9. 【答案】选 A。

【解析】分析法是指要证明一个命题是正确的，思考问题时可以由结论向已知条件逐步追溯。即先假设命题的结论成立，推出它成立的原因，再把这些原因看成新的结论，再推求使它们成立的原因，如此逐步往上追溯，直到推出已知条件或已知的事实为止。简述之，就是执果索因。像这样的思维方法叫做“分析法”。故本题选 A。

10. 【答案】选 B。

【解析】将乘法的计算转化为电子图计算，运用转化的思想；结合图形画一画，运用数形结合思想。故本题选 B。

## 二、填空题（共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

11. 【答案】 $(1+x)(1-x)$ 。

【解析】 $1-x^2$  是 2 项式，没有公因式，用平方差公式分解即可。

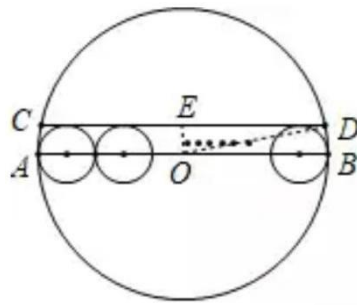
12. 【答案】 $(1, -3)$ 。

【解析】抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 3 = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 5$ ，其顶点坐标是  $(4, -5)$  将其向左平移 3 个单位，再向上平移 2 个单位后新的抛物线的顶点坐标是  $(1, -3)$ 。

13. 【答案】 $\sqrt{35}$ 。

【解析】设圆心为  $O$ ，过  $O$  作  $OE \perp CD$  于  $E$ ，连接  $OD$ ，由于如图分布的 6 个圆心在  $AB$  上，且大小相等的小圆均与  $CD$  相切， $AB=6$ ，所以这 6 个圆的半径为  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times 6 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow OE = \frac{1}{2}$ ， $OD = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ ，在  $\text{Rt}\triangle OED$  中，由勾股定理得  $DE = \sqrt{OD^2 - OE^2}$

$$= \sqrt{3^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{35}}{2}, \because OE \perp CD, OE \text{ 过 } O, \text{ 所以 } DE = CE = \frac{\sqrt{35}}{2} \Rightarrow CD = \sqrt{35}.$$



14. 【答案】 -2。

【解析】由题意知  $x = -\frac{b}{2a} = 1$  即为  $ax^2 + bx - 7 = 0$  的对称轴，因为关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx - 7 = 0$  的一个根是 4，即  $y = ax^2 + bx - 7$  与  $x$  轴的一个交点坐标为 (4,0)，则另一个交点坐标为 (-2,0)，即另一个根为 -2。

15. 【答案】  $\frac{5}{8}$ 。

【解析】从 0, 1, 2, 3 四个数中任取两个则  $|a - b| \leq 1$  的情况有 0, 0; 1, 1; 2, 2; 3, 3; 0, 1; 1, 0; 1, 2; 2, 1; 2, 3; 3, 2 共 10 种情况，甲乙出现的结果共有  $4 \times 4 = 16$ ，故他们“心有灵犀”的概率为  $\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$ 。

三、解答题（共 4 小题，16 题 3 分，17-19 题每小题 9 分，共 30 分）

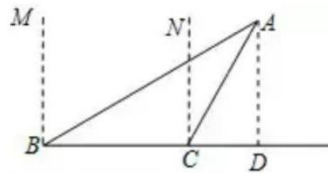
16. 【答案】  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

$$\begin{aligned} \text{【解析】原式} &= \frac{x-3}{x-2} \div \frac{x^2-9}{x-2} \\ &= \frac{x-3}{x-2} \cdot \frac{x-2}{(x-3)(x+3)} \\ &= \frac{1}{3+x} \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3} \times \sqrt{3} = \sqrt{2} - 3, \text{ 代入原式 } \frac{1}{\sqrt{2} - 3 + 3} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

17. 【答案】 没有。

【解析】(1) 过点 A 作  $AD \perp BC$  于 D,  $\angle MBA = 60^\circ, \angle NCA = 30^\circ, \therefore \angle ABC = 30^\circ, \angle ACD = 60^\circ, \therefore \angle CAB = 30^\circ, \angle ABC = \angle CAB$ , 在  $\triangle ABC$  中,  $AC = BC = 10$ , 在  $\text{Rt}\triangle CAD$  中,  $AD = AC \cdot \sin \angle ACD = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} > 8$ , 因此渔船不改变航线继续航行, 没有触礁危险。



18. 【答案】 (1) 甲每天修路 1.5 千米, 乙每天修路 1 千米; (2) 8 天。

【解析】 (1) 设甲每天修路  $x$  千米, 则乙每天修路  $(x-0.5)$  千米。由题意可得  $1.5 \cdot \frac{15}{x} = \frac{15}{x-0.5} \Rightarrow x=1.5$ , 经检验  $x=1.5$  是原方程的解, 且  $x-0.5=1$ , 答: 甲每天修路 1.5 千米, 乙每天修路 1 千米。

(2) 设甲修路  $a$  天, 则乙需要修  $(15-1.5a)$  千米, 乙需要修路  $\frac{15-1.5a}{1}=15-1.5a$  (天), 由题意可得  $0.5a+0.4(15-1.5a) \leq 5.2 \Rightarrow a \geq 8$ , 答甲工程队至少修路 8 天。

19. 【答案】 (1)  $y = \begin{cases} \frac{4}{5}x & (0 \leq x < 10) \\ \frac{80}{x} & (x \geq 10) \end{cases}$ ; (2) 第 2 分钟到第 50 分钟消毒人员不能停留

在教室里; (3) 本次消毒有效。

【解析】(1) 在  $0 \leq x < 10$  时,  $y = \frac{8}{10}x = \frac{4}{5}x$ ,  $x \geq 10$ , 函数为反比例函数, 故  $k = 8 \times 10 = 80$ , 故函数的表达式为:  $y = \frac{80}{x}$ , 故函数的表达式为  $y = \begin{cases} \frac{4}{5}x & (0 \leq x < 10) \\ \frac{80}{x} & (x \geq 10) \end{cases}$ ;

(2)  $y = 1.6$  时,  $y = \frac{8}{10}x = \frac{4}{5}x = 1.6 \Rightarrow x = 2$ ;  $y = 1.6$  时,  $y = \frac{80}{x} = 1.6 \Rightarrow x = 50$ 。根据图像, 当  $y \geq 1.6$  时,  $2 \leq x \leq 50$ , 即消毒开始第 2 分钟到第 50 分钟消毒人员不能停留在教室里;

(3)  $y = 3.2$  时,  $y = \frac{8}{10}x = \frac{4}{5}x = 3.2 \Rightarrow x = 4$ ;  $y = 3.2$  时,  $y = \frac{80}{x} = 3.2 \Rightarrow x = 25$ , 由于  $25-4 > 20$ , 所以本次消毒有效。

#### 四、案例分析 (共 10 分)

20. 【参考答案】

(1) 分析教材可知在小学三年级学习周长的概念时, 已经学习封闭图形的一周即为圆的周长。本案例中采用“谈话导入”的方法, 借助学生已有基础知识, 从“硬币”这样的小型物体到“花坛”乃至“吊扇”形成的圆引入圆的周长一般计算方法, 把握直接经验和间接经验的关系;

(2) 数学来源于生活、根植于生活数学教学就要从学生的生活经验和已有的知识点出发，在生活中讲数学，把生活经验数学化，数学问题生活化。激发学生学习数学的兴趣，让学生深刻体会到生活离不开数学，数学是解决生活问题的钥匙，从而增强学习数学的趣味。

(3) 数学课堂通常被认为比较枯燥、缺乏生动和激情，因此要让学生自主探索、合作学习，在实践体验、实际生活中尝试到学习数学的乐趣，更重要的是使学生感受数学与生活的联系，即数学来自生活实际，数学又应用于生活，服务于生活。可以从以下几点出发：一、例题生活化，体验、感受数学；二、导入生活化，创设情境，激发兴趣；三、教学生活化，产生亲切感；四、练习生活化，提高操作实践能力。

### 五、教案设计（共 20 分）

#### 21.【参考答案】

##### 一、创设情境，引入新课

###### 1.演示设疑

师：同学们注意看，老师这里有两支铅笔，看好，掉下去了。这两支铅笔掉到地上，可能会形成什么样的图形？（同时松手，落到讲台后面，不让学生看到落地后的情形）

###### 2.尝试探究

师：请同学们独立思考，然后用小棒代替铅笔摆一摆，看看有几种摆法？

##### 二、探索新知

###### 1.图形分类

(1) 尝试着把这四种图形进行分类。请思考：怎样分？为什么这样分？（如出现交叉说法强调是相交并板书相交，它们相交后有一个点叫交点）

###### (2) 把小棒想成是直线，再分类

师：同学们不光说出怎样分，还说出为什么，非常好。同学们，在我们日常生活中，很多物体表示的是线段，像我们刚才研究小棒、铅笔。如果把线段向两端无限延长就成了直线，线段是直线的一部分，假如把这幅图中的直线都无限延长，你会发现什么？（生口答 2 号图形延长后会相交，1 号图形不相交）

###### (3) 小结

看来研究两条直线的位置关系时不能光看表面，更要看实质。同学们，当我们对事物进行分类的时候采用不同的分类标准，将会出现不同的分类结果，按照我们今天这节课研究的需要，如果按不相交和相交进行分类，应该怎样分？

(课件演示分成两种情况，一是不相交，另一是相交)

## 2.认识平行

在同一平面内，两条直线的位置关系有相交和不相交两种可能，下面我们先来研究不相交。

(板书：不相交，并画两条互相平行的直线)

(1) 师：我们数学书上是怎样描述这样的位置关系的呢？

师：书上怎么说？生口答（多叫几个学生说）

(2) 介绍平行

在同一平面内，不相交的两条直线互相平行，其中一条直线是另一条直线的平行线。(板

书：同一平面内 互相平行 平行线)

(3) 说一说(出示课件：红蓝两条互相平行的直线)

说一说，这两条直线的位置关系。

## 三、巩固练习

师：刚才从生活中知道了很多平行与垂直，在我们以前学过的平面图形中也有平行和垂直。

(1) 把两根小棒都摆成和第三根小棒平行，看看这两根小棒的位置关系怎么样？(生动手摆后口答，师同时演示课件)

(2) 把两根小棒都摆成和第三根小棒垂直，看看这两根小棒的位置关系怎样？(生动手摆后口答，师同时演示课件)

## 四、课堂小结

这节课你有什么收获？

## 五、布置作业

完成课后习题第一题。





华图教师  
HTEACHER.NET

教师招聘考试小学数学学科模拟题

总分：100分 考试时间：120分钟

一、单项选择题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）

1. 一个正三棱锥（底面积是正三角形，顶点在底面上的射影为底面三角形的中心）的四个顶点都在半径为1的球面上，球心在三棱锥的底面所在平面上，则该正三棱锥的体积是

( )

- A.  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{12}$

2. 已知  $0 < b < a < 1$ ，则在  $a^b, b^a, a^a, b^b$  中最大值是 ( )

- A.  $b^a$       B.  $a^a$       C.  $a^b$       D.  $b^b$

3. 集合  $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$ ， $B = \{x | x < 1\}$ ，则  $A \cap (C_{\mathbb{R}} B) =$  ( )

- A.  $\{x | x > 1\}$       B.  $\{x | x \geq 1\}$       C.  $\{x | 1 < x \leq 2\}$       D.  $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$

4. 正项等比数列  $\{a_n\}$  中， $a_1 a_5 + 2a_3 a_7 + a_5 a_9 = 16$ ，且  $a_5$  与  $a_9$  的等差中项为4，则  $\{a_n\}$  的公比是 ( )

- A. 1      B. 2      C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       D.  $\sqrt{2}$

5. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1(-c, 0)$ 、 $F_2(c, 0)$ ， $A, B$  是圆  $(x+c)^2 + y^2 = 4c^2$  与双曲线  $C$  位于  $x$  轴上方的两个交点，且  $\angle AF_1 B = 90^\circ$ ，则双曲线  $C$  的离心率为 ( )

- A.  $\sqrt{\sqrt{2}+1}$       B.  $\sqrt{2}+1$       C.  $\sqrt{2\sqrt{2}+1}$       D.  $2\sqrt{2}+1$

6. 平面向量  $a$  与  $b$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ ， $a = (2, 0)$ ， $|b| = 1$ ，则  $|a - 2b| =$  ( )

- A.  $2\sqrt{3}$       B.  $\sqrt{6}$       C. 0      D. 2

7. 已知直三棱柱  $ABC - A_1 B_1 C_1$  的底面为直角三角形，且两直角边长分别为1和 $\sqrt{3}$ ，此三棱柱的高为 $2\sqrt{3}$ ，则该三棱柱的外接球的体积为 ( )

- A.  $\frac{8\pi}{3}$       B.  $\frac{16\pi}{3}$       C.  $\frac{32\pi}{3}$       D.  $\frac{64\pi}{3}$

8.推理能力主要表现在通过观察, ( ), 归纳, 类比等获得数学猜想。

- A.技能                  B.实验                  C.操作                  D.交流

9.根据《义务教育数学课程标准(2011年版)》下列行为动词中不是用来描述“过程目标”的是 ( )。

- A.经历                  B.体验                  C.掌握                  D.探索

10.义务教育阶段的数学学习过程中, 环境与工具资源开发与利用, 在以下四个方面, 其中表述不正确的是 ( )。

- A.师生合作共同开发  
B.建立“数学实验室”  
C.适时收集相关信息, 形成有效的教学背景  
D.学生用数学辅导材料

**二、填空题(本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)**

11.自然数N除以3余2, 除以5余4, 除以7余6。N最小是\_\_\_\_\_。

12.如图是一个中心对称的几何图形, 已知大圆半径为2, 以半径为直径画出两个半圆, 在大圆内随机取一点, 则此点取自阴影部分的概率为\_\_\_\_\_。



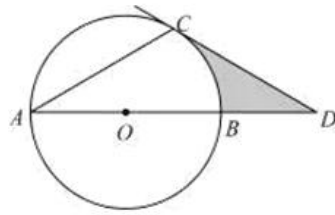
13.计算:  $\int_1^2 x \ln x dx =$ \_\_\_\_\_。

14.计算:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} =$ \_\_\_\_\_。

15.《义务教育数学课程标准(2011年版)》中所提出的“四基”是指: 基本数学知识、基本数学技能、基本数学思想和\_\_\_\_\_。

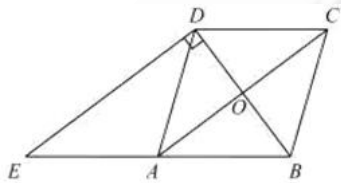
**三、解答题(本大题共7小题, 第16-20题每小题8分, 第21、22题每小题10分, 共60分)**

16.如图, AB是圆O的直径, AC是圆O的弦, 过点C的切线交AB的延长线于点D, 若 $\angle A = \angle D$ ,  $CD=3$ , 求图中阴影部分的面积。



17. 已知函数  $f(x) = x^2 + 3ax + 4, x \in [-5, 8]$ , (1) 当  $a = -3$  时, 求  $f(x)$  的最值; (2) 求实数  $a$  的取值范围, 使  $f(x)$  在区间  $x \in [-5, 8]$  上是单调函数。

18. 如图, 在菱形  $ABCD$  中, 对角线  $AC, BD$  相交于点  $O$ , 过点  $D$  作对角线  $BD$  的垂线交  $BA$  的延长线于点  $E$ 。(1) 证明: 四边形  $ACDE$  是平行四边形; (2) 若  $AC = 8, BD = 6$ , 求  $\triangle ADE$  的周长。



19. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $a + 2b = 2c \left( 1 - 2\cos^2 \frac{B+C}{2} \right)$ 。

(1) 求角  $C$ ; (2) 若  $c = 2\sqrt{3}$ , 求  $\triangle ABC$  周长的最大值。

20. 已知函数  $f(x) = \ln x - \frac{2x + 2a^2 - 4a}{x + a^2}, a \in \mathbf{R}$ 。(1) 当  $a = 1$ , 函数  $y = f(x)$  图象上是否存在 3 条互相平行的切线, 并说明理由? (2) 讨论函数  $y = f(x)$  的零点个数。

### 21. 案例分析

“数学广角-搭配”的教学片断:

出示问题, 用①、②、③三张数字卡片, 能摆几个两位数?

学生回答 (3 个、4 个、5 个、6 个.....)

师: 那么多答案! 把摆出来的两位数都记下来。

师: 真的是一个好办法, 那请你们用自己手中的卡片动手摆一摆并记录下来, 接下来学生鼓励思考摆动记录。

(1) 分析上述教学片断, 教学过程中师生那些教学行为值得肯定?

(2) 分析上述教学过程中存在的问题, 进行改正。

### 22. 教学设计

《义务教育数学课程标准 (2011 年版)》中指出: “数学中有一些重要内容, 方法,

思想是需要学生经历较长的认知过程，逐步理解和掌握的……”

抽象数学概念的教学，要关注概念的实际背景与形成过程，帮助学生克服机械记忆概念的学习方式。代数概念的教学应遵循它的学习特征，以学生已有的数学概念，生活实例作为学习的起点，作为实践心理过程的对象，最终形成稳定的概念。

阅读以下“面积和面积单位”（某教材三年级下册第5单元）的教学素材：

**面积和面积单位**

**1** 观察黑板面和国旗的表面，说说哪一个面比较大。

黑板表面比国旗面大。


黑板表面的大小就是黑板面的面积，国旗表面的……


你能像这样说说其他物体表面的面积吗？


课桌表面的大小就是课桌面的面积。

数学书封面的大小就是数学书封面的面积。

可以用一种图形作单位来测量。

我选  作单位来量。

我选  来量。

我选  来量，蓝色的长方形大。

摸摸你的字典的封面和侧面，说说哪一个面的面积比较小。




**2** 下面两个图形，哪个面积大？

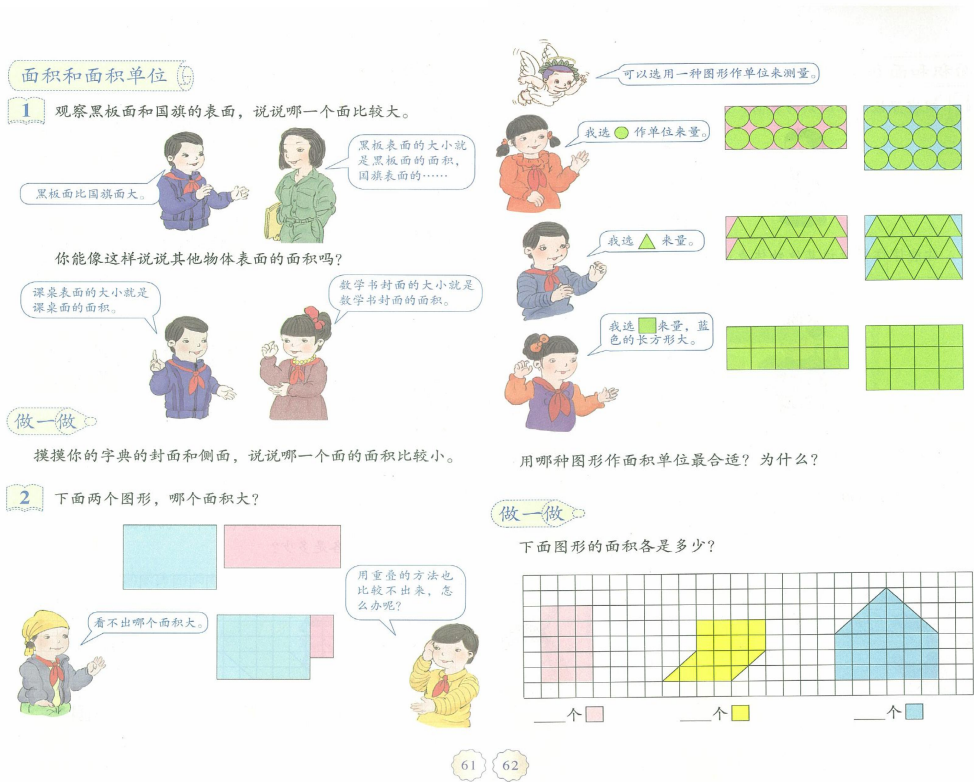
看不出哪个面积大。

用重叠的方法也比较不出来，怎么办呢？

做一做

下面图形的面积各是多少？

一个  一个  一个 



请你依据教学素材，撰写一份符合新课程基本理念的教学过程设计（只要求写教学过程）。

答案及解析

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

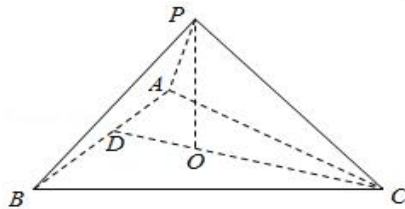
1. 【答案】选 C。

【解析】设正三棱锥底面中心为  $O$ ，连接  $OP$ ，延长  $CO$  交  $AB$  于  $D$ ，则  $CD = \frac{3}{2}OC$ 。

$\because O$  是三棱锥  $P-ABC$  的外接球球心， $\therefore OP = OC = 1$ ， $\therefore CD = \frac{3}{2}$ ， $\therefore BC = \sqrt{3}$ 。 $\therefore$

$$V_{P-ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot OP = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\sqrt{3})^2 \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{4}。$$

故本题选 C。



2. 【答案】选 C。

【解析】 $\because 0 < b < a < 1$ ， $\therefore y = a^x$  和  $y = b^x$  均为减函数， $\therefore a^b > a^a$ ， $b^a < b^b$ ，又 $\because y = x^b$

在  $(0, +\infty)$  为增函数， $\therefore a^b > b^b$ ，即在  $a^b$ ， $b^a$ ， $a^a$ ， $b^b$  中最大值是  $a^b$ 。

故本题选 C。

3. 【答案】选 D。

【解析】 $\because C_{\mathbb{R}}B = \{x | x \geq 1\}$ ， $\therefore A \cap (C_{\mathbb{R}}B) = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$ 。

故本题 D。

4. 【答案】选 D。

【解析】由题意，正项等比数列  $\{a_n\}$  中， $a_1a_5 + 2a_3a_7 + a_5a_9 = 16$ ，可得

$a_3^2 + 2a_3a_7 + a_7^2 = (a_3 + a_7)^2 = 16$ ，即  $a_3 + a_7 = 4$ ， $a_5$  与  $a_9$  的等差中项为 4，即  $a_5 + a_9 = 8$ ，设

公比为  $q$ ，则  $q^2(a_3 + a_7) = 4q^2 = 8$ ，则  $q = \sqrt{2}$ （负的舍去）。

故本题选 D。

5. 【答案】选 A。

【解析】圆  $(x+c)^2 + y^2 = 4c^2$  的圆心为  $(-c, 0)$ ，半径为  $2c$ ，且  $|AF_1| = 2c$ ， $|BF_1| = 2c$ ，

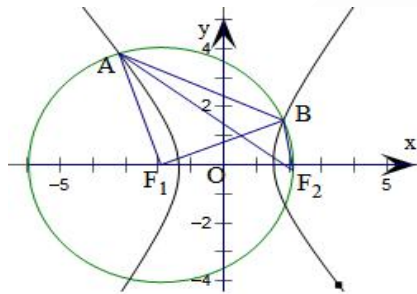
由双曲线的定义可得  $|AF_2| = 2a + 2c$ ,  $|BF_2| = 2c - 2a$ , 设  $\angle BF_1F_2 = \alpha$ , 在三角形  $BF_1F_2$  中,

$$\cos \alpha = \frac{(2c)^2 + (2c)^2 - (2c - 2a)^2}{2 \cdot 2c \cdot 2c} = \frac{2c^2 - (c - a)^2}{2c^2}, \quad \text{在三角形 } AF_1F_2 \text{ 中,}$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = \frac{4c^2 + 4c^2 - (2c + 2a)^2}{2 \cdot 2c \cdot 2c} = \frac{2c^2 - (c + a)^2}{2c^2} = -\sin \alpha, \quad \text{由 } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \text{ 化简可得}$$

$$(c^2 + a^2)^2 = 2c^4, \quad \text{即为 } c^2 + a^2 = \sqrt{2}c^2, \quad \text{即有 } a^2 = (\sqrt{2} - 1)c^2, \quad \text{可得 } e = \frac{c}{a} = \sqrt{\sqrt{2} + 1}.$$

故本题选 A。



6. 【答案】选 D。

【解析】  $\because a = (2, 0)$ ,  $\therefore |a| = 2$ ,  $\therefore a \cdot b = |a||b|\cos \frac{\pi}{3} = 1$ ,  $\therefore$

$$|a - 2b| = \sqrt{|a|^2 - 4a \cdot b + 4|b|^2} = \sqrt{4 - 4 + 4} = 2.$$

故本题选 D。

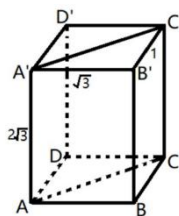
7. 【答案】选 C。

【解析】如图所示, 将直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  补充为长方体, 则该长方体的体对角线为

$$\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 + 1^2} = 4, \quad \text{设长方体的外接球的半径为 } R, \quad \text{则 } 2R = 4, \quad R = 2, \quad \therefore \text{该长方体的}$$

$$\text{外接球的体积 } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi}{3}, \quad \therefore \text{该三棱柱的外接球的体积 } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi}{3}.$$

故本题选 C。



8. 【答案】选 B。

【解析】《义务教育数学课程标准（2011年版）》课程总目标指出, 在参与观察、实

验、猜想、证明、综合实践等数学活动中，发展合情推理和演绎推理能力，清晰地表达自己的想法。

故本题选 B。

9.【答案】选 C。

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》指出，数学课程目标包括结果目标和过程目标。结果目标使用“了解、理解、掌握、运用”等行为动词表述，过程目标使用“经历、体验、探索”等行为动词表述。

故本题选 C。

10.【答案】选 D。

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》指出：教师应当充分利用日常生活环境中与数学有关的信息，开发成为教学资源。教师应当努力开发制作简便实用的教具和学具，有条件的学校可以建立“数学实验室”供学生使用，以拓宽他们的学习领域，培养他们的实践能力，发展其个性品质与创新精神，促进不同的学生在数学上得到不同的发展。因此 A、B、C 正确，D 不正确。

故本题选 D。

## 二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

11.【答案】104。

【解析】一个自然数除以 3 余 2，除以 5 余 4，除以 7 余 6，可以看作：除以 3 少 1，除以 5 少 1，除以 7 少 1，这个数加 1 就是 3、5、7 的最小公倍数。3、5、7 的最小公倍数是  $3 \times 5 \times 7 = 105$ 。这个数是 104。

12.【答案】 $\frac{1}{4}$ 。

【解析】由题意知，大圆的面积为  $S = \pi \cdot 2^2 = 4\pi$ ，阴影部分的面积为  $S' = \frac{1}{2} \pi \cdot 2^2 - \pi \cdot 1^2 = \pi$ ，则所求的概率为  $P = \frac{S'}{S} = \frac{\pi}{4\pi} = \frac{1}{4}$ 。

13.【答案】 $2 \ln 2 - \frac{3}{4}$ 。

【解析】 $\int_1^2 x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^2 - \frac{1}{2} \int_1^2 x^2 \cdot \frac{1}{x} dx = 2 \ln 2 - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^2 = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$

14.【答案】1。

【解析】当  $x \rightarrow 0$  时， $\ln(1+x)$  的等价无穷小量为  $x$ ，则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x} = 1$ 。



15. 【答案】基本活动经验。

【解析】数学新课程标准中，“四基”是指：基本数学知识、基本数学技能、基本数学思想和基本活动经验。

三、解答题（本大题共 7 小题，第 16-20 题每小题 8 分，第 21、22 题每小题 10 分，共 60 分）

16. 【答案】  $\frac{3\sqrt{3}-\pi}{2}$ 。

【解析】由题可得： $r=\sqrt{3}$ ， $S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}\cdot OA\cdot OC\cdot \sin 120^{\circ}=\frac{3}{4}$ ，

$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot CD\cdot \sin 120^{\circ}=\frac{9}{4}$ ； $S_{\text{扇}}=\frac{1}{6}\pi r^2=\frac{\pi}{2}$ ， $S_{\text{阴}}=S_{\triangle ACD}-S_{\text{扇}}-S_{\triangle AOC}=\frac{3\sqrt{3}-\pi}{2}$ 。

17. 【答案】（1）74；（2） $-\frac{8}{3}<a<\frac{5}{3}$ 。

【解析】（1）当  $a=-3$  时， $f(x)=x^2-9x+4$ ，对称轴为  $x=-\frac{-9}{2}=4.5$ ，又  $\because 4.5\in[-5,8]$ ，

$\therefore f(x)_{\min}=f(4.5)=-16.25$ ，则  $f(x)_{\max}=f(-5)=74$ ；（2）对称轴为  $x=-\frac{3a}{1}=-3a$ ，要

使得函数为单调函数，则，即  $-3a>8$  或  $-3a<-5$ ， $-\frac{8}{3}<a<\frac{5}{3}$ 。

18. 【答案】（1）见解析；（2）18。

【解析】（1）证明：

$\because$  四边形  $ABCD$  是菱形， $\therefore AB\parallel CD$ ， $AC\perp BD$ ， $\therefore AE\parallel CD$ ， $\angle AOB=90^{\circ}$ 。又

$\because DE\perp BD$ ， $\angle EDB=90^{\circ}$ ， $\therefore \angle AOB=\angle EDB$ ， $\therefore DE\parallel AC$ ， $\therefore$  四边形  $ACDE$  是平行四

边形；（2） $\because$  四边形  $ABCD$  是菱形， $AC=8$ ， $BD=6$ ，又四边形  $ACDE$  是平行四边形，

$\therefore AE=CD=5$ ， $DE=AC=8$ ， $\therefore \triangle ADE$  的周长为  $AD+AE+DE=5+5+8=18$ 。

19. 【答案】（1） $C=\frac{2\pi}{3}$ ；（2） $4+2\sqrt{3}$ 。

【解析】（1）由  $a+2b=2c\left(1-2\cos^2\frac{B+C}{2}\right)$  得  $a+2b=2c\cos A$ 。根据正弦定理，得

$\sin A+2\sin B=2\cos A\sin C$ ，化为  $\sin A+2\sin(A+C)=2\cos A\sin C$ ，整理得到

$\sin A=-2\sin A\cos C$ ， $\because \sin A>0$ ，故  $\cos C=-\frac{1}{2}$ ，又  $0<C<\pi$ ， $\therefore C=\frac{2\pi}{3}$ 。

（2）由余弦定理有  $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$ ，故  $a^2+b^2+ab=12$ ，整理得到

$(a+b)^2=12+ab\leq 12+\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ ，故  $a+b\leq 4$ ，当且仅当  $a=b=2$  时等号成立， $\therefore$  周长的最

大值为  $2+2+2\sqrt{3}=4+2\sqrt{3}$ 。

20. 【答案】 (1) 存在; (2) 见解析。

【解析】 (1)  $f(x) = \ln x - \frac{2(x-1)}{x+1}$ ,  $f'(x) = \frac{(x-1)^2}{x(x+1)^2}$ ,

$f''(x) = \frac{-(x-1)(x+1)(x^2-4x-1)}{x^2(x+1)^4}$ , 则函数  $f'(x)$  在  $(0,1)$  单调递减,  $(1, 2+\sqrt{5})$  上单调递增,

$(2+\sqrt{5}, +\infty)$  上单调递减,  $\therefore f'(\frac{1}{2}) = \frac{2}{9}$ ,  $f'(1) = 0$ ,  $f'(4) = \frac{9}{100}$ ,  $x \rightarrow +\infty$ ,  $f'(x) \rightarrow 0$ ,

$\therefore$  存在切线斜率  $k \in (0, 0.09)$ , 使得  $f'(x_1) = f'(x_2) = f'(x_3) = k$ ,  $x_1 \in (0, 1)$ ,  $x_2 \in (1, 4)$ ,

$x_3 \in (4, +\infty)$ ,  $\therefore$  函数  $y = f(x)$  图象上是存在 3 条互相平行的切线; (2)

$f'(x) = \frac{x^2 + (2a^2 - 4a)x + a^4}{x(x+a^2)^2}$ , 当  $a \leq 0$ , 有  $f(1) = -2\frac{1+a^2-2a}{1+a^2} < 0$ ;  $f(e^4) = 2 + \frac{4a}{e^4+a^2} > 0$ ,

$f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增;  $\therefore$  函数  $f(x)$  存在唯一一个零点在  $(1, e^4)$  内; 当  $a \geq 1$ , 有  $\Delta < 0$ ,

$f(1) = -2\frac{1+a^2-2a}{1+a^2} < 0$ ;  $f(e^4) = 2 + \frac{4a}{e^4+a^2} > 0$ ,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增;  $\therefore$  函数  $f(x)$

存在唯一一个零点在  $(1, e^4)$  内; 当  $0 < a < 1$ , 有  $\begin{cases} \Delta = 16a^2(1-a) \geq 0 \\ x_1 + x_2 = 4a - 2a^2 = 2a(2-a) > 0, \therefore f(x) \text{ 在} \\ x_1 \cdot x_2 = a^4 > 0 \end{cases}$

$(0, x_1)$  上单调递增, 在  $(x_1, x_2)$  上单调递减, 在  $(x_2, +\infty)$  上单调递增,

$f\left(e^{\frac{2}{a^2}}\right) = -\frac{2}{a^2} + \frac{4a}{e^{\frac{2}{a^2}} + a^2} - 2 < -\frac{2}{a^2} + \frac{4}{a} - 2 < 0$ ,  $f(a^2) = \ln a^2 + \frac{2}{a} - 2 = 2\left(\ln a + \frac{1}{a} - 1\right) > 0$ ,

$f(1) < 0$ ,  $f(e^4) = 2 + \frac{4a}{e^4+a^2} > 0$ ,  $e^{\frac{2}{a^2}} < a^2 < 1 < e^4$ ,  $\therefore$  函数  $f(x)$  一个零点在区间  $\left(e^{\frac{2}{a^2}}, a^2\right)$

内, 一个零点在区间  $(a^2, 1)$  内, 一个零点在  $(1, e^4)$  内。  $\therefore$  函数  $f(x)$  有三个不同零点。综上所述:

当  $a \in (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$  函数  $f(x)$  一个零点; 当  $a \in (0, 1)$  函数  $f(x)$  三个零点。

21. 【参考答案】

(1) 教师: ①课堂氛围: 课堂氛围积极活跃, 在教学过程中有师生互动; ②评价: 教师对学生有鼓励性的评价“真的是一个好办法”; ③学习方式: 学生自己摆卡片, 学生动手操作, 体现学生的主体地位。

学生：学生主动参与到课堂，积极动手，通过摆一摆得到结果，激发了学习数学的兴趣。

(2) 问题：虽然有学生动手操作摆卡片，在一定程度上体现了学生的主体地位，但是在整堂课中，学生的主体地位并没有得到真正的落实，教师的引导作用并没有得到真正的体现。在开始，“教师出示用①、②、③三张数字卡片”的目的其实是让学生任意搭配卡片，看看能组成多少个2位数，学生有很多方法去解决这个问题，比如说通过画图，通过摆一摆等等，而作为老师并没有让学生自己想办法去解决问题，而是直接让学生通过摆一摆的方法来解决，这样在一定程度上束缚了学生的思维，不利于学生创新能力的培养。

改正：教师出示用①、②、③三张数字卡片，之后，提问学生：这三张卡片上的数字总共能够组成多少个2位数呢？请同学们分组讨论自己想办法来算一算，并记录下自己的结果；教师给学生足够的时间和空间学生自己解决问题，然后教师请学生汇报自己的方法和结果。

## 22.【参考答案】

### 一、故事导入

创设一个童话故事情境，激发学生对数学的兴趣。上课之前，讲一下懒洋洋和灰太狼进行涂色比赛的故事。之后问学生如果他们涂色的速度一样，那谁会赢呢？此时学生会很快回答出灰太狼会赢，因为他的那张纸比懒洋洋小。借此机会指出纸张的大小实际上就是纸张表面的大小。从而自然过渡到新授环节。

### 二、探究新知

#### (1) 概括面积的概念

在导入的基础上，引导学生通过指一指身边的物体（如黑板、课桌、书本等）的表面在哪；摸一摸这些物体的表面。通过学生的回答，总结出面积就是物体表面的大小（板书：物体表面的大小）。然后，进一步引出学生学过平面图形，指一指平面图形的面积，比一比哪一个平面图形大一些，感知到平面图形的大小也是他们的面积。从而总结出面积就是物体表面的大小和平面图形的大小。

#### (2) 比较图形面积的大小

学生已掌握了面积的概念但比较面积的大小，认识到统一面积单位的重要性对学生来说是难点。为了突破难点，将采用小组合作的方式开展教学活动。首先，将全班分为4个小组，让学生通过小组合作探究比较两个面积相似的长方形的面积的大小。待学生讨论完毕之后，以小组为单位汇报学习情况，这时学生会发现用之前学习过的重叠、观察等方法无法比较面积的大小。这时引导学生用其他图形作为单位进行比较。学生利用学具（圆形、三角形、正

方形)动手拼摆,合作探究。通过比较发现蓝色的长方形比较大。学生会发现用正方形作为单位进行比较,最为标准。在此基础上,引导学生发现比较两个面积大小,要用统一的图形作为单位。

### 三、巩固练习

练习设计遵循巩固性原则,在课件上呈现课本 62 页的做一做,让学生通过数格子比较三个图形面积的大小,进一步巩固学生对面积的含义的理解并认识到统一面积单位的重要性。

### 四、回顾小结

在此环节提问学生这节课你学到了什么?有什么收获?之后根据学生的回答进行小结。

### 五、作业布置

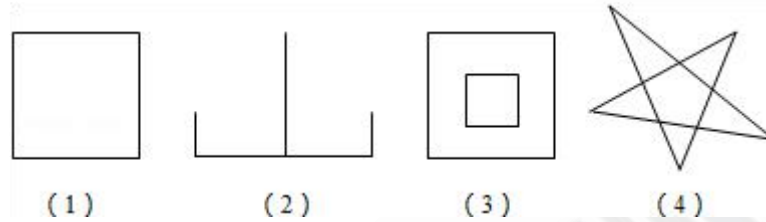
依据理论联系实际的原则,让学生回家后比一比家中物体表面积的大小,进一步加深和巩固学生对面积含义的理解,并预习下一课。

教师招聘考试小学数学学科模拟题

总分：100分 考试时间：120分钟

一、选择题（共15题，每题2分，共30分）

1. 下列图形能一笔画的是（ ）



- A. (1) 和 (4)      B. (2) 和 (3)      C. (1) 和 (3)      D. (2) 和 (4)

2.  $0 < x < 3$  是  $|x-1| < 2$  成立的（ ）

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

3. 若椭圆的两个焦点与短轴的一个端点构成一个正三角形，则该椭圆的离心率为（ ）

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$       D.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$

4. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x \geq 1 \\ \frac{1}{1-x}, & x < 1 \end{cases}$ ，则不等式  $f(x) \leq 1$  的解集为（ ）

- A.  $(-\infty, 2]$       B.  $(-\infty, 0] \cup (1, 2]$       C.  $[0, 2]$       D.  $(-\infty, 0] \cup [1, 2]$

5. 将函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的图象向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度后，所得图象

关于  $y$  轴对称，且  $f\left(\frac{\pi}{\omega}\right) = -\frac{1}{2}$ ，则当  $\omega$  取最小值时，函数  $f(x)$  的解析式为（ ）

- A.  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$       B.  $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$   
C.  $f(x) = \sin\left(4x + \frac{\pi}{6}\right)$       D.  $f(x) = \sin\left(4x - \frac{\pi}{6}\right)$

6. 已知正项等比数列  $\{a_n\}$  满足  $a_7 = a_6 + 2a_5$ ，若存在两项  $a_m, a_n$ ，使得  $a_m \cdot a_n = 16a_1^2$ ，

则  $\frac{1}{m} + \frac{9}{n}$  的最小值为 ( )

- A.  $\frac{3}{2}$       B.  $\frac{11}{4}$       C.  $\frac{8}{3}$       D.  $\frac{10}{3}$

7. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ , 集合  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ , 则  $C_U(A \cap B) = ( )$

- A.  $\{1, 3, 4\}$       B.  $\{3, 4\}$       C.  $\{3\}$       D.  $\{4\}$

8. 设  $D$  为  $\triangle ABC$  的边  $BC$  的延长线上一点,  $\overline{BC} = 3\overline{CD}$ , 则 ( )

- A.  $\overline{AD} = \frac{1}{3}\overline{AB} - \frac{4}{3}\overline{AC}$       B.  $\overline{AD} = \frac{4}{3}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$   
 C.  $\overline{AD} = -\frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{4}{3}\overline{AC}$       D.  $\overline{AD} = \frac{4}{3}\overline{AB} - \frac{1}{3}\overline{AC}$

9. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $a = 3$ ,  $c = 2\sqrt{3}$ ,  $b \sin A = a \cos\left(B + \frac{\pi}{6}\right)$ , 则  $b = ( )$

- A. 1      B.  $\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{3}$       D.  $\sqrt{5}$

10. 已知  $E, F$  分别是长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱  $AB, A_1B_1$  的中点, 若  $AB = 2\sqrt{2}$ ,  $AD = AA_1 = 2$ , 则四面体  $C_1 - DEF$  的外接球的表面积为 ( )

- A.  $13\pi$       B.  $16\pi$       C.  $18\pi$       D.  $20\pi$

11.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x^2 - 1} = ( )$

- A. 0      B.  $\frac{5}{2}$       C. 1      D.  $\infty$

12. 《义务教育数学课程标准 (2011 年版)》在课程目标中指出, 义务教育数学课程目标分为总目标与学段目标, 其中总目标是从知识技能、( )、问题解决和情感态度四个方面具体阐述。

- A. 数学思考      B. 过程方法      C. 思想方法      D. 活动经验

13. 设  $R$  是复数集  $C$  的一个非空子集, 如果对任意的  $a, b \in R$ , 都有  $a + b, a - b, a \cdot b \in R$ , 则  $R$  是一个数环, 则此数环的定义方式是 ( )

- A. 属加种差定义      B. 外延式定义      C. 公理式定义      D. 递归式定义

14. 数学老师在推导等比数列前  $n$  项和的公式时, 先让学生观察, 发现等差数列前  $n$  项和公式  $S_n = na_1 + \frac{n(n+1)}{2}d$  的特征是由项数、首项和公差构成的, 引导学生猜想出等比数列前  $n$  项和公式应由项数、首项和公比构成, 然后师生再继续进行推导, 该老师在教学过程中

使用的推理方法是 ( )

- A.归纳推理      B.类比推理      C.选言推理      D.关系推理

15.吴老师与学生讨论  $\ln x + 2x - 6 = 0$  的根的个数时,先设  $f(x) = \ln x + 2x - 6 (x > 0)$ , 让学生使用几何画板作出  $y = f(x)$  的图像,并观察图像与  $x$  轴的交点个数,然后计算  $f'(x) = \frac{1}{x} + 2 > 0$ , 从而发现函数在  $x > 0$  上是增函数,得到方程  $\ln x + 2x - 6 = 0$  只有一个根

的结论。该片段教学主要渗透和体现了 ( ) 数学思想方法?

- A.函数与方程的思想和类比推理的思想  
B.数形结合的思想和转化与化归的思想  
C.分类与整合的思想和类比推理的思想  
D.极限的思想与函数与方程思想

二、填空题 (总共 5 题, 每题 2 分, 共 10 分)

16.已知函数  $f(x) = \begin{cases} \sin^2 x - \tan x, & x < 0 \\ e^{-2x}, & x \geq 0 \end{cases}$ , 则  $f\left(f\left(-\frac{25\pi}{4}\right)\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

17.在边长为 2 的等边三角形  $ABC$  中,  $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BD}$ , 则向量  $\overrightarrow{BA}$  在  $\overrightarrow{AD}$  上的投影为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

18.《义务教育数学课程标准(2011年版)》在学段中安排了四个部分的课程内容:“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”“综合与实践”,其中“综合与实践”内容设置的目的在于  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

①培养学生综合运用有关知识与方法解决实际问题;②培养学生的问题意识、应用意识和创新意识;③积累学生的活动经验;④加强学生知识与技能的熟悉程度;⑤提高学生解决现实问题的能力。

19.《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出,学生学习应当是一个生动活泼的、的和  $\underline{\hspace{2cm}}$  的过程。

20.《义务教育数学课程标准(2011年版)》强调,课程内容要反映社会的需要、数学的特点,要符合学生的认知规律。课程内容的组织要重视直观,处理好  $\underline{\hspace{2cm}}$  的关系。

三、简答题 (共 10 分)

21.在“异分母分数加减法”的课后作业中,有的学生出现这样的错误  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$ 。

- (1) 请分析导致错误的原因。  
(2) 针对错误原因,给出你的教学建议。

四、解答题（第 22 题是 6 分，第 23，24，25 题各 8 分，共 30 分）

22. 有甲、乙、丙三人同时同地出发，绕一个花圃行走，乙、丙二人同方向行走，甲与乙、丙相背而行。甲每分钟走 40 米，乙每分钟走 38 米，丙每分钟走 36 米。在途中，甲和乙相遇后 3 分钟和丙相遇。问：这个花圃的周长是多少米？

23. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $S_n = 2a_n - 2$ 。

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

(2) 设  $b_n = 2\log_2 a_n - 11$ ，数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ，求  $T_n$  的最小值及取得最小值时  $n$  的值。

24. 已知函数  $f(x) = x^2 - 2x + a \ln x$ 。

(1) 讨论函数  $f(x)$  的单调性；

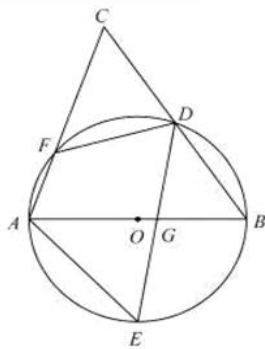
(2) 若  $a = 4$  时，存在两个正实数  $m, n$  满足  $\frac{f(m) + f(n)}{m^2 n^2} = 1$ ，求证： $m + n \geq 3$ 。

25. 如图， $AB$  是圆  $O$  的直径， $D, E$  为圆  $O$  上位于  $AB$  异侧的两点，连接  $BD$  并延长至点  $C$ ，使得  $CD = BD$ 。连接  $AC$  交圆  $O$  于点  $F$ ，连接  $AE, DE, DF$ 。

(1) 证明： $\angle E = \angle C$ ；

(2) 若  $\angle E = 55^\circ$ ，求  $\angle BDF$  的度数；

(3) 设  $DE$  交  $AB$  于点  $G$ ，若  $DF = 4$ ， $\cos B = \frac{2}{3}$ ， $E$  是弧  $AB$  的中点，求  $EG \cdot ED$  的值。



五、综合应用（总共 20 分）

26. 下列材料呈现的《义务教育教科书（人教版）数学五年级上册》中“方程的意义”的教学内容，请阅读并回答问题。

(1) 本内容的教学目标（4 分）

(2) 教学的重点难点，并指出教材是以何种方式去帮助学生理解难点（4 分）



(4) 设计本内容的教学过程简案 (12分)

### 2. 解简易方程

#### 方程的意义

左边有两个50g。天平保持平衡。



$50+50=100$

这是一个等式。

正好平衡。空杯子重100g。



100g

一杯水有多重? 如果水重xg, 杯子和水共重……



100g

哪边重些?



$100+x > 200$      $100+x < 300$

平衡了!



250g

$100+x=250$



$3x=2.4$

2.4元

像  $100+x=250$ ,  $3x=2.4$ ……这样, 含有未知数的等式就是**方程**。

你能自己写出一些方程吗?

$x+5=18$	$x+x+x+x=35$	$8-x=3$
$5x=30$	$x+4=6$	$3x+6=12$
$6(x-2)=24$	$(x+4)+2=3$	$x+y=5$

**做一做**

- 下面哪些式子是方程?  
 $35+65=100$      $x-14>72$      $y+24$   
 $5x+32=47$      $28<16+14$      $6(y+2)=42$
- 用方程表示下面的数量关系。



$2x=50$



$x+73=166$

**你知道吗?**

早在三千六百多年前, 埃及人就会用方程解决数学问题了。在我国古代, 大约两千年前成书的《九章算术》中, 就记载了用一组方程解决实际问题的史料。一直到三百多年前, 法国的数学家笛卡儿第一个提倡用  $x$ 、 $y$ 、 $z$  等字母代表未知数, 才形成了现在的方程。

答案及解析

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 【答案】选 A。

【解析】图（1）有 4 个偶点，可以一笔画出；图（2）有 4 个奇点，大于 2，不能一笔画出；图（3）不是连通的，不能一笔画出；图（4）有 10 个偶点，也能一笔画出。

故本题选 A。

2. 【答案】选 A。

【解析】解  $|x-1| < 2$  得到  $-1 < x < 3$ ，假设  $0 < x < 3$ ，一定有  $-1 < x < 3$ ，反之不一定，故  $0 < x < 3$  是  $|x-1| < 2$  成立的充分不必要条件。

故本题选 A。

3. 【答案】选 A。

【解析】由题意，椭圆的两个焦点与短轴的一个端点构成一个正三角形，即  $2c = a$ ，所以离心率  $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$ 。

故本题选 A。

4. 【答案】选 D。

【解析】当  $x \geq 1$  时， $f(x) \leq 1$ ，即为  $\log_2 x \leq 1$ ，解得  $1 \leq x \leq 2$ ；当  $x < 1$  时， $f(x) \leq 1$ ，即为  $\frac{1}{1-x} \leq 1$ ，解得  $x \leq 0$ ，综上可得，原不等式的解集为  $(-\infty, 0] \cup [1, 2]$ 。

故本题选 D。

5. 【答案】选 C。

【解析】将函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的图象向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度后，可得  $y = \sin\left(\omega x - \frac{\omega\pi}{6} + \varphi\right)$  的图象， $\therefore$  所得图象关于  $y$  轴对称， $\therefore -\frac{\omega\pi}{6} + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$ 。

$\therefore f\left(\frac{\pi}{\omega}\right) = -\frac{1}{2} = \sin(\pi + \varphi) = -\sin\varphi$ ，即  $\sin\varphi = \frac{1}{2}$ ，则当  $\omega$  取最小值时， $\varphi = \frac{\pi}{6}$ ， $\therefore$

$-\frac{\omega\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{3}$ ，取  $k = -1$ ，可得  $\omega = 4$ ， $\therefore$  函数  $f(x)$  的解析式为  $f(x) = \sin\left(4x + \frac{\pi}{6}\right)$ 。

故本题选 C。

6. 【答案】选 B。

【解析】设正项等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ ，且  $q > 0$ ，由  $a_7 = a_6 + 2a_5$ ，得  $a_6q = a_6 + \frac{2a_6}{q}$ ，化简得  $q^2 - q - 2 = 0$ ，解得  $q = 2$  或  $q = -1$ （舍去），因为  $a_m a_n = 16a_1^2$ ，所以

$(a_1q^{m-1})(a_1q^{n-1}) = 16a_1^2$ ，则  $q^{m+n-2} = 16$ ，解得  $m+n=6$ ，所以

$\frac{1}{m} + \frac{9}{n} = \frac{1}{6}(m+n)\left(\frac{1}{m} + \frac{9}{n}\right) = \frac{1}{6}\left(10 + \frac{n}{m} + \frac{9m}{n}\right) \geq \frac{1}{6}\left(10 + 2\sqrt{\frac{n}{m} \cdot \frac{9m}{n}}\right) = \frac{8}{3}$ ，当且仅当  $\frac{n}{m} = \frac{9m}{n}$  时取

等号，此时  $\begin{cases} \frac{n}{m} = \frac{9m}{n} \\ m+n=6 \end{cases}$ ，解得  $\begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = \frac{9}{2} \end{cases}$ ，因为  $m, n$  取整数，所以均值不等式等号条件取不到，

则  $\frac{1}{m} + \frac{9}{n} > \frac{8}{3}$ ，验证可得，当  $m=2, n=4$  时， $\frac{1}{m} + \frac{9}{n}$  取最小值为  $\frac{11}{4}$ 。

故本题选 B。

7. 【答案】选 A。

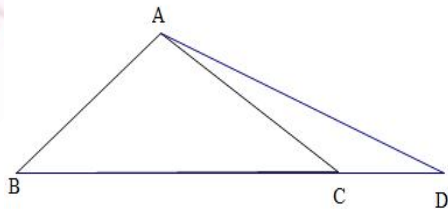
【解析】集合  $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{2, 3\}$ ，则  $A \cap B = \{2\}$ ，又全集  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ，则  $C_U(A \cap B) = \{1, 3, 4\}$ 。

故本题选 A。

8. 【答案】选 C。

【解析】 $\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BD} = \overline{AB} + \frac{4}{3}\overline{BC} = \overline{AB} + \frac{4}{3}(\overline{AC} - \overline{AB}) = -\frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{4}{3}\overline{AC}$ 。

故本题选 C。



9. 【答案】选 C。

【解析】因为  $b \sin A = a \cos\left(B + \frac{\pi}{6}\right)$ ，展开得  $b \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}a \cos B - \frac{1}{2}a \sin B$ ，由正弦定理

化简得  $\sin B \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin A \cos B - \frac{1}{2} \sin A \sin B$ ，整理得  $\sqrt{3} \sin B = \cos B$ ，即  $\tan B = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，而

三角形中  $0 < B < \pi$ ，所以  $B = \frac{\pi}{6}$ ，由余弦定理可得  $b^2 = a^2 + c^2 - 2accosB$ ，代入

$$b^2 = 3^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 3 \times 2\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6}，解得 b = \sqrt{3}。$$

故本题选 C。

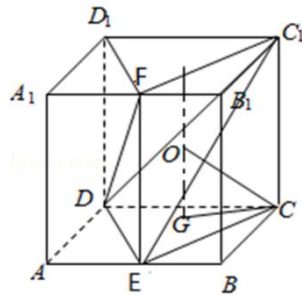
10. 【答案】选 A。

【解析】如图所示，四面体  $C_1 - DEF$  的外接球就是直三棱柱  $DEC - D_1FC_1$  的外接球，设棱柱  $DEC - D_1FC_1$  的底  $DEC$  的外接圆圆心为  $G$ ，三棱柱  $DEC - D_1FC_1$  的外接球球心为

$O$ ， $\triangle DEC$  的外接圆半径  $r$ 。  $r^2 = (2-r)^2 + \sqrt{2}^2$ ，解得  $r = \frac{3}{2}$ ，外接球的半径

$$R = \sqrt{OG^2 + GC^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}，\therefore \text{四面体 } C_1 - DEF \text{ 的外接球的表面积为 } 4\pi R^2 = 13\pi。$$

故本题选 A。



11. 【答案】选 B。

【解析】当  $x \rightarrow 1$  时，分子分母都趋于 0，因此本题应该考虑使用洛必达法则，

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^5 - 1)'}{(x^2 - 1)'} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^4}{2x} = \frac{5}{2}。$$

故本题选 B。

12. 【答案】选 A。

【解析】新课标的课程目标中明确规定：义务教育数学课程目标分为总目标与学段目标，其中总目标是从知识技能、数学思考、问题解决和情感态度四个方面具体阐述。

故本题选 A。

13. 【答案】选 A。

【解析】“ $R$  是复数集  $C$  的一个非空子集”是数环的属，而种差是“对任意的  $a, b \in R$ ，都有  $a + b, a - b, a \cdot b \in R$ ”。

故本题选 A。

14. 【答案】选 B。

【解析】类比推理是从特殊到特殊的推理，符合题干要求。

故本题选 B。

15. 【答案】选 B。

【解析】吴老师的方法中利用几何画板作图体现了数形结合的思想，同时也是将代数问题转化为几何问题来进行解决。

故本题选 B。

二、填空题（共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

16. 【答案】 $\frac{1}{e^3}$ 。

【解析】因为  $f\left(-\frac{25\pi}{4}\right) = \sin^2\left(-\frac{25\pi}{4}\right) - \tan\left(-\frac{25\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$ ，所以

$f\left(\frac{3}{2}\right) = e^{-2 \times \frac{3}{2}} = e^{-3} = \frac{1}{e^3}$ 。故答案为  $\frac{1}{e^3}$ 。

17. 【答案】 $-\sqrt{3}$ 。

【解析】 $\because \overline{BC} = 2\overline{BD}$ ， $\therefore D$  为  $BC$  的中点， $\therefore \overline{AD} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$ ，  
 $\therefore \overline{BA} \cdot \overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot \overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{AC} \cdot \overline{BA} = -2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \cos 120^\circ = -3$ ，

$|\overline{AD}| = \frac{1}{2}\sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 + 2\overline{AB} \cdot \overline{AC}} = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 4 + 2 \times 2 \times 2 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ ，则向量  $\overline{BA}$  在  $\overline{AD}$  上的投影为

$\frac{\overline{BA} \cdot \overline{AD}}{|\overline{AD}|} = \frac{-3}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$ 。故答案为  $-\sqrt{3}$ 。

18. 【答案】①②③⑤。

【解析】《义务教育数学课程标准（2011年版）》在课程内容部分指出：“综合与实践”内容设置的目的在于培养学生综合运用有关的知识与方法解决实际问题，培养学生的问题意识、应用意识和创新意识，积累学生的活动经验，提高学生解决现实问题的能力。故答案为①②③⑤。

19. 【答案】主动；富有个性。

【解析】《义务教育数学课程标准（2011年版）》指出，学生学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程。

20. 【答案】直观与抽象。

【解析】课程内容的组织要重视过程，处理好过程与结果的关系；要重视直观，处理好直观与抽象的关系；要重视直接经验，处理好直接经验与间接经验的关系。因此本题的答案是直观与抽象。

### 三、简答题（共 10 分）

#### 21. 【参考答案】

(1) 解题错误及原因分析：在计算异分母分数加法时，学生混淆了异分母分数加法的计算原理。应该是当分母一样的时候，分子相加，分母不变，而不是分子分母同时相加。

(2) 教学建议：教师的教学应该以学生的认识发展水平和已有的教学经验为基础，面向全体学生，注重启发式和因材施教。在异分母分数的加法中，重点是让学生经历将新知转化为旧知的过程。因此，教学中应注重转化思想的培养，将异分母分数的加法转化为已知的同分母的分数加法。另外，对于抽象思维水平不够的学生，可以利用直观图，讲解算理。利用直观图，可以看出两个图形都变成由若干个大小一样的小扇形组成的图形，就可以相加了，这样理解，直观明了。

### 四、解答题（第 22 题 6 分，第 23，24，25 题各 8 分，共 30 分）

#### 22. 【答案】8892（米）。

【解析】这个三人行程的问题由两个相遇、一个追击组成，题目中所给的条件只有三个人的速度，以及一个“3 分钟”的时间。第一个相遇：在 3 分钟的时间里，甲、丙的路程和为  $(40+36) \times 3 = 228$ （米）第一个追击：这 228 米是由于在开始到甲、乙相遇的时间里，乙、丙两人的速度差造成的，是逆向的追击过程，可求出甲、乙相遇的时间为  $228 \div (38-36) = 114$ （分钟），第二个相遇：在 114 分钟里，甲、乙二人一起走完了全程。所以花圃周长为  $(40+38) \times 114 = 8892$ （米）。

#### 23. 【答案】（1） $a_n = 2^n$ ；（2）当 $n = 5$ 时， $T_n$ 有最小值 $T_5 = -25$ 。

【解析】（1）当  $n = 1$  时， $S_1 = a_1 = 2a_1 - 2$ ，解得  $a_1 = 2$ ，当  $n \geq 2$  时， $a_n = S_n - S_{n-1} = 2a_n - 2 - (2a_{n-1} - 2) = 2a_n - 2a_{n-1}$ ，所以  $a_n = 2a_{n-1}$ ，所以  $\{a_n\}$  是以 2 为首项，2 为公比的等比数列，所以  $a_n = 2^n$ ；（2） $b_n = 2\log_2 a_n - 11 = 2\log_2 2^n - 11 = 2n - 11$ ，所以  $\{b_n\}$  为等差数列，所以  $T_n = \frac{n(b_1 + b_n)}{2} = \frac{n(-9 + 2n - 11)}{2} = n^2 - 10n$ ，所以当  $n = 5$  时， $T_n$  有最小值  $T_5 = -25$ 。

24. 【答案】 (1) 见解析; (2) 见解析。

【解析】 (1) 依题意, 可知  $x \in (0, +\infty)$ ,  $f'(x) = 2x - 2 + \frac{a}{x} = \frac{2x^2 - 2x + a}{x}$ , 对于函数  $y = 2x^2 - 2x + a$ ,  $\Delta = 4 - 8a$ , 当  $\Delta \leq 0$ , 即  $a \geq \frac{1}{2}$  时,  $2x^2 - 2x + a \geq 0$ , 此时函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增。当  $\Delta > 0$ , 即  $a < \frac{1}{2}$  时, 函数  $y = 2x^2 - 2x + a$  有两个零点  $x_1, x_2$ , 且  $x_1 + x_2 = 1$ ,  $x_1 x_2 = \frac{a}{2}$ , 其中  $x_1 = \frac{1 - \sqrt{1 - 2a}}{2}$ ,  $x_2 = \frac{1 + \sqrt{1 - 2a}}{2}$ , 若  $0 < a < \frac{1}{2}$ , 则  $x_1 > 0$ , 当  $x \in (0, x_1)$  时,  $f'(x) > 0$ ; 当  $x \in (x_1, x_2)$  时,  $f'(x) < 0$ ; 当  $x \in (x_2, +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$ , 若  $a \leq 0$ , 则  $x_1 \leq 0$ , 当  $x \in (0, x_2)$  时,  $f'(x) < 0$ ; 当  $x \in (x_2, +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$ 。综上所述, 当  $a \geq \frac{1}{2}$  时, 函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增; 当  $0 < a < \frac{1}{2}$  时, 函数  $f(x)$  在  $(0, \frac{1 - \sqrt{1 - 2a}}{2})$  上单调递增, 在  $(\frac{1 - \sqrt{1 - 2a}}{2}, \frac{1 + \sqrt{1 - 2a}}{2})$  上单调递减, 在  $(\frac{1 + \sqrt{1 - 2a}}{2}, +\infty)$  上单调递增; 当  $a \leq 0$  时, 函数  $f(x)$  在  $(0, \frac{1 + \sqrt{1 - 2a}}{2})$  上单调递减, 在  $(\frac{1 + \sqrt{1 - 2a}}{2}, +\infty)$  上单调递增; (2) 当  $a = 4$  时, 存在两个正数  $m, n$  使得  $\frac{f(m) + f(n)}{m^2 n^2} = 1$  成立, 则  $f(m) + f(n) - m^2 n^2 = 0$ , 所以  $m^2 - 2m + 4 \ln m + n^2 - 2n + 4 \ln n - m^2 n^2 = 0$ , 即  $(m + n)^2 - 2(m + n) = m^2 n^2 + 2mn - 4 \ln mn$ , 令  $t = mn$ ,  $\varphi(t) = t^2 + 2t - 4 \ln t (t > 0)$ , 则  $\varphi'(t) = 2t + 2 - \frac{4}{t} = \frac{2(t-1)(t+2)}{t} (t > 0)$ , 当  $t \in (0, 1)$  时,  $\varphi'(t) < 0$ , 所以函数  $\varphi(t) = t^2 + 2t - 4 \ln t (t > 0)$  在  $(0, 1)$  上单调递减; 当  $t \in (1, +\infty)$  时,  $\varphi'(t) > 0$ , 所以函数  $\varphi(t) = t^2 + 2t - 4 \ln t (t > 0)$  在  $(1, +\infty)$  上单调递增; 所以函数  $\varphi(t) = t^2 + 2t - 4 \ln t (t > 0)$  在  $t = 1$  取得最小值, 最小值为 3。所以  $(m + n)^2 - 2(m + n) \geq 3$ , 即  $(m + n)^2 - 2(m + n) - 3 \geq 0$ , 解得  $m + n \geq 3$  或  $m + n \leq -1$ , 因为  $m, n \in (0, +\infty)$ , 所以  $m + n \geq 3$ 。

25. 【答案】 (1) 见解析; (2)  $110^\circ$ ; (3) 18。

【解析】 (1) 连接  $AD$ ,  $\because AB$  是  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle ADB = 90^\circ, \therefore AD \perp BC$ ,  $\because CD = BD, \therefore AD$  垂直平分  $BC, \therefore AB = AC, \therefore \angle B = \angle C$ , 又  $\because \angle B = \angle E, \therefore \angle E = \angle C$ ;

(2)  $\because$  四边形  $AEDF$  是  $\odot O$  的内接四边形,  $\therefore \angle AFD = 180^\circ - \angle E$ , 又

$\angle CFD = \angle 180^\circ - \angle AFD, \therefore \angle CFD = \angle E = 55^\circ$  , 又  $\therefore \angle E = \angle C = 55^\circ$  ,

$\angle BDF = \angle C + \angle CFD = 110^\circ$  ;

(3) 连接  $OD$ ,  $\therefore \angle CFD = \angle E = \angle C, \therefore FD = CD = BD = 4$ , 在  $\text{Rt}\triangle ABD$ ,  $\cos B = \frac{2}{3}$ ,  
 $BD = 4, \therefore AB = 6$  ,  $\therefore E$  是弧  $AB$  的中点, 是  $\odot O$  的直径  $\therefore \angle AOE = 90^\circ$  ,  
 $\therefore AO = OE = 3, \therefore AE = 3\sqrt{2}$ , 又  $\therefore E$  是弧  $AB$  的中点,  $\therefore \angle ADE = \angle EAB, \therefore \triangle AEG \sim \triangle DEA$ ,  
 $\therefore \frac{AE}{EG} = \frac{DE}{AE}, \therefore EG \cdot ED = AE^2 = 18$ 。

五、综合应用（本大题共 3 小题，第（1）题 4 分，第（2）题 4 分，第（3）题 12 分，共 20 分）

26. 【参考答案】

(1) 本节课的教学目标是：①知识与技能目标：认识方程，初步理解方程的意义，会判断一个式子是否是方程；②过程与方法目标：通过分组讨论的过程，提高学生发现问题和解决问题的能力；③情感态度与价值观目标：培养学生用数学模型解释实际问题的兴趣，感知数学这门学科基本的思维方式及解题技巧。

(2) 结合教材的地位及学生的认知水平确定本节课的教学重点是：理解方程的含义，会用方程表示简单情境中的等量关系；教学难点是正确分析题目中的等量关系。

在新课改理念的指导下，遵循“教师主导，学生主体”的思路，首先是采用情境教学的方法，通过对现实问题的描述，启发学生去思考和发现实际问题中的数量关系，并尝试使用等式去表示数量关系。学生对方程有一个较为初步的认识；其次是分组讨论的方式，分组讨论方程表示的意义，能够用科学准确的语言表述方程的含义；最后以讲练结合法完善概念知识，熟练掌握方程的意义，并能够用方程去解决实际问题。

(3) 教学简案：

①情境导入

上课伊始，通过提问的形式让学生们回忆他们玩过的跷跷板的游戏，并思考跷跷板为什么会保持平衡。进而，提问学生，如果老师也想玩跷跷板，那以老师的体重，应该和几个同学一起玩。通过创设这样的情境，学生的兴趣充分调动起来，但是可能还无法完全把这个生活情境和本节课所学的内容联系起来，带着问题来学习本节课的内容。

②知识新授



环节一：演示天平左右两端相等。在天平的左边托盘里放置两个 50g 的砝码，天平右边放置一个 100g 的砝码，天平此时保持平衡状态。则可写出等式： $50 + 50 = 100\text{g}$ ；接下来将天平左边的两个 50g 砝码去掉，放置一个空烧杯，天平右边仍旧是一个 100g 的砝码，此时天平依旧保持平衡，则：烧杯重量 = 100g；给烧杯中加入若干重量的水，观察此时天平的变化情况，天平左边下沉，右边上升；假设加入水的重量为  $x\text{g}$ ，那么可以列出式子： $100 + x > 100\text{g}$ 。

环节二：学生分小组讨论如何放置砝码能让天平继续保持平衡状态。结果 1：右边再加一块 100g 的砝码，此时仍旧是左边重，那么  $100 + x > 200\text{g}$ ；结果 2：给天平右边再加两块 100g 的砝码，此时发现天平右边下沉，左边上升，则可以得出： $100 + x < 300\text{g}$ ；结果 3：给天平右边再放入一块 100g 的砝码和一块 50g 的砝码，此时发现天平保持平衡状态，则可以得出式子： $100 + x = 250\text{g}$ 。

环节三：提出新的问题：“某学生去超市买 3 本笔记本一共花了 2.4 元，那么如果用  $x$  表示每本笔记本的价格，可以列出怎样的式子？”学生自主探索。得出两种不同的结果：①  $x + x + x = 2.4$  元；②  $3x = 2.4$  元。

环节四：学生讨论并回答列出来的两个式子（ $100 + x = 250\text{g}$  和  $3x = 2.4$ ）有什么共同点：一是都含有未知数  $x$ ；二是都是等式。老师进行总结：“像这样，含有未知数的等式就是方程”。

### ③巩固练习

在学习完所有新知识以后，给学生设计几道练习题，包括计算简单方程的解，在课堂上请几位同学上黑板进行计算，做完题之后根据学生出现的问题进行点拨与分析。

### ④课堂小结

引导学生回顾本节课所学的主要知识，请学生总结归纳，并谈谈自己的收获和感悟。在学生总结的基础上进行适当的补充。

### ⑤布置作业

必做题是课后“做一做”的第 2 题；选做题是自己联系生活实际，编写一道关于方程的应用题。

## 方程的意义

$$100+X=250$$

①等式

②未知数

定义：含有未知数的等式就是方程。

$$50 + 50 = 100$$

$$100+X$$

$$100+X > 200$$

$$100+X < 300$$



华图教师  
HTEACHER.NET

教师招聘考试小学数学学科模拟题

总分：100分 考试时间：120分钟

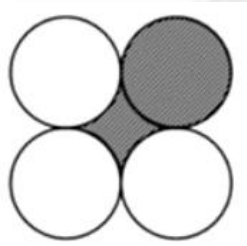
一、选择题（本大题共12小题，每题2分，共24分）

1.两个容量相同的瓶子装满了酒精溶液，一个瓶子中酒精与水的体积之比是3:1，另一个瓶子中酒精与水的体积之比是4:1，如果把两瓶酒精溶液混合，那么混合溶液中酒精与水的体积之比是（ ）

- A.31:9      B.12:1      C.7:2      D.4:1

2.图中四个圆的半径都是1厘米，则阴影部分的面积是（ ）

- A.  $3cm^2$       B.  $4cm^2$       C.  $\frac{3}{2}\pi cm^2$       D.  $5cm^2$



3.已知甲瓶盐水的浓度为8%，乙瓶盐水的浓度为5%，混合后浓度为6.2%，那么 $\frac{1}{4}$ 的甲瓶盐水与 $\frac{1}{6}$ 的乙瓶盐水混合后的浓度为（ ）

- A.7.5%      B.5.5%      C.6.0%      D.6.5%

4.计算  $(1.25 \times 7 \div 0.25 + 3) \div 2 + 0.36 \times 3 =$ （ ）

- A.19.48      B.20.08      C.20.12      D.21.02

5.去年冬天羽绒服的价钱在前年的价格上提高了40%，今年春季时按现价打六折出售，今年春季羽绒服的售价是前年的（ ）

- A.60%      B.40%      C.84%      D.100%

6.如图，在高速公路上从3千米处开始每隔4千米设计一个限速标志，而且从10千米处开始每隔9千米设置一个测速照相标志。刚好在19千米处同时设置这两个标志，那么，下一个同时设置这两种标志的地点的千米数是（ ）



A.32                      B.37                      C.55                      D.90

7.小军旅行箱的密码是一个六位数，由于他忘记了密码的末位数字，则小军能一次打开该旅行箱的概率是（ ）

A.  $\frac{1}{10}$                       B.  $\frac{1}{9}$                       C.  $\frac{1}{6}$                       D.  $\frac{1}{5}$

8.若直线  $ax + 2y + 4 = 0$  与直线  $x - 2y + 6 = 0$  垂直，则  $a$  的值为（ ）

A.1                      B.2                      C.3                      D.4

9.已知在等比数列  $\{a_n\}$  中， $a_n > 0$ ， $a_2^2 + a_4^2 = 900 - 2a_1a_5$ ， $a_5 = 9a_3$ ，则  $a_{2019}$  的个位数字是（ ）

A.6                      B.7                      C.8                      D.9

10.已知函数  $f(x) = \begin{cases} |\ln x|, & 0 < x \leq 2 \\ f(4-x), & 2 < x < 4 \end{cases}$ ，若方程  $f(x) = m$  有四个不等实根  $x_1, x_2, x_3,$

$x_4$  ( $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ ) 时，不等式  $kx_3x_4 + x_1^2 + x_2^2 \geq k + 11$  恒成立，则实数  $k$  的最小值为（ ）

A.  $\frac{9}{8}$                       B.  $\frac{25}{16}$                       C.  $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\sqrt{3} - \frac{1}{2}$

11.人们在学习数字和运用数学解决问题时，不断的经历直观感知，观察发现，归纳类比. 空间想象，抽象概括，符号表示，运算求解，数据处理，演绎证明等，这些过程是（ ）的具体表现，有助于学生对客观事物中蕴含的数学模式进行思考和作出判断。

A.解决问题能力                      B.数学建模能力  
C.想象思维能力                      D.逻辑思维和判断能力

12.已知随机变量  $\xi$  服从正态分布  $N(2, \sigma^2)$ ，且  $P(\xi < 4) = 0.8$ ，则  $P(0 < \xi < 2)$  等于（ ）

A.0.6                      B.0.4                      C.0.3                      D.0.2

## 二、填空题（本大题共 12 小题，每题 2 分，共 24 分）

13.在除法算式中，被除数为 2016，余数为 7，则满足算式的除数一共有\_\_\_\_\_个。

14.用数字 0 至 9 各一次，组成 5 个两位数，如果这 5 个两位数恰好分别是 2、3、4、5、6 的倍数，那么它们的和的最小值是\_\_\_\_\_。

15.把一根木棍锯成 5 段需要 8 分钟，假设每次锯断所用的时间是相同的，那么将这根木棍锯成 25 段需要\_\_\_\_\_分钟。

16. 设定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数  $f(x)$  满足： $f(x) = f(4-x)$ ，且当  $x \in [0, 2]$  时，

$f(x) = x - e^x + 1$ , 若  $a = f(2018)$ ,  $b = f(2019)$ ,  $c = f(2020)$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为\_\_\_\_\_。

17. 某中学高中一、二、三年级的学生人数比例为 5:4:3, 现要用分层抽样的方法抽取一个容量为 120 的样本, 则所抽二年级的人数为\_\_\_\_\_。

18.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{\sin x}{x}) =$  \_\_\_\_\_。

19. 设  $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1+x, & x > 1 \end{cases}$ , 则  $x=1$  是  $f(x)$  的\_\_\_\_\_点。

20. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  处连续, 则  $k =$  \_\_\_\_\_。

21. 已知  $m, n$  为两条不同的直线,  $\alpha, \beta$  为两个不同的平面, 则下列命题中正确的是\_\_\_\_\_。

①若  $m \perp \alpha, m \perp n$ , 则  $n // \alpha$ ; ②若  $m \perp \alpha, n // \beta$ , 且  $\alpha // \beta$ , 则  $m \perp n$ ; ③若  $m \subset \alpha, n \subset \alpha$ , 且  $m // \beta, n // \beta$ , 则  $\alpha // \beta$ ; ④若直线  $m, n$  与平面  $\alpha$  所成角相等, 则  $m // n$ 。

22. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6, & x \geq 0 \\ 4x + 4, & x < 0 \end{cases}$ , 若函数  $g(x) = x + a - f(x)$  有三个零点, 则这三个零点之和的取值范围是\_\_\_\_\_。

23. 义务教育阶段数学课程总目标从四方面阐述, 这四方面为\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_。

24. 几何直观就是依托、利用图形进行数学的思考、想象。它在本质上是一种通过图形所开展的\_\_\_\_\_。

### 三、简答题 (本大题共 4 小题, 每题 5 分, 共 20 分)

25. 一本书的页码一共用了 810 个数字, 这本书一共有多少页?

26. 已知函数  $f(x) = \frac{e^x}{x} + a(\ln x - x)$ 。若  $y = f(x)$  在  $x=2$  处的切线与直线  $4x + e^2y = 0$  垂直, 求实数  $a$  的值。

27. 已知数列  $\{a_n\}$  是等差数列, 且  $a_2 = -1$ , 数列  $\{b_n\}$  满足  $b_n - b_{n-1} = a_n (n=2,3,4,\dots)$ , 且  $b_1 = b_3 = 1$ 。求数列  $\{b_n\}$  的通项公式。

28. 计算:  $\int_0^1 (e^x + x^2 + 1) dx$ 。

四、论述题（本大题共 9 分）

29. 数学教学应遵循“严谨性与量力性相结合的原则”，结合案例来谈谈你的认识。

五、案例设计和案例分析（本大题共 23 分）

30. 下列材料呈现的《义务教育教科书（人教版）数学五年级上册》中“方程的意义”的教学内容，请阅读并回答问题。

- (1) 本内容的教学目标（4 分）
- (2) 教学的重点难点，并指出教材是以何种方式去帮助学生理解难点（4 分）
- (4) 设计本内容的教学过程简案（12 分）

### 2. 解简易方程

#### 方程的意义





你能自己写出一些方程吗？

$x+5=18$	$x+x+x+x=35$	$8-x=3$
$5x=30$	$x+4=6$	$3x+6=12$
$6(x-2)=24$	$(x+4)+2=3$	$x+y=5$

**做一做**

- 下面哪些式子是方程？  
 $35+65=100$       $x-14>72$       $y+24$   
 $5x+32=47$       $28<16+14$       $6(y+2)=42$
- 用方程表示下面的数量关系。  
     

**你知道吗？**  
 早在三千六百多年前，埃及人就会用方程解决数学问题了。在我国古代，大约两千年前成书的《九章算术》中，就记载了用一组方程解决实际问题的史料。一直到三百多年前，法国的数学家笛卡尔第一个提倡用x、y、z等字母代表未知数，才形成了现在的方程。

答案及解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每题 2 分，共 24 分）

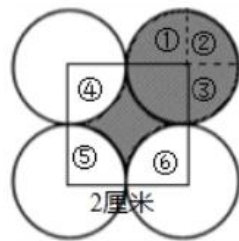
1. 【答案】选 A。

【解析】将一个酒瓶容积看成一个单位，则在一个瓶子中，酒精占  $\frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$ ，水占  $\frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$ ；而另一个瓶子中，同样酒精占  $\frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$ ，水占  $\frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$ ，那么在混合溶液中，酒精和水的体积之比为： $(\frac{3}{4} + \frac{4}{5}) : (\frac{1}{4} + \frac{1}{5}) = \frac{31}{20} : \frac{9}{20} = 31:9$ ，那么混合溶液中酒精和水的体积之比为 31:9。

故本题选 A。

2. 【答案】选 B。

【解析】把图形①移动到④，图形②移动到⑤，图形③移动到⑥，把阴影部分的面积转化成边长为 1+1=2 厘米的正方形的面积，正方形面积为  $2 \times 2 = 4$  平方厘米，则阴影部分的面积为 4 平方厘米。



3. 【答案】选 D。

【解析】设甲瓶盐水质量为  $a$ ，乙瓶盐水的质量是  $b$ ， $(8\%a + 5\%b) \div (a + b) = 6.2\%$ ，解得： $a = \frac{2}{3}b$ ，

$$\begin{aligned} & (\frac{1}{4}a \times 8\% + \frac{1}{6}b \times 5\%) \div (\frac{1}{4}a + \frac{1}{6}b) = (\frac{1}{50}a + \frac{1}{120}b) \div (\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}b + \frac{1}{6}b) \\ & = (\frac{1}{50} \times \frac{2}{3}b + \frac{1}{120}b) \div (\frac{1}{3}b) = \frac{13}{600}b \times \frac{3}{b} = 6.5\% \end{aligned}$$

故本题选 D。

4. 【答案】选 B。

【解析】

$$\begin{aligned} & (1.25 \times 7 \div 0.25 + 3) \div 2 + 0.36 \times 3 = (1.25 \div 0.25 \times 7 + 3) \div 2 + 1.08 \\ & = (5 \times 7 + 3) \div 2 + 1.08 = (35 + 3) \div 2 + 1.08 = 38 \div 2 + 1.08 = 19 + 1.08 = 20.08 \end{aligned}$$

故本题选 B。

5. 【答案】选 C。

【解析】 $(1+40\%) \times 60\% = 84\%$ ，则今年羽绒服的售价是前年的 84%。

故本题选 C。

6. 【答案】选 C。

【解析】同时经过两种设施的里程数减 3 后，应该是 4 的倍数，减 10 以后是 9 的倍数。在 19 千米处第一次同时经过这两种设施，所以从这里开始以后再次经过这两种设施时，行驶的路一定是 4 和 9 的最小公倍数，所以第二次同时经过这两种设施时的里程数为  $19 + 4 \times 9 = 55$  千米。

故本题选 C。

7. 【答案】选 A。

【解析】由题意可知，密码箱最后一位有可能的数字为 0~9 共 10 个数字，因此能打开密码箱的概率为  $\frac{1}{10}$ 。

故本题选 A。

8. 【答案】选 A。

【解析】两直线垂直，则  $k_1 \cdot k_2 = -1$ ， $\therefore a = 1$ 。故本题选 A。

9. 【答案】选 D。

【解析】设等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ ，首项为  $a_1$ ，由  $a_2^2 + a_4^2 = 900 - 2a_1a_5$ ，得  $a_2^2 + a_4^2 + 2a_2a_4 = 900$ ，解得  $a_2 + a_4 = 30$ ，即  $qa_1 + q^3a_1 = 30$ ，由  $a_5 = 9a_3$  得  $q = 3$ ， $\therefore a_1 = 1$ ， $\therefore a_n = a_1q^{n-1} = 3^{n-1}$ ， $\therefore a_1 = 3^0 = 1$ ， $a_2 = 3^1 = 3$ ， $a_3 = 3^2 = 9$ ， $a_4 = 3^3 = 27$ ， $a_5 = 3^4 = 81$ ， $a_6 = 3^5 = 243$ ， $\dots$ ，由此可得  $a_n$  的个位数是以 4 为周期重复出现的。 $\therefore a_{2019}$  的个位数字是  $a_3$  的个位数字，即  $a_{2019}$  的个位数字是 9。

故本题选 D。

10. 【答案】选 C。

【解析】函数  $f(x) = \begin{cases} |\ln x|, & 0 < x \leq 2 \\ f(4-x), & 2 < x < 4 \end{cases}$  的图象如下图所示：当方程  $f(x) = m$  有四个

不等实根  $x_1$ ， $x_2$ ， $x_3$ ， $x_4$  ( $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ ) 时， $|\ln x_1| = |\ln x_2|$ ，即  $x_1 \cdot x_2 = 1$ ，



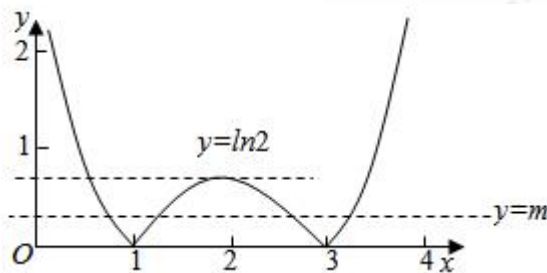
$x_1 + x_2 > 2\sqrt{x_1 x_2} = 2$ ,  $|\ln(4 - x_3)| = |\ln(4 - x_4)|$ , 即  $(4 - x_3) \cdot (4 - x_4) = 1$ , 且  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$ ,

若不等式  $kx_3 x_4 + x_1^2 + x_2^2 \geq k + 11$  恒成立, 则  $k \geq \frac{11 - (x_1^2 + x_2^2)}{x_3 \cdot x_4 - 1}$  恒成立, 由

$$\frac{11 - (x_1^2 + x_2^2)}{x_3 \cdot x_4 - 1} = \frac{11 - (x_1 + x_2)^2 + 2x_1 x_2}{4(x_3 + x_4) - 16} = \frac{13 - (x_1 + x_2)^2}{16 - 4(x_1 + x_2)}$$

$$= \frac{1}{4} \left[ (x_1 + x_2) - 4 + \frac{3}{(x_1 + x_2) - 4} + 8 \right] \leq 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 故 } k \geq 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 故实数 } k \text{ 的最小值为 } 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

故本题选 C。



11. 【答案】选 D。

【解析】数学新课程标准中, 人们在学习数字和运用数学解决问题时, 不断的经历直观感知, 观察发现, 归纳类比。空间想象, 抽象概括, 符号表示, 运算求解, 数据处理, 演绎证明等, 这些过程是数学思维能力的具体表现, 有助于学生对客观事物中蕴含的数学模式进行思考和作出判断。

故本题选 D。

12. 【答案】选 C。

【解析】由题知, 曲线关于直线  $x = 2$  对称, 又  $P(\xi < 4) = 0.8$ , 可得  $P(\xi > 4) = 0.2$ ,

$$\therefore P(0 < \xi < 2) = \frac{1}{2} P(0 < \xi < 4) = \frac{1}{2} [1 - P(\xi < 0) - P(\xi > 4)] = \frac{1}{2} (1 - 0.2 - 0.2) = 0.3.$$

故本题选 C。

## 二、填空题 (本大题共 12 小题, 每题 2 分, 共 24 分)

13. 【答案】4 个。

【解析】除数  $\times$  商  $= 2016 - 7 = 2009$ , 然后把 2009 分解因数, 再根据余数小于除数, 即可确定满足算式的除数一共有多少个。  $2016 - 7 = 2009$ ,  $2009 = 287 \times 7 = 49 \times 41 = 1 \times 2009$ , 所以满足算式的除数一共有 2009、287、49、41, 共 4 个。

14. 【答案】198。

【解析】0不能放在首位，则0只能放在个位上；为了使得和最小，尽可能让9和8在个位，9在个位，则以9结尾的奇数只能是3的倍数，不可能是5的倍数，所以这个两位数是39；若7在个位，则它不是2, 3, 46的倍数，但也不是5的倍数，矛盾，所以7一定在十位上。最后确定出46, 39, 20, 15, 78这五个两位数，和最小就是 $46+39+20+15+78=198$ 。故答案为198。

15. 【答案】48分钟。

【解析】一根木棍要锯成5段，需要锯 $5-1=4$ 次，每锯断一次需要 $8\div 4=2$ 分钟，那么，锯成25段一共需要锯断 $25-1=24$ 次，则一共用时为： $2\times(25-1)=48$ 分钟。

16. 【答案】 $a < b < c$ 。

【解析】 $\because f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的偶函数， $\therefore f(-x)=f(x)$ ， $\therefore f(-x)=f(x)=f(4-x)$ ， $\therefore$ 函数 $f(x)$ 是周期为4的函数， $\therefore a=f(2018)=f(2)$ ， $b=f(2019)=f(3)=f(4-3)=f(1)$ ， $c=f(2020)=f(0)$ 。又当 $x\in[0,2]$ 时， $f(x)=x-e^x+1$ ， $\therefore f'(x)=1-e^x < 0$ ， $\therefore$ 当 $x\in[0,2]$ 时， $f(x)$ 单调递减， $\therefore f(2) < f(1) < f(0)$ ，即 $a < b < c$ 。

17. 【答案】40。

【解析】由题可知，所抽二年级的人数为 $120\times\frac{4}{5+4+3}=40$ 。

18. 【答案】 $\frac{3}{2}$ 。

【解析】 $\lim_{x\rightarrow 0}(1+\frac{\sin x}{2x})=1+\frac{1}{2}\lim_{x\rightarrow 0}(\frac{\sin x}{x})=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ 。

19. 【答案】连续。

【解析】判断函数在某一点 $x_0$ 连续性的方法： $f(x_0^+)=f(x_0^-)=f(x_0)$ ， $f(1^+)=\lim_{x\rightarrow 1^+}(1+x)=2$ ， $f(1^-)=\lim_{x\rightarrow 1^-}2\sqrt{x}=2$ ，由已知 $f(1^+)=f(1^-)=f(1)=2$ 可知， $x=1$ 是 $f(x)$ 的连续点。

20. 【答案】 $k=2$ 。

【解析】 $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{\sin x}{x}=2=f(0)=k$ ，则 $k=2$ 。

21. 【答案】②。

【解析】选项①中可能 $n\subset\alpha$ ，①错误；选项③中没有说 $m$ ， $n$ 是相交直线，③错误；选项④中若 $m$ ， $n$ 相交，且都与平面 $\alpha$ 平行，则直线 $m$ ， $n$ 与平面 $\alpha$ 所成角相等，但 $m$ ， $n$

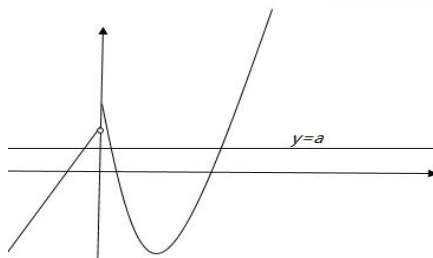
不平行，④错误。

22. 【答案】  $\left(\frac{11}{3}, 6\right)$ 。

【解析】 函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6, & x \geq 0 \\ 4x + 4, & x < 0 \end{cases}$  若函数  $g(x) = x + a - f(x)$  有三个零点，即方程

$a = f(x) - x$  有三个根， $f(x) - x = \begin{cases} x^2 - 6x + 6, & x \geq 0 \\ 3x + 4, & x < 0 \end{cases}$ ，即图象  $y = a$  和  $y = f(x) - x$  有三个交

点，在同一坐标系中画出函数的图象：



三个交点分别为  $x_1, x_2, x_3$  满足  $x_1 < x_2 < x_3$  根据方程  $3x + 4 = a$  的零点的范围，当  $x^2 - 6x + 6$  取得最小值  $-3$  时，解得  $x_1 = -\frac{7}{3}$ ，即  $x_1 \in \left(-\frac{7}{3}, 0\right)$ ，根据二次函数的对称性得到  $x_2 + x_3 = 6$ ， $x_1 + x_2 + x_3 \in \left(\frac{11}{3}, 6\right)$ ，故答案为  $\left(\frac{11}{3}, 6\right)$ 。

23. 【答案】 知识技能、数学思考、问题解决、情感态度。

【解析】 新课标中，义务教育阶段数学课程总目标从知识技能、数学思考、问题解决、情感态度四方面阐述。

24. 【答案】 想象能力。

【解析】 几何直观中，“几何”是指图形；“直观”仅是指直接看到的东西，更重要的是依托现在看到的东西和以前看到的东西进行思考、想象。所以几何直观就是依托、利用图形进行数学的思考、想象。它在本质上是一种通过图形所开展的是想象能力。

### 三、简答题（本大题共 4 小题，每题 5 分，共 20 分）

25. 【答案】 306。

【解析】 1~9 页有 9 个数字，10~99 页有  $90 \times 2 = 180$  个数字，剩余有  $810 - 9 - 180 = 621$  个数字，从 100 页起，每页用 3 个数字，用 621 个数字的页数为  $621 \div 3 = 207$  页，因此，本书一共的页数为  $9 + 180 + 207 = 306$  页。

26. 【答案】  $a = 0$ 。

【解析】(1) 由  $f'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2} + a\left(\frac{1}{x} - 1\right) = \frac{(x-1)(e^x - ax)}{x^2}$ , 因为  $y = f(x)$  在  $x = 2$  处的切线与直线  $4x + e^2y = 0$  垂直,  $\therefore f'(2) = \frac{e^2}{4} = \frac{e^2 - 2a}{4}$ ,  $\therefore a = 0$ 。

27. 【答案】  $b_n = n^2 - 4n + 4$ 。

【解析】由数列  $\{b_n\}$  满足  $b_n - b_{n-1} = a_n$ , ( $n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*$ ),  $\therefore b_2 - b_1 = a_2 = -1, b_1 = b_3 = 1$ ,  $\therefore b_2 = 0, a_3 = b_3 - b_2 = 1$ ,  $\therefore$  数列  $\{a_n\}$  是等差数列,  $\therefore d = a_3 - a_2 = 1 - (-1) = 2$ ,  $\therefore a_1 = a_2 - d = -1 - 2 = -3$ ,  $a_1$  的值为  $-3$ 。数列  $\{a_n\}$  是以  $-3$  为首项, 以  $2$  为公差的等差数列,  $a_n = -3 + 2(n-1) = 2n - 5$ ,  $\therefore$  当  $n \geq 2$  时,  $b_n - b_{n-1} = 2n - 5, b_{n-1} - b_{n-2} = 2(n-1) - 5, \dots, b_2 - b_1 = -1$ , 将上述等式相加整理得  $b_n - b_1 = \frac{-1 + (2n-5)}{2} \cdot (n-1) = n^2 - 4n + 3$ ,  $\therefore b_n = n^2 - 4n + 4$ , ( $n \geq 2$ ), 当  $n = 1$  时,  $b_1 = 1$  也满足,  $\therefore b_n = n^2 - 4n + 4$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ )。

28. 【答案】  $e + \frac{1}{3}$ 。

【解析】

$$\int_0^1 (e^x + x^2 + 1) dx = \int_0^1 e^x dx + \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 1 dx = e^x \Big|_0^1 + \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^1 + x \Big|_0^1 = e^1 - 1 + \frac{1}{3} \cdot 0 + 1 - 0 = e + \frac{1}{3}。$$

#### 四、论述题 (本大题共 9 分)

29. 【参考答案】

(1) 中学数学理论和逻辑的严谨性: ①数学学科理论的严谨性: 每个数学分支所包含的概念都分为原始概念和被定义概念, 原始概念是本学科中作为定义其他概念的出发点, 其本质属性无法用科学的定义方式表述, 只能用公理的方式揭示, 被定义概念必须确切, 符合逻辑要求。真命题分为公理和定理, 公理是证明其他真命题的正确性的原始依据, 它们本身的正确性不加逻辑证明而被承认, 但作为一个体系, 必须满足相容性, 独立性和完备性, 定理必须经过严格的证明。每个数学分支的概念和真命题按一定的顺序构成一个体系。概念和命题的陈述以及命题的论证日益符号化、形式化; ②严谨性有助于学生的思维能力发展, 数学教学活动的核心是学生的数学思维; ③严谨性的要求必须恰当准确, 数学科学的严谨性是相对的, 逐步提高的。

(2) 中学生的量力性: 数学教学内容、教学模式、教学方法必须反映学生的接受能力和理解水平。对数学严谨性的要求, 根据中学生的年龄特征和认知发展水平, 只能逐步适应;

对数学严谨性的认识具有相对性；智力发展的可塑性很大，应该积极诱导和促进学生的思维发展，充分发挥学生的潜能。

(3) 严谨性与量力性相结合：既要体现数学科学的特征，又要符合学生的实际。对数学教学的各个阶段，要提出恰当而又明确的目的任务，同时，要循序渐进地培养学生的逻辑思维能力。教学要求应当明确恰当，教学内容应是科学的，思维要符合逻辑要求；要遵循一般的逻辑要求（概念清楚、准确，推理有据，思考缜密，思路清晰），教学中要逻辑严谨，思路清晰，语言准确；严谨性的程度，应是学生能够接受的教学安排，要有一定的梯度。

中学数学教学的严谨性是相对的，量力性是发展的，要选择最便于学生接受的方式处理教学内容，教学安排上要有适当的梯度，注意由浅入深，由易到难，由已知到未知，由具体到抽象，由特殊到一般，以利于有计划、有步骤地发展学生的逻辑思维能力，教学要从学生的实际出发，严谨性的要求既要落在实处，又要留有余地。同时，要研究学生的心理发展水平，数学知识基础，思维习惯，非智力因素和个性心理特征，恰当地运用分层教学和个别教学激发学生内在的动机，促进学生的全面发展。

### 五、案例设计和案例分析（本大题共 23 分）

#### 30. 【参考答案】

(1) 本节课的教学目标是：①知识与技能目标：认识方程，初步理解方程的意义，会判断一个式子是否是方程；②过程与方法目标：通过分组讨论的过程，提高学生发现问题和解决问题的能力；③情感态度与价值观目标：培养学生用数学模型解释实际问题的兴趣，感知数学这门学科基本的思维方式及解题技巧。

(2) 结合教材的地位及学生的认知水平确定本节课的教学重点是：理解方程的含义，会用方程表示简单情境中的等量关系；教学难点是正确分析题目中的等量关系。

在新课改理念的指导下，遵循“教师主导，学生主体”的思路，首先是采用情境教学的方法，通过对现实问题的描述，启发学生去思考和发现实际问题中的数量关系，并尝试使用等式去表示数量关系。学生对方程有一个较为初步的认识；其次是分组讨论的方式，分组讨论方程表示的意义，能够用科学准确的语言表述方程的含义；最后以讲练结合法完善概念知识，熟练掌握方程的意义，并能够用方程去解决实际问题。

(3) 教学简案：

#### ①情境导入

上课伊始，通过提问的形式让学生们回忆他们玩过的跷跷板的游戏，并思考跷跷板为什

么会保持平衡。进而，提问学生，如果老师也想玩跷跷板，那以老师的体重，应该和几个同学一起玩。通过创设这样的情境，学生的兴趣充分调动起来，但是可能还无法完全把这个生活情境和本节课所学的内容联系起来，带着问题来学习本节课的内容。

## ②知识新授

环节一：演示天平左右两端相等。在天平的左边托盘里放置两个 50g 的砝码，天平右边放置一个 100g 的砝码，天平此时保持平衡状态。则可写出等式： $50 + 50 = 100\text{g}$ ；接下来将天平左边的两个 50g 砝码去掉，放置一个空烧杯，天平右边仍旧是一个 100g 的砝码，此时天平依旧保持平衡，则：烧杯重量 = 100g；给烧杯中加入若干重量的水，观察此时天平的变化情况，天平左边下沉，右边上升；假设加入水的重量为  $x\text{g}$ ，那么可以列出式子： $100 + x > 100\text{g}$ 。

环节二：学生分小组讨论如何放置砝码能让天平继续保持平衡状态。结果 1：右边再加一块 100g 的砝码，此时仍旧是左边重，那么  $100 + x > 200\text{g}$ ；结果 2：给天平右边再加两块 100g 的砝码，此时发现天平右边下沉，左边上升，则可以得出： $100 + x < 300\text{g}$ ；结果 3：给天平右边再放入一块 100g 的砝码和一块 50g 的砝码，此时发现天平保持平衡状态，则可以得出式子： $100 + x = 250\text{g}$ 。

环节三：提出新的问题：“某学生去超市买 3 本笔记本一共花了 2.4 元，那么如果用  $x$  表示每本笔记本的价格，可以列出怎样的式子？”学生自主探索。得出两种不同的结果：①  $x + x + x = 2.4$  元；②  $3x = 2.4$  元。

环节四：学生讨论并回答列出来的两个式子（ $100 + x = 250\text{g}$  和  $3x = 2.4$ ）有什么共同点：一是都含有未知数  $x$ ；二是都是等式。老师进行总结：“像这样，含有未知数的等式就是方程”。

## ③巩固练习

在学习完所有新知识以后，给学生设计几道练习题，包括计算简单方程的解，在课堂上请几位同学上黑板进行计算，做完题之后根据学生出现的问题进行点拨与分析。

## ④课堂小结

引导学生回顾本节课所学的主要知识，请学生总结归纳，并谈谈自己的收获和感悟。在学生总结的基础上进行适当的补充。

## ⑤布置作业

必做题是课后“做一做”的第 2 题；选做题是自己联系生活实际，编写一道关于方程的

应用题。



华图教师  
HTEACHER.NET