

教师招聘考试小学数学学科模拟题

总分：100分 考试时间：120分钟

一、单项选择题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）


1. 如果分式 $\frac{x}{x-1}$ 有意义，则 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \neq 0$ B. $x \neq 1$ C. $x > 1$ D. $x = 0$

2. 某种细菌的半径约为 0.0000335 厘米，将 0.0000335 这个数用科学记数法表示为（ ）

- A. 33.5×10^{-6} B. 3.35×10^{-6} C. 3.35×10^{-5} D. 0.335×10^{-4}

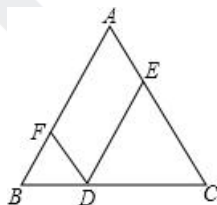
3. 脸谱是中国戏曲演员脸上的绘画，用于舞台演出时的化妆造型，助增所扮演人物的性格

和特征. 在下列八张脸谱图片中，随机抽取一张为  的概率是（ ）



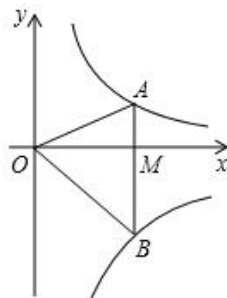
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{8}$

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， D 是 BC 上的点， $DE \parallel AB$ 交 AC 于点 E ， $DF \parallel AC$ 交 AB 于点 F ，那么四边形 $AFDE$ 的周长是（ ）



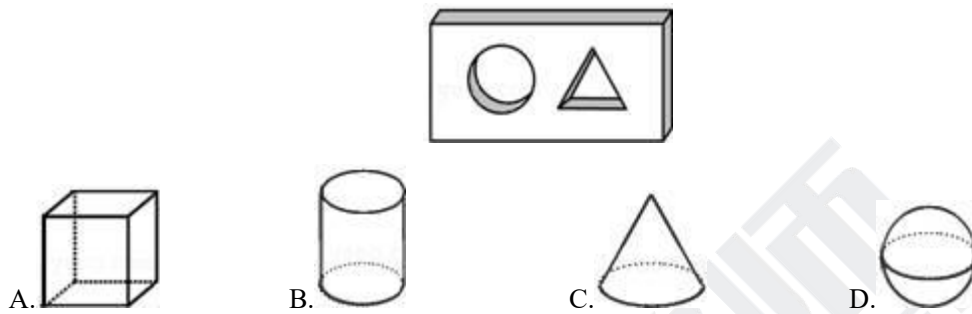
- A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

5. 如图点 A 在反比例函数 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 的图象上，点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上， $AB \perp x$ 轴于点 M 。且 $MB = 2AM$ ，则 k 的值为（ ）



- A. -3 B. -6 C. 2 D. 6

6.在娱乐节目“墙来了!”中,参赛选手背靠水池,迎面冲来一堵泡沫墙,墙上有人物造型的空洞.选手需要按墙上的造型摆出相同的姿势,才能穿墙而过,否则会被墙推入水池.类似地,有一块几何体恰好能以右图中两个不同形状的“姿势”分别穿过这两个空洞,则该几何体为()



- 7.已知等比数列 $\{a_n\}$, $a_4 = 7$, $a_6 = 21$, 则 a_{10} 等于 ()
- A. 189 B. 28 C. 200 D. 147

8.在平面直角坐标系中,不等式组 $\begin{cases} y \geq 0 \\ x + 3y \leq 4 \\ 3x + y \geq 4 \end{cases}$ 表示的平面区域的面积是 ()

- A. $\frac{4}{3}$ B. 2 C. 1 D. $\frac{3}{4}$

9.中国古典数学发展的顶峰时期是 ()

- A.两汉时期 B.隋唐时期 C.魏晋南北朝时期 D.宋元时期

10.通过义务教育阶段的数学学习,学生要能够获得适应社会生活和进一步发展所必需的数学的基础知识、基本技能、()、基本活动经验。

- A. 基本思想 B. 基本思维 C. 基本思考 D. 基本能力

二、填空题(本大题共5小题,每小题4分,共20分)

11.关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根.请你写出一个满足条件的 m 值_____。

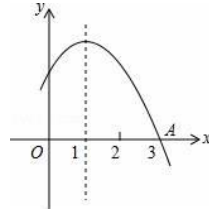
12.抛物线 $y = ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的对称轴为直线 $x = 1$, 与 x 轴的一个交点是点 $A(3,0)$, 其部分图象如图, 则下列结论:

- ① $2a + b = 0$;
② $b^2 - 4ac < 0$;

③一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的另一个解是 $x = -1$;

④点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 在抛物线上, 若 $x_1 < 0 < x_2$, 则 $y_1 < y_2$ 。

其中正确的结论是 (把所有正确结论的序号都填在横线上) _____。



13. 计算: $(-2)^3 + 2019^0 + |-2| + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} =$ _____。

14. 数学课程资源是指应用于教与学活动中的各种资源。下列属于文本资源的是 _____。

①教科书、②教师用书、③教与学的辅助用书、④教学挂图、⑤多媒体、⑥光盘

15. 《义务教育数学课程标准 (2011 年版)》提出: 总目标从以下四个方面具体阐述: 知识技能, 数学思考, 问题解决, 情感态度。下列描述属于情感态度方面的是 _____。

①积极参与数学活动, 对数学有好奇心和求知欲; ②在数学学习过程中, 体验获得成功的乐趣, 锻炼克服困难的意志, 建立自信心; ③初步形成评价与反思的意识; ④养成认真勤奋、独立思考、合作交流、反思质疑等学习习惯, 形成实事求是的科学态度; ⑤学会与他人合作交流; ⑥体会数学的特点, 了解数学的价值。

三、解答题 (本大题共 7 小题, 第 16-20 题每小题 8 分, 第 21、22 题每小题 10 分, 共 60 分)

16. 2019 年北京市生产运营用水和居民家庭用水的总和为 5.8 亿立方米, 其中居民家庭用水比生产运营用水的 3 倍还多 0.6 亿立方米, 问生产运营用水和居民家庭用水各多少亿立方米。

17. 如图 1 是一种包装盒的表面展开图, 将它围起来可得到一个几何体的模型。

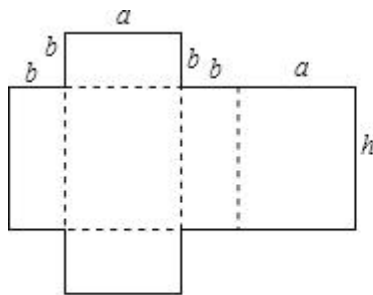


图1

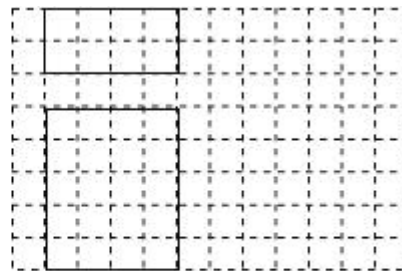


图2

(1) 这个几何体模型的名称是什么。

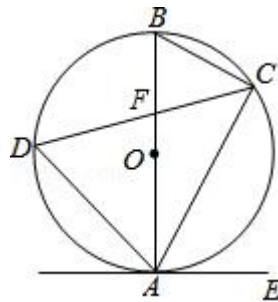
(2) 如图 2 是根据 a, b, h 的取值画出的几何体的主视图和俯视图 (图中实线表示的长方形), 请在网格中画出该几何体的左视图。

(3) 若 $h = a + b$, 且 a, b 满足 $\frac{1}{4}a^2 + b^2 - a - 6b + 10 = 0$, 求该几何体的表面积。

18. 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 与直径 AB 相交于点 F . 点 E 在 $\odot O$ 外, 做直线 AE , 且 $\angle EAC = \angle D$ 。

(1) 求证: 直线 AE 是 $\odot O$ 的切线。

(2) 若 $\angle BAC = 30^\circ, BC = 4, \cos \angle BAD = \frac{3}{4}, CF = \frac{10}{3}$, 求 BF 的长。

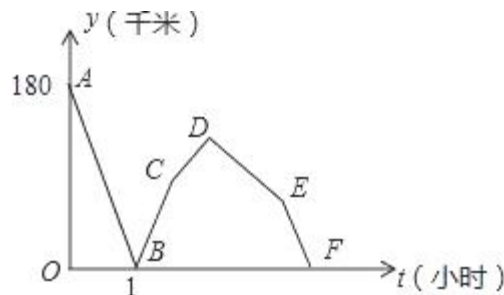


19. 某班级 45 名同学自发筹集到 1700 元资金, 用于初中毕业时各项活动的经费. 通过商议, 决定拿出不少于 544 元但不超过 560 元的资金用于请专业人士拍照, 其余资金用于给每名同学购买一件文化衫或一本制作精美的相册作为纪念品. 已知每件文化衫 28 元, 每本相册 20 元。

(1) 适用于购买文化衫和相册的总费用为 W 元, 求总费用 W (元) 与购买的文化衫件数 t (件) 的函数关系式。

(2) 购买文化衫和相册有哪几种方案? 为了使拍照的资金更充足, 应选择哪种方案, 并说明理由。

20. 一辆轿车从甲城驶往乙城, 同时一辆卡车从乙城驶往甲城, 两车沿相同路线匀速行驶, 轿车到达乙城停留一段时间后, 按原路原速返回甲城; 卡车到达甲城比轿车返回甲城早 0.5 小时, 轿车比卡车每小时多行驶 60 千米, 两车到达甲城后均停止行驶. 两车之间的路程 y (千米) 与轿车行驶时间 t (小时) 的函数图象如图所示. 请结合图象提供的信息解答下列问题:



- (1) 请直接写出甲城和乙城之间的路程，并求出轿车和卡车的速度；
- (2) 求轿车在乙城停留的时间，并直接写出点 D 的坐标；
- (3) 请直接写出轿车从乙城返回甲城过程中离甲城的路程 s (千米)与轿车行驶时间 t (小时)之间的函数关系式。(不要求写出自变量的取值范围)

21.案例分析

有一节“100万有多大”的数学课，教师设计了许多“”100万”的实例。其中有一个是“100万颗米粒”让学生感到体积“很大”，另有一个是“100万个细胞”让学生感到体积“很小”。课堂小结时，有学生说：通过今天的学习，我知道了“100万”可以很大也可以很小。教师肯定了该学生的回答，并表扬了这种辩证的观点。试分析该教师的做法是否正确？“100万有多大”这节课的教学核心是什么？

22.教学设计

阅读下面的材料：人教版小学数学六年级下册《负数》

1 负数

1 下面是中央气象台 2012 年 1 月 21 日下午发布的六个城市的气温预报 (2012 年 1 月 21 日 20 时—2012 年 1 月 22 日 20 时)。



哈尔滨



北京



上海



武汉



长沙



海口

观察上图，你能发现什么？

0°C 表示什么意思？

-3°C 和 3°C 各表示什么意思？

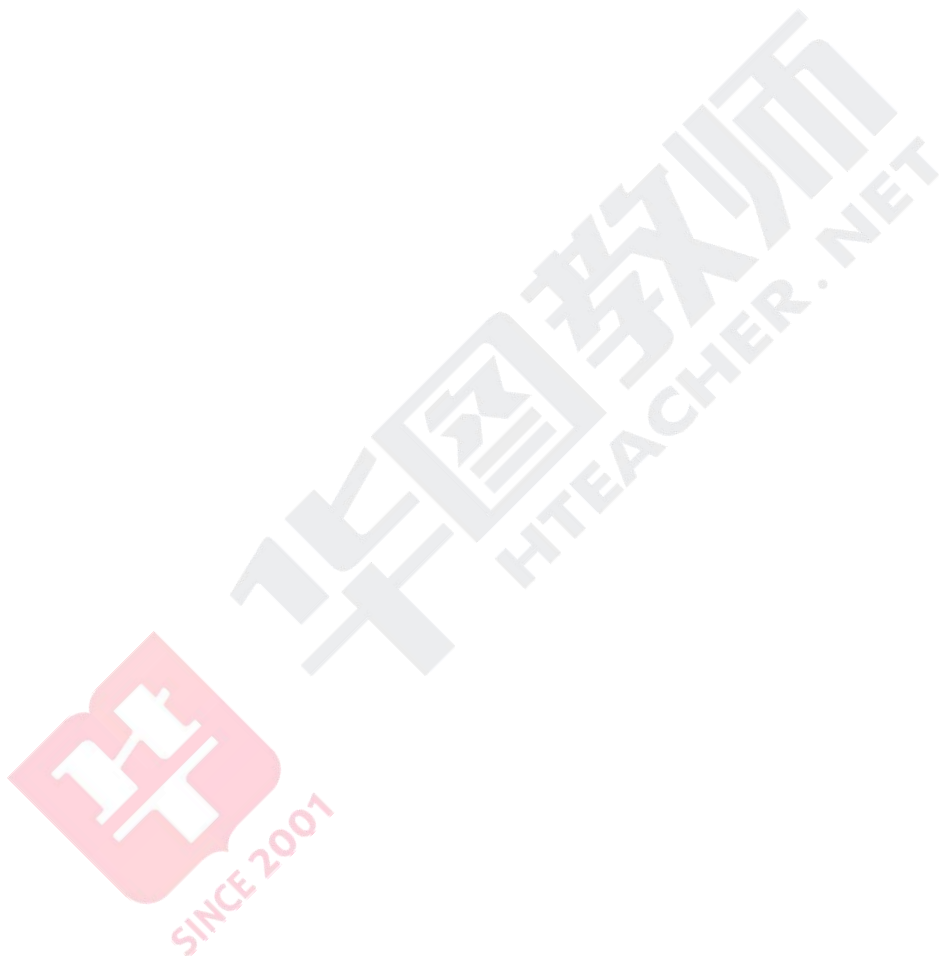
0°C 表示淡水开始结冰的温度。比 0°C 低的温度叫零下温度，通常在数字前加“-”（负号）。如，-3°C 表示零下 3 摄氏度，读作负三摄氏度。比 0°C 高的温度叫零上温度，在数字前加“+”（正号），一般情况下可省略不写。如，+3°C 表示零上 3 摄氏度，读作正三摄氏度，也可以写成 3°C，读作三摄氏度。

根据上图中的信息填写下表，并说一说各数表示的意思。

城市	北京	哈尔滨	上海	武汉	长沙	海口
最高气温 /°C						
最低气温 /°C						

根据材料，回答以下问题。

- (1) 针对该片段，写出教学目标。
- (2) 针对该片段，设计教学过程。



答案及解析

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）



1. 【答案】选 B。

【解析】要使分式有意义，则分母不能为 0，所以有 $x-1 \neq 0$ ，得到 $x \neq 1$ 。故本题选 B。

2. 【答案】选 C。

【解析】利用科学计数法定义解题即可， $0.0000335 = 3.35 \times 10^{-5}$ 。故本题选 C。

3. 【答案】选 D。

【解答】∵ 八张脸谱图片中，为  的有 3 个，∴ 在下列八张脸谱图片中，随机抽取一张为  的概率是： $\frac{3}{8}$ 。故本题选 D。

4. 【答案】选 B。

【解析】∵ $DE \parallel AB, DF \parallel AC$ ，则四边形 $AFDE$ 是平行四边形， $\angle B = \angle EDC, \angle FDB = \angle C$ ， $\because AB = AC, \therefore \angle B = \angle C, \therefore \angle B = \angle FDB, \angle C = \angle EDF, \therefore BF = FD, DE = EC$ ，所以：四边形 $AFDE$ 的周长等于 $AB + AC = 10$ 。故本题选 B。

5. 【答案】选 B。

【解析】∵ 点 A 在反比例函数 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 的图象上，点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上， $AB \perp x$ 轴于点 M ， $\therefore S_{\triangle AOM} = \frac{3}{2}, S_{\triangle BOM} = \frac{|k|}{2}, \therefore S_{\triangle AOM} : S_{\triangle BOM} = \frac{3}{2} : \frac{|k|}{2} = 3 : |k|$ ， $\therefore S_{\triangle AOM} : S_{\triangle BOM} = AM : MB = 1 : 2, \therefore 3 : |k| = 1 : 2 \Rightarrow |k| = 6$ 。∵ 反比例函数 $\frac{k}{x}$ 的图象在第四象限， $\therefore k < 0, \therefore k = -6$ 。故本题选 B。

6. 【答案】选 C。

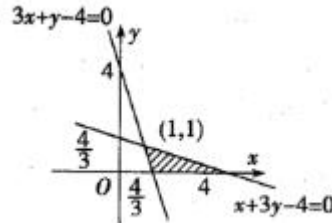
【解答】A 选项三视图都为正方形，故 A 选项不符合题意；B 选项三视图分别为长方形，长方形，圆，故 B 选项不符合题意；C 选项三视图分别为三角形，三角形，圆，故 C 选项符合题意；D 选项三视图都为圆，故 D 选项不符合题意。故本题选 C。

7. 【答案】选 A。

【解析】在等比数列 $\{a_n\}$ 中由 $a_4 = 7, a_6 = 21$ ，得 $q^2 = \frac{a_6}{a_4} = \frac{21}{7} = 3$ ，所以 $a_{10} = a_6 \cdot q^4 = 21 \times 3^2 = 189$ 。故本题选 A。

8. 【答案】选 A。

【解析】不等式组表示的平面区域如图阴影部分所示，平面区域为一个三角形及其内部，三个顶点的坐标分别为： $(4,0)$ ， $(\frac{4}{3},0)$ ， $(1,1)$ ，所以平面区域的面积为： $S = \frac{1}{2} \times (4 - \frac{4}{3}) \times 1 = \frac{4}{3}$ 。故本题选 A。



9. 【答案】选 D。

【解析】《数学史概论》中指出中国古典数学发展的顶峰时期是宋元时期。故本题选 D。

10. 【答案】选 A。

【解析】2011 年《义务教育数学课程标准》指出：通过义务教育阶段的数学学习，学生能获得适应社会生活和进一步发展所必需的数学的基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验。

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

11. 【考点】0

【解析】∵ 方程有两个不相等的实数根， $a=1, b=-2, c=m$ ，
∴ $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times m > 0$ ，解得 $m < 1$ ，故答案是：0。

12. 【答案】①③

【解析】∵ 对称轴为直线 $x=1$ ，所以 $-\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow 2a = -b \Rightarrow 2a + b = 0$ ，故①正确；由于抛物线与 x 轴有两个交点，∴ $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，故②错误；一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个解关于 $x=1$ 对称，由图可知一个解为 $x=3$ ，所以另一个解为 $x=-1$ 。故③正确；抛物线关于 $x=1$ 对称，所以距离对称轴越近， y 值越大，所以④错误。因此正确的有：①③。

13. 【答案】-2

【解析】原式 $= -8 + 1 + 2 + 3 = -2$ 。

14. 【答案】①②③④

【解析】《义务教育数学课程标准（2011年版）》指出数学课程资源是指应用于教与学活动中的各种资源。文本资源包括教科书、教师用书、教与学的辅助用书、教学挂图。

15. 【答案】①②④⑥

【解析】《义务教育数学课程标准（2011年版）》提出：总目标从以下四个方面具体阐述：知识技能，数学思考，问题解决，情感态度。情感态度方面包括：积极参与数学活动，对数学有好奇心和求知欲；在数学学习过程中，体验获得成功的乐趣，锻炼克服困难的意志，建立自信心；养成认真勤奋、独立思考、合作交流、反思质疑等学习习惯，形成实事求是的科学态度；体会数学的特点，了解数学的价值。

三、解答题（本大题共7小题，第16-20题每小题8分，第21、22题每小题10分，共60分）

16. 【答案】1.3和4.5。

【解析】设生产运营用水 x 亿立方米，则居民家庭用水 $(5.8-x)$ 亿立方米。依题意得 $5.8-x=3x+0.6$ ，解得： $x=1.3$ ， $\therefore 5.8-x=5.8-1.3=4.5$ 。答：生产运营用水1.3亿立方米，居家家庭用水4.5亿立方米。

17. 【答案】（1）长方体或底面为长方形的直棱柱；（2）见解析；（3）62。

【解析】解：（1）根据该包装盒的表面展开图知，该几何体模型的名称为：长方体或底面为长方形的直棱柱。故答案为：长方体或底面为长方形的直棱柱；

（2）如图所示



（3）由题意得： $\left(\frac{1}{2}a-1\right)^2+(b-3)^2=0$ ，则 $a=2$ ， $b=3$ ，所以 $h=a+b=2+3=5$ ，所以

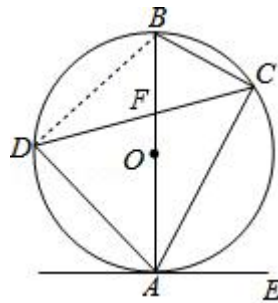
表面积为 $2 \times (2 \times 3 + 5 \times 2 + 3 \times 5) = 62$ 。

18. 【答案】（1）见解析；（2） $\frac{5\sqrt{21}}{9}$ 。

【解析】（1）连接 BD ， $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径， $\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，即 $\angle ADC + \angle CDB = 90^\circ$ ， $\because \angle EAC = \angle ADC$ ， $\angle CDB = \angle BAC$ ， $\therefore \angle EAC + \angle BAC = 90^\circ$ ，即 $\angle BAE = 90^\circ$ ， \therefore 直线 AE 是

⊙O 的切线；

(2) ∵ AB 是 ⊙O 的直径, ∴ ∠ACB = 90°, Rt△ACB 中, ∠BAC = 30°, ∴ AB = 2BC = 2 × 4 = 8, 由勾股定理得: $AC = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$, Rt△ADB 中, $\cos \angle BAD = \frac{3}{4} = \frac{AD}{AB}$, ∴ AD = 6, ∴ $BD = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}$, ∵ ∠BDC = ∠BAC, ∠DFB = ∠AFC, ∴ △DFB ∽ △AFC, ∴ $\frac{BF}{FC} = \frac{BD}{AC}$, ∴ $\frac{BF}{\frac{10}{3}} = \frac{2\sqrt{7}}{4\sqrt{3}}$, ∴ $BF = \frac{5\sqrt{21}}{9}$ 。



19. 【答案】(1) $W = 8t + 900$; (2) 有三种购买方案.为了使拍照的资金更充足,应选择方案: 购买 30 件文化衫、15 本相册。

【解析】(1) 设购买的文化衫 t 件, 则购买相册 $(45 - t)$ 件, 根据题意得:

$$W = 28t + 20 \times (45 - t) = 8t + 900。$$

(2) 根据题意得: $\begin{cases} 8t + 900 \geq 1700 - 560 \\ 8t + 900 \leq 1700 - 544 \end{cases}$, 解得: $30 \leq t \leq 32$, ∴ 有三种购买方案:

方案一: 购买 30 件文化衫、15 本相册;

方案二: 购买 31 件文化衫、14 本相册;

方案三: 购买 32 件文化衫、13 本相册.

∵ $W = 8t + 900$ 中 W 随 x 的增大而增大, ∴ 当 $t = 30$ 时, W 取最小值, 此时用于拍照的费用最多, ∴ 为了使拍照的资金更充足, 应选择方案一: 购买 30 件文化衫、15 本相册。

20. 【答案】(1) 甲城和乙城之间的路程为 180 千米, 轿车和卡车的速度分别为 120 千米/时和 60 千米/时;

(2) 轿车在乙城停留了 0.5 小时, 点 D 的坐标为 (2, 120);

(3) $s = 180 - 120 \times (t - 1.5 - 0.5) = -120t + 420$ 。

【解析】(1) 由图象可知甲城和乙城之间的路程为 180 千米, 设卡车的速度为 x 千米/时,

则轿车的速度为 $(x+60)$ 千米/时，由 $B(1,0)$ 可得 $x+(x+60)=180$ ，解得 $x=60$ ， $x+60=120$ ，
∴ 轿车和卡车的速度分别为 120 千米/时和 60 千米/时。

(2) 卡车到达甲城需要 $180 \div 60 = 3$ (小时)，轿车从甲城到乙城需 $180 \div 120 = 1.5$ (小时)，
 $3+1.5-1.5 \times 2 = 0.5$ (小时)，∴ 轿车在乙城停留了 0.5 小时。点 D 的坐标为 $(2,120)$ ；

(3) 由题意得： $s = 180 - 120 \times (t - 1.5 - 0.5) = -120t + 420$ 。

21. 【参考答案】

该教师的做法不正确，他混淆了“数大”与“量大”的概念。“100 万有多大”这节课的教学核心是：感受大数。简单地说，就是要让学生感受到“100 万”是一个很大的数。

22. 【参考答案】

(1) 教学目标：

① 知识与技能目标：学生在现实情境中，理解正数和负数的概念。

② 过程与方法目标：学生在小组合作、探究的基础上，提高在生活中运用负数知识解决实际问题的能力。

③ 情感、态度与价值观目标：学生感受数学源于生活，数学高于生活，生活需要数学，形成积极的学习态度。

(2) 教学过程

(一) 巧设情境、游戏导入——引出负数

首先是导入环节，上课之初，开始设计一个热身游戏，叫作《说正反》。要求学生根据老师的语言，说相反的话。比如：老师说向前走——学生说向后走；老师说上升 15 层——学生说下降 15 层。

(二) 体验内化、探求新知——认识负数

环节一：联系生活，合作探索

用多媒体展示放大的温度计图片，引导学生进行交流：大家对温度计有哪些认识呢？你还想了解什么？同学们可以边思考边与其他同学交流。然后请 3-5 位学生谈谈对温度计的认识，同时对学生们的发言给予实时的评价。在此基础上，继续给出一组上海、北京两个城市的温度，并安排学生进行小组讨论，通过学生的充分交流以及我的恰当引导，帮助学生认识到：上海的气温比 0 摄氏度高，北京的气温比 0 摄氏度低；突出 0 摄氏度是零上气温和零下气温的分界点，从而引出正数和负数的概念。结合生活实际，学生能对正数与负数有了初步感知，

突破重点。

环节二：小组交流 深入思考

用多媒体展示第二组图片，并引导学生独立思考“海拔高度”的含义，引导学生观察并讨论珠峰海拔 8844 米（板书）与吐鲁番盆地海拔 -155 米所表示的含义，学生再次进行观察和小组讨论，集体交流发现珠峰高度在海平面以上，正数可以用“+”表示，而吐鲁番盆地高度比海平面低，负数可以用“-”表示。学生能够进一步认识正数与负数的生活意义，突破难点。

（三）回归生活、巩固应用——巩固负数

PPT 展示多组生活中出现，具有实际意义的正数和负数，以边说边练的形式，引导学生巩固正数、负数认识，加强学生对负数实际意义的理解。

（四）师生互动、归纳总结——总结负数

同学们掌握本节课的知识以后，我将向学生们提问，今天有什么收获。由学生们自主总结学习的内容，我再作补充和评价。

（五）知识延伸、实际运用——布置作业

本节课的内容较为抽象，我将作业布置为让学生们观察生活中常见的事物，看是否也存在着负数，将生活中的负数例子收集起来，下节课进行课堂交流。

教师招聘考试小学数学学科模拟题

总分：100分 考试时间：120分钟

一、单项选择题（本大题共15小题，每小题2分，共30分）

1.64的立方根是（ ）

- A.4 B.±4 C.8 D.±8

2.2020年某市有1.6万名初中毕业生参加升学考试，为了了解这1.6万名考生的数学成绩，从中抽取2000名考生的数学成绩进行统计，在这个问题中样本是（ ）

- A.1.6万名考生 B.2000名考生
C.1.6万名考生的数学成绩 D.2000名考生的数学成绩

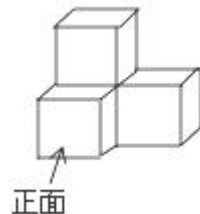
3.长沙红星大市场某种高端品牌的家用电器，若按标价打八折销售该电器一件，则可获利润500元，其利润率为20%。现如果按同一标价打九折销售该电器一件，那么获得的纯利润为（ ）

- A.562.5元 B.875元 C.550元 D.750元

4.在 $\triangle ABC$ 中，若角 A, B 满足 $\left| \cos A - \frac{\sqrt{3}}{2} \right| + (1 - \tan B)^2 = 0$ ，则 $\angle C$ 的大小是（ ）

- A.45° B.60° C.75° D.105°

5.如图是由四个大小相同的正方体组成的几何体，那么它的主视图是（ ）



- A. 
 B. 
 C. 
 D. 

6.命题“若 $x^2 + y^2 = 0$ ，则 $x = y = 0$ ”的否命题是（ ）

- A.若 $x^2 + y^2 = 0$ ，则 x, y 中至少有一个不为0
B.若 $x^2 + y^2 \neq 0$ ，则 x, y 中至少有一个不为0

C.若 $x^2 + y^2 \neq 0$ ，则 x, y 都不为 0

D.若 $x^2 + y^2 = 0$ ，则 x, y 都不为 0

7.双曲线 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的焦点坐标是 ()

A. $(-\sqrt{2}, 0), (\sqrt{2}, 0)$

B. $(-2, 0), (2, 0)$

C. $(0, -\sqrt{2}), (0, \sqrt{2})$

D. $(0, -2), (0, 2)$

8.若在“正三角形、平行四边形、菱形、正五边形、正六边形”这五种图形中随机抽取一种图形，则抽到的图形属于中心对称图形的概率是 ()

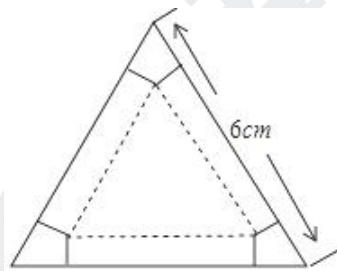
A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

9.如图，有一块边长为 6 cm 的正三角形纸板，在它的三个角处分别截去一个彼此全等的等腰三角形，再沿图中的虚线折起，做成一个无盖的直三棱柱纸盒，则该纸盒侧面积的最大值是 ()



A. $\sqrt{3}$ cm²

B. $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ cm²

C. $\frac{9}{2}\sqrt{3}$ cm²

D. $\frac{27}{2}\sqrt{3}$ cm²

10.若等腰三角形中有两边长分别为 2 和 5，则这个三角形的周长为 ()

A. 9

B. 12

C. 7 或 9

D. 9 或 12

11.方程 $(m-2)x^2 - \sqrt{3-m}x + \frac{1}{4} = 0$ 有两个实数根，则 m 的取值范围 ()

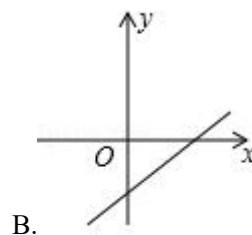
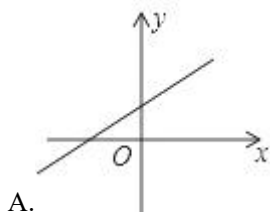
A. $m > \frac{5}{2}$

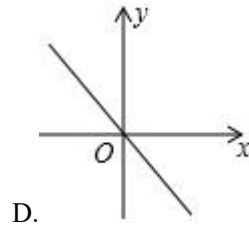
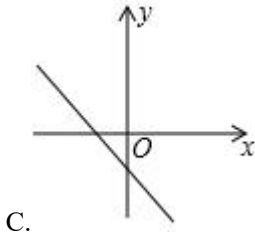
B. $m \leq \frac{5}{2}, m \neq 2$

C. $m \geq 3$

D. $m \leq 3, m \neq 2$

12.若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + kb + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则一次函数 $y = kx + b$ 的大致图象可能是 ()





13.最早使用“函数”(function)这一术语的数学家是()

- A.莱布尼茨 B.约翰·伯努利 C.雅各布·伯努利 D.欧拉

14.义务教育阶段的数学课程是培养公民素质的基础课程,它不具有()

- A.基础性 B.普及性 C.发展性 D.连续性

15.古埃及的数学知识常常记载在()

- A.纸草书上 B.竹片上 C.木板上 D.泥板上

二、填空题(本大题共5小题,每小题2分,共10分)

16.已知 $|a|=1, |b|=\sqrt{2}$, $a \perp (a-b)$, 则向量 a 与向量 b 的夹角为_____。

17.若 $a^{2n}=5$, $b^{2n}=16$, 则 $(ab)^n$ =_____。

18.函数 $f(x)=x(e^x-1)$ 在点(1,1)处切线的斜率等于_____。

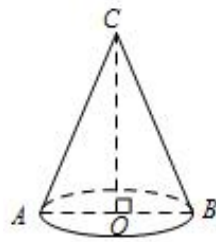
19.《义务教育数学课程标准(2011年版)》在附录中提出:理解的同类词包括认识,_____。

20.《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出_____的培养是现代数学教育的基本任务,应体现在数学教与学的过程之中。

三、解答题(本大题共7小题,第21-25题每小题8分,第26、27题每小题10分,共60分)

21.某校七年级社会实践小组去商场调查商品销售情况,了解到该商场以每件80元的价格购进了某品牌衬衫500件,并以每件120元的价格销售了400件,商场准备采取促销措施,将剩下的衬衫降价销售。请你帮商场计算一下,每件衬衫降价多少元时,销售完这批衬衫正好达到盈利45%的预期目标。

22.小明同学用纸板制作了一个圆锥形漏斗模型,如图,它的底面半径 $OB=3\text{ cm}$,高 $OC=4\text{ cm}$,求这个圆锥形漏斗的侧面积。

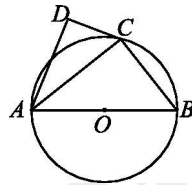


23. 已知函数 $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期和图象的对称轴；

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的值域。

24. 如图， $\odot O$ 的直径为 AB ，点 C 在圆周上（异于 A, B ）， $AD \perp CD$ 。



(1) 若 $BC = 3$ ， $AB = 5$ ，求 AC 的值；

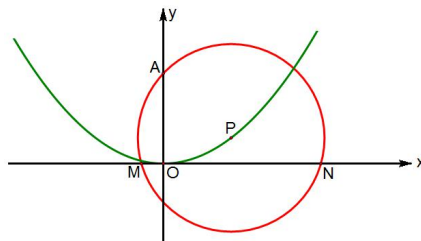
(2) 若 AC 是 $\angle DAB$ 的平分线，求证：直线 CD 是 $\odot O$ 的切线。

25. 如图 1，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数， $a \neq 0$) 的对称轴为 y 轴，且经过 $(0, 0)$ 和 $(\sqrt{a}, \frac{1}{16})$ 两点，点 P 在该抛物线上运动，以点 P 为圆心的 $\odot P$ 总经过定点 $A(0, 2)$ 。

(1) 求 a, b, c 的值；

(2) 求证：在点 P 运动的过程中， $\odot P$ 始终与 x 轴相交；

(3) 设 $\odot P$ 与 x 轴相交于 $M(x_1, 0)$ 、 $N(x_2, 0)$ 两点，当 $\triangle AMN$ 为等腰三角形时，求圆心 P 的纵坐标。



26. 案例分析

两位教师上《圆的认识》一课。

教师 A 在教学“半径和直径关系”时，组织学生动手测量、制表，然后引导学生发现“在同一圆中，圆的半径是直径的一半”。

教师 B 在教学这一知识点时是这样设计的：

师：通过自学，你知道半径和直径的关系吗？

生 1：在同一圆里，所有的半径是直径的一半。

生 2：在同一圆里，所有的直径是半径的 2 倍。

生 3：如果用字母表示，则是 $d = 2r$ ， $r = \frac{d}{2}$ 。

师：这是同学们通过自学获得的，你们能用什么方法证明这一结论是正确的呢？

生 1：我可以用尺测量一下直径和半径的长度，然后考查它们之间的关系。

师：那我们一起用这一方法检测一下。

师：还有其它方法吗？

生 2：通过折纸，我能看出它们的关系。

根据以上材料，回答下面的问题

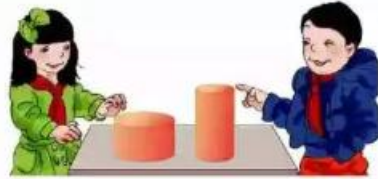
A、B 两位老师的教学方法，你更喜欢哪个，并说明理由。

27. 教学设计

阅读下面的材料：人教版小学数学六年级下册《圆柱的表面积》

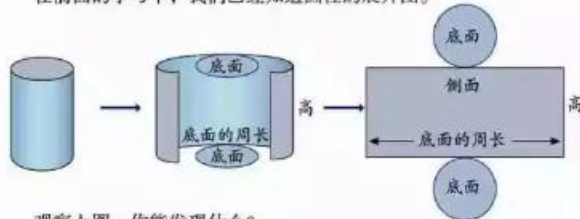
圆柱的表面积

3 圆柱的表面积指的是什么？



圆柱的表面积指的是……

在前面的学习中，我们已经知道圆柱的展开图。



观察上图，你能发现什么？

圆柱的表面积 = 圆柱的侧面积 + 两个底面的面积

圆柱的侧面积你会计算吗？
圆柱的底面积呢？



计算圆柱的侧面积，实际上就是求上图中长方形的面积。

圆柱的侧面积 = _____ × _____

做一做

一个圆柱形茶叶筒的侧面贴着商标纸，圆柱底面半径是 5 cm，高是 20 cm。这张商标纸的面积是多少？

根据材料，回答以下问题。

- (1) 针对该片段，写出教学目标。
- (2) 针对该片段，设计教学过程。

答案及解析

一、单项选择题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

1. 【答案】选 A。

【解析】 $\because 4$ 的立方等于 64， $\therefore 64$ 的立方根等于 4。故本题选 A。

2. 【答案】选 D。

【解析】2015 年我市有近 1.6 万名考生参加升学考试，为了了解这 1.6 万名考生的数学成绩，从中抽取 2000 名考生的数学成绩进行统计分析，在这个问题中抽取的 2000 名考生的数学成绩为样本。故本题选 D。

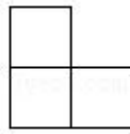
3. 【答案】选 B。

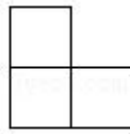
【解析】设进价为 x 元，则该商品的标价为 $1.5x$ 元，由题意得： $1.5x \times 0.8 - x = 500$ ，解得 $x = 2500$ 。则标价为 $1.5 \times 2500 = 3750$ （元）。则 $3750 \times 0.9 - 2500 = 875$ （元）。故本题选 B。

4. 【答案】选 D。

【解析】由题意得， $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan B = 1$ ，则 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$ ，则 $\angle C = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$ 。故本题选 D。

5. 【答案】选 B。



【解析】由题意得：该立体图形的三视图为 。故本题选 B。

6. 【答案】选 B。

【解析】否命题既否定条件又否定结论。故本题选 B。

7. 【答案】选 B。

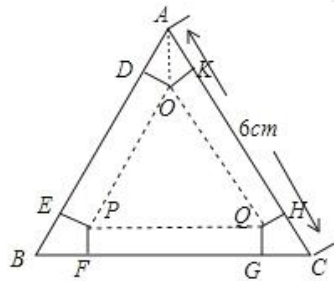
【解析】由题可知双曲线的焦点在 x 轴上，因为 $c^2 = a^2 + b^2 = 3 + 1 = 4$ ，所以 $c = 2$ ，故焦点坐标为 $(-2, 0), (2, 0)$ 。故本题选 B。

8. 【答案】选 C。

【解析】这五种图形中随机抽取一种图形，则抽到的图形属于中心对称图形的概率为 $\frac{3}{5}$ 。故本题选 C。

9. 【答案】选 C。

【解析】∵ $\triangle ABC$ 为等边三角形，∴ $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ ， $AB = BC = AC$ 。∵ 筝形 $ADOK \cong$ 筝形 $BEPF \cong$ 筝形 $AGQH$ ，∴ $AD = BE = BF = CG = CH = AK$ 。∵ 折叠后是一个三棱柱，∴ $DO = PE = PF = QG = QH = OK$ ，四边形 $ODEP$ 、四边形 $PFGQ$ 、四边形 $QHKO$ 都为矩形，∴ $\angle ADO = \angle AKO = 90^\circ$ 。连结 AO ，在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 和 $\text{Rt}\triangle AOK$ 中，∵ $AO = AO$ ， $OD = OK$ ，∴ $\text{Rt}\triangle AOD \cong \text{Rt}\triangle AOK$ (HL)，∴ $\angle OAD = \angle OAK = 30^\circ$ 。设 $OD = x$ ，则 $AO = 2x$ ，由勾股定理就可以求出 $AD = \sqrt{3}x$ ，∴ $DE = 6 - 2\sqrt{3}x$ ，∴ 纸盒侧面积 $= 3x(6 - 2\sqrt{3}x) = -6\sqrt{3}\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}\sqrt{3}$ ，∴ 当 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 时，纸盒侧面积最大为 $\frac{9}{2}\sqrt{3}$ 。故本题选 C。



10. **【答案】**选 B。

【解析】当腰为 5 时，根据三角形三边关系可知此情况成立，周长 $= 5 + 5 + 2 = 12$ ；当腰长为 2 时，根据三角形三边关系可知此情况不成立；所以这个三角形的周长是 12。故本题选 B。

11. **【答案】**选 B。

【解析】根据题意得：

$$\begin{cases} m - 2 \neq 0 \\ 3 - m \geq 0 \\ \Delta = (-\sqrt{3} - m)^2 - 4(m - 2) \times \frac{1}{4} \geq 0 \end{cases}$$
 ，解得 $m \leq \frac{5}{2}$ ， $m \neq 2$ 。故本题选 B。

B。

12. **【答案】**选 B。

【解析】∵ $x^2 - 2x + kb + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，∴ $\Delta = 4 - 4(kb + 1) > 0$ ，解得 $kb < 0$ ，A. $k > 0$ ， $b > 0$ ，即 $kb > 0$ ，故 A 不正确；B. $k > 0$ ， $b < 0$ ，即 $kb < 0$ ，故 B 正确；C. $k < 0$ ， $b < 0$ ，即 $kb > 0$ ，故 C 不正确；D. $k > 0$ ， $b = 0$ ，即 $kb = 0$ ，故 D 不正确。故本题选 B。

13. **【答案】**选 A。

【解析】《数学史概论》中指出莱布尼茨是最早使用“函数”(function)这一术语的数学家。

故本题选 A。

14. 【答案】选 D。

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》指出义务教育阶段的数学课程是培养公民素质的基础课程，它具有基础性、发展性、普及性。故本题选 D。

15. 【答案】选 A

【解析】《数学史概论》中指出古埃及的数学知识常常记载在纸草书上。故本题选 A。

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

16. 【答案】 $\frac{\pi}{4}$

【解析】 $\because a \perp (a-b) \Rightarrow a \cdot (a-b) = 0 \Rightarrow |a|^2 - |a||b|\cos\langle a, b \rangle = 0$ ，即 $1 - \sqrt{2}\cos\langle a, b \rangle = 0$ ， $\therefore \cos\langle a, b \rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $\therefore \langle a, b \rangle = \frac{\pi}{4}$ 。

17. 【答案】 $\pm 4\sqrt{5}$

【解析】 $\because a^{2n} = 5, b^{2n} = 16, \therefore a^{2n}b^{2n} = 80, \therefore (ab)^{2n} = 80 \Rightarrow (ab)^n = \pm 4\sqrt{5}$ 。

18. 【答案】 $2e-1$

【解析】函数的导数为 $f'(x) = e^x - 1 + xe^x = (1+x)e^x - 1$ ，当 $x=1$ 时， $f'(1) = 2e-1$ ，即曲线 $f(x) = x(e^x - 1)$ 在点 $(1,1)$ 处切线的斜率 $k = f'(1) = 2e-1$ 。

19. 【答案】会

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》在附录中提出：理解的同类词包括认识，会。

20. 【答案】创新意识

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》指出：创新意识的培养是现代数学教育的基本任务，应体现在数学教与学的过程之中。

三、解答题（本大题共 7 小题，第 21-25 题每小题 8 分，第 26.27 题每小题 10 分，共 60 分）

21. 【答案】20。

【解析】设每件衬衫降价 x 元，依题意有： $120 \times 400 + (120 - x) \times 100 = 80 \times 500 \times (1 + 45\%)$ ，解得 $x = 20$ 。答：每件衬衫降价 20 元时，销售完这批衬衫正好达到盈利 45% 的预期目标。

22. 【答案】 $15\pi \text{ cm}^2$ 。

【解析】根据题意，由勾股定理可知 $BC^2 = BO^2 + OC^2 \therefore BC = 5 \text{ cm}$ ， \therefore 圆锥形漏斗的侧面积 $= \pi \cdot BO \cdot BC = 15\pi \text{ cm}^2$ 。

23. 【答案】(1) $T = \pi$ ；(2) $\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$

【解析】(1) $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

$$= \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x + (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)$$

$$= \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x + \sin^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x - \cos 2x = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$$

\therefore 最小正周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ 。

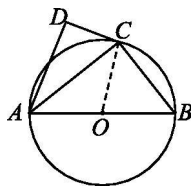
由 $2x - \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$ ，得 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3} (k \in \mathbf{Z}) \therefore$ 函数图象的对称轴为 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3} (k \in \mathbf{Z})$ 。

(2) $\because x \in \left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}\right]$ ， $\therefore 2x - \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$ ， $\therefore -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1$ ，即函数 $f(x)$ 在区间

$\left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的值域为 $\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$

24. 【答案】(1) 4；(2) 证明见解析

【解析】(1) $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径， C 在 $\odot O$ 上， $\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，又 $\because BC = 3, AB = 5$ ， \therefore 由勾股定理得 $AC = 4$ 。



(2) 证明：如图，连接 OC ， $\because AC$ 是 $\angle DAB$ 的平分线， $\therefore \angle DAC = \angle BAC$ 。又 $\because AD \perp DC$ ， $\therefore \angle ADC = \angle ACB = 90^\circ$ ， $\therefore \angle DCA = \angle CBA$ 。又 $\because OA = OC$ ， $\therefore \angle OAC = \angle OCA$ 。 $\because \angle OAC + \angle OBC = 90^\circ$ ， $\therefore \angle OCA + \angle ACD = \angle OCD = 90^\circ$ ， $\therefore DC$ 是 $\odot O$ 的切线。

25. 【答案】(1) $a = \frac{1}{4}$ ， $b = 0$ ， $c = 0$ ；(2) 见解析；(3) 见解析。

【解析】

(1) 已知抛物线的顶点为 $(0,0)$ ，由图可知： $b = 0$ ， $c = 0$ ，所以 $y = ax^2$ 。将 $(\sqrt{a}, \frac{1}{16})$ 代入 $y = ax^2$ ，得 $\frac{1}{16} = a^2$ 。解得 $a = \frac{1}{4}$ (舍去负值)。

(2) 抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{4}x^2$ ，设点 P 的坐标为 $(x, \frac{1}{4}x^2)$ ，已知 $A(0, 2)$ ，所以 $PA = \sqrt{x^2 + (\frac{1}{4}x^2 - 2)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}x^4 + 4} > \frac{1}{4}x^2$ 。而圆心 P 到 x 轴的距离为 $\frac{1}{4}x^2$ ，所以半径 $PA >$ 圆心 P 到 x 轴的距离。所以在点 P 运动的过程中， $\odot P$ 始终与 x 轴相交。

(3) 如图 2，设 MN 的中点为 H ，那么 PH 垂直平分 MN ，在 $\text{Rt}\triangle PMH$ 中， $PM^2 = PA^2 = \frac{1}{16}x^4 + 4$ ， $PH^2 = (\frac{1}{4}x)^2 = \frac{1}{16}x^4$ ， $\therefore MH = 2$ 。因此 $MN = 4$ 为定值。

等腰 $\triangle AMN$ 存在三种情况：

①如图 3，当 $AM = AN$ 时，点 P 为原点 O 重合，此时点 P 的纵坐标为 0。

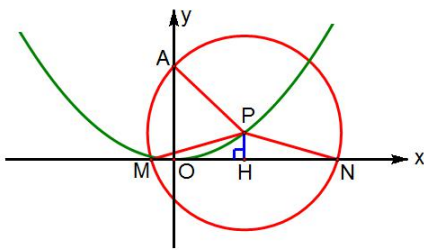


图 2

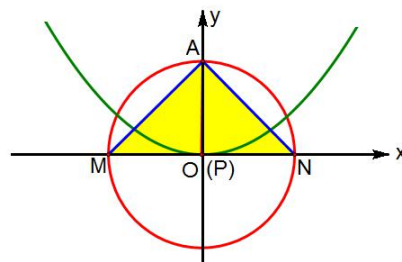


图 3

②如图 4，当 $MA = MN$ 时，在 $\text{Rt}\triangle AOM$ 中， $OA = 2$ ， $AM = 4$ ，所以 $OM = 2\sqrt{3}$ 。此时 $x = OH = 2\sqrt{3}$ 。所以点 P 的纵坐标为 $\frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{4}(2\sqrt{3} + 2)^2 = (\sqrt{3} + 1)^2 = 4 + 2\sqrt{3}$ 。

如图 5，当 $NA = NM$ 时，根据对称性，点 P 的纵坐标为也为 $4 + 2\sqrt{3}$ 。

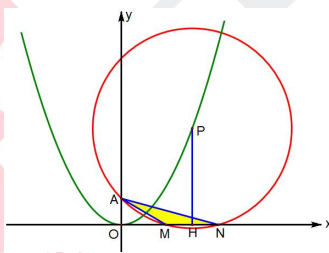


图 4

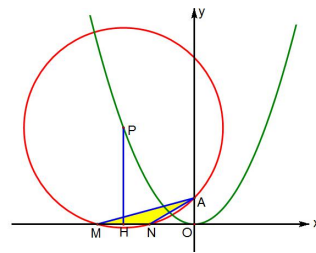


图 5

③如图 6，当 $NA = NM = 4$ 时，在 $\text{Rt}\triangle AON$ 中， $OA = 2$ ， $AN = 4$ ，所以 $ON = 2$ 。此时 $x = OH = 2\sqrt{3} - 2$ 。所以点 P 的纵坐标为 $\frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{4}(2\sqrt{3} - 2)^2 = (\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$ 。

如图 7，当 $MN = MA = 4$ 时，根据对称性，点 P 的纵坐标也为 $4 - 2\sqrt{3}$ 。

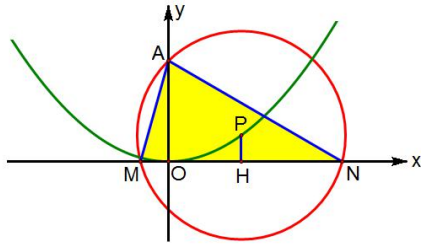


图 6

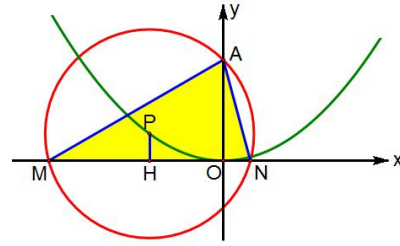


图 7

26. 【参考答案】

我更喜欢 B 老师的教法。

两个案例都注重学生的实践操作，通过动手操作来理解直径和半径的特征及联系。

B 教师设计，是学生不断激活“内存”的过程。建构主义是非常强调个体的经验的，个体的一切学习活动都是以经验为基础展开的，让学生充分调集和展示经验，是师生高效对话的前提。我们不仅要充分承认学生不是一张白纸，还要尽可能了解学生已经有了哪些颜色。我们可以预测这样的活动一定能让学生感受到了数学的无穷魅力。这种魅力，一方面是因为它承接了学生原有的认知经验，学生感受到数学很简单、很日常、很好玩，有信心，有兴趣去学习。另一方面，学生通过多感官的活动，探究这些亲切有趣的现象背后的原理，建立一定的数学模型，培养一定的数学能力，由此得到更多的发展空间和持续动力。

27. 【参考答案】

(1) 教学目标：

①知识与技能目标：理解圆柱表面积、侧面积、底面积的概念，掌握圆柱表面积的计算方法。

②过程与方法目标：通过小组合作对圆柱表面展开图进行探究，培养学生动手能力、推理、转化能力。

③情感、态度与价值观目标：激发学生学习数学的兴趣，体验数学问题探究过程及与他人合作交流的乐趣，体会数学转化思想，数学与生活的紧密联系。

(2) 教学过程：

(一) 导入环节，揭示课题，激发求知欲

教师手持圆柱体模型，提问学生“你们愿意当个小小设计师，给圆柱体模型设计“贴身外衣吗”“在设计的过程中考虑需要多大多面积的纸张呢？”通过上述导入创设问题情境，激发学生的探究欲望，引出课题。

(二) 新授环节，学习新知

环节一：巩固圆柱的底面，侧面知识，引出圆柱表面积概念。

学生以小组为单位，在老师的指导下，做圆柱“贴身外衣”，基本完成后，教师提问学生：圆柱的“贴身外衣”的组成部分构成，学生小组讨论得出侧面和两个底面的结论，我会及时给予学生评价反馈。

最后，引导启发学生认识圆柱的“贴身外衣”，引出圆柱表面积的概念。

环节二：突破教学难点，侧面的展开图

教师引导学生剪开包裹的“外衣”。学生通过小组讨论交流再次感知想象圆柱侧面是长方形，底面周长是长方形的长，高是长方形的宽，圆柱的侧面积=底边周长×高。

(3) 通过实例计算操练，掌握公式。

教师提问学生：需要知道哪些数据就可以计算出圆柱的表面积。

学生分组讨论并动手测量，经过小组讨论，学生回答量出圆柱底面半径和圆柱的高就可以了，我会给予及时评价反馈。根据学生提供的测量数据（直径 8 cm，高 6 cm）我会和学生共同归纳出圆柱的表面积计算步骤。

接着引导学生思考在做圆柱笔筒时“至少需要多大面积的纸”背后的含义（实际中有损耗），学生灵活运用圆柱表面积计算方法解决实际生活中的问题。

(三) 巩固环节

做一做的 3 道习题。

(四) 师生小结

提问：本节课收获了什么。检验并及时反馈学生的学习效果。

(五) 作业布置

学生课下观察家庭中存在哪些圆柱体或者类似圆柱体的物品，通过测量相关数据计算圆柱体的大致表面积，回到课堂后学生之间进行分享讨论。

教师招聘考试小学数学学科模拟题

总分：100分 考试时间：120分钟

一、单项选择题（本大题共15小题，每小题2分，共30分）

1.地球绕太阳公转的速度约是110000千米/时，将110000用科学计数法表示为（ ）

- A. 11×10^4 B. 1.1×10^5 C. 1.1×10^4 D. 0.11×10^6

2.下列说法中正确的是（ ）

A. “打开电视，正在播放新闻节目”是必然事件。

B. “抛一枚硬币，正面向上的概率为 $\frac{1}{2}$ ”表示每抛两次就有一次正面朝上。

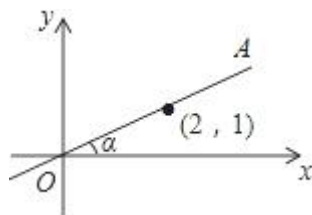
C. “抛一枚均匀的正方体骰子，朝上的点数是6的概率为 $\frac{1}{6}$ ”表示随着抛掷次数的增加，“抛出朝上的点数是6”这一事件发生的频率稳定在 $\frac{1}{6}$ 附近。

D. 为了解某种节能灯的使用寿命，选择全面调查。

3.某品牌自行车1月份销售量为100辆，每辆车售价相同2月份的销售量比1月份增加10%，每辆车的售价比1月份降低了80元。2月份与1月份的销售总额相同，则1月份的售价为（ ）

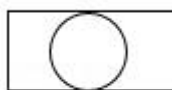
- A. 880元 B. 800元 C. 720元 D. 1080元

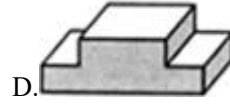
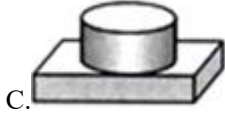
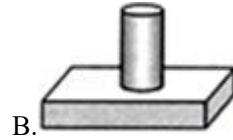
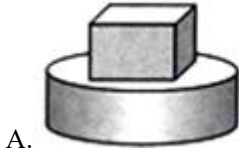
4.如图，在平面直角坐标系中，直线OA过点(2,1)，则 $\tan \alpha$ 的值是（ ）



- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

5.下列四个物体的俯视图与右边给出视图一致的是（ ）





6. 下列命题中为真命题的是 ()

- A. 命题“若 $x > y$, 则 $x > |y|$ ”的逆命题。
 B. 命题“若 $x^2 \leq 1$, 则 $x \leq 1$ ”的否命题。
 C. 命题“若 $x = 1$, 则 $x^2 - x = 0$ ”的否命题。
 D. 命题“若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”的逆否命题。

7. $\triangle ABC$ 的周长是 8, $B(-1,0)$, $C(1,0)$, 则顶点 A 的轨迹方程是 ()

- A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1 (x \neq \pm 3)$ B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1 (x \neq 0)$
 C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 (y \neq 0)$ D. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1 (y \neq 0)$

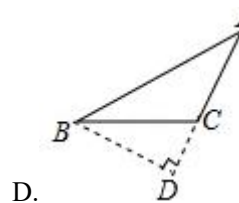
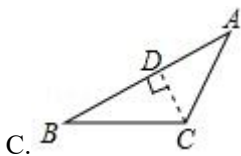
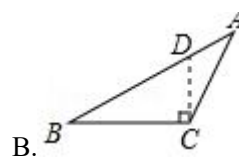
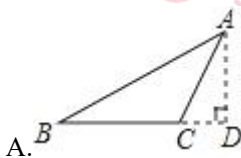
8. 在一个不透明的盒子里有 2 个红球和 n 个白球, 这些球除颜色外其余完全相同, 摇匀后随机摸出一个, 摸到红球的概率是 $\frac{1}{5}$, 则 n 的值为 ()

- A. 3 B. 5 C. 8 D. 10

9. 函数 $y = \sqrt{x-4}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 4$ B. $x \geq 4$ C. $x < 4$ D. $x \neq 4$

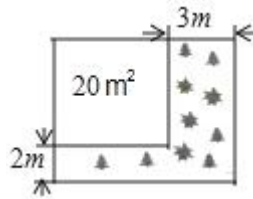
10. 如图, 过 $\triangle ABC$ 的顶点 A , 作 BC 边上的高, 以下作法正确的是 ()



11. 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $k > -1$ B. $k \geq -1$ C. $k \neq 0$ D. $k > -1$ 且 $k \neq 0$

12.如图，将一块正方形空地划出部分区域进行绿化，原空地一边减少了2 m，另一边减少了3 m，剩余一块面积为20 m²的矩形空地，则原正方形空地的边长是（ ）



- A.7 m B.8 m C.9 m D.10 m

13.在现存的中国古代数学著作中，最早的一部是（ ）

- A.《孙子算经》 B.《墨经》 C.《算数书》 D.《周髀算经》

14.数学课程资源是指应用于教与学活动中的各种资源。下列不属于生成性资源的是（ ）

- A.教学活动中提出的问题 B.学生的作品
C.学生学习过程中出现的问题 D.教育与学科专家

15.小学几何初步知识的性质是（ ）

- A.射影几何 B.抽象几何 C.直观几何 D.空间解析几何

二、填空题（本大题共5小题，每小题2分，共10分）

16.设向量 $a = (1, -4)$, $b = (-1, x)$, $c = a + 3b$ 。若 $a \parallel c$ ，则实数 $x =$ _____。

17.已知 $m + n = mn$ ，则 $(m-1)(n-1) =$ _____。

18.已知直线 $y = x + 1$ 与曲线 $y = \ln(x + a)$ 相切，则 a 的值为_____。

19.符号意识主要是指能够理解并且运用符号表示数、数量关系和_____；知道使用符号可以进行运算和推理，得到的结论具有一般性。建立符号意识有助于学生理解符号的使用是数学表达和进行数学思考的重要形式。

20.“_____”既是学生发展的基础性目标，又是落实“数学思考”“问题解决”“情感态度”目标的载体。

三、解答题（本大题共7小题，第21-25题每小题8分，第26、27题每小题10分，共60分）

21.下表为深圳市居民每月用水收费标准，（单位：元/m³）。

用水量	单价
$x \leq 22$	a
剩余部分	$a+1.1$

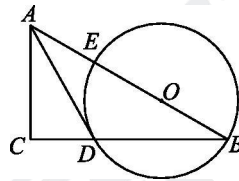
- (1) 某用户用水 10 立方米，共交水费 23 元，求 a 的值；
- (2) 在 (1) 的前提下，该用户 5 月份交水费 71 元，请问该用户用水多少立方米？

22. 如图，扇形纸扇完全打开后，外侧两竹条 AB, AC 的夹角为 120° ， AB 长为 30 cm，贴纸部分中 BD 的长为 20 cm，求贴纸部分的面积。



23. 若 $f(x) = 2\sin \omega x + 1$ ($\omega > 0$) 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}]$ 上是增函数，求 ω 的取值范围。

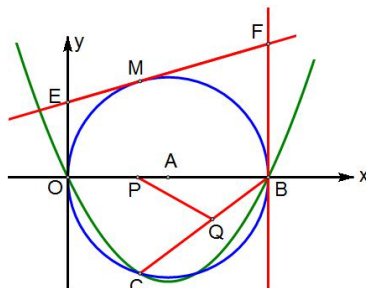
24. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，点 O 在斜边 AB 上，以 O 为圆心， OB 为半径作圆，分别与 BC, AB 相交于点 D, E ，连接 AD 。已知 $\angle CAD = \angle B$ 。



- (1) 求证： AD 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $BC = 8$ ， $\tan B = \frac{1}{2}$ ，求 $\odot O$ 的半径。

25. 如图 1，在平面直角坐标系中， O 为坐标原点，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 过 O, B, C 三点， B, C 坐标分别为 $(10, 0)$ 和 $(\frac{18}{5}, -\frac{24}{5})$ ，以 OB 为直径的 $\odot A$ 经过 C 点，直线 l 垂直 x 轴于 B 点。

- (1) 求直线 BC 的解析式；
- (2) 求抛物线解析式及顶点坐标；
- (3) 点 M 是 $\odot A$ 上一动点 (不同于 O, B)，过点 M 作 $\odot A$ 的切线，交 y 轴于点 E ，交直线 l 于点 F ，设线段 ME 长为 m ， MF 长为 n ，请猜想 mn 的值，并证明你的结论；
- (4) 若点 P 从 O 出发，以每秒 1 个单位的速度向点 B 作直线运动，点 Q 同时从 B 出发，以相同速度向点 C 作直线运动，经过 t ($0 < t \leq 8$) 秒时恰好使 $\triangle BPQ$ 为等腰三角形，请求出满足条件的 t 值。



26.案例分析

记得那是一节顺利而精彩的课，上课内容是“分数的意义”。在课的结尾，老师没有安排学生围绕知识点去小结，而是让学生在小组内、班里用分数表述一下自己这节课的学习情绪。令人难忘的是有一位学生在小组里的表述：“我把整节课的学习情绪看成单位‘1’，高兴的占了3份，即 $\frac{3}{4}$ 高兴，遗憾的占了一份，即 $\frac{1}{4}$ 遗憾。因为面对这么多的老师听课，我们班的同学一个个都正确地回答了老师的提问，展示了我们班的风采，为班级争了光，我为我们班而自豪，感到十分高兴。我之所以遗憾，是因为整堂课我一直认真思考，积极举手，许多问题又不难，但老师没有给我一次机会，我感到很遗憾……”

下课后老师找到这位同学了解情况：问：小朋友，你知道老师为什么没让你发言吗？

答：老师有可能没有看到我举手，也有可能怕我回答不准确吧，因为数学这门课我学得不太好。

问：平时课堂上，老师都叫哪些同学发言呢？

答：差不多都是成绩较好的同学。

阅读以上材料，从面向全体学生的角度对该案例进行分析

27.教学设计

阅读下面的材料：人教版小学数学六年级《正比例》

正比例

1



文具店有一种彩带，销售的数量与总价的关系如下表。

数量/m	1	2	3	4	5	6	7	8	...
总价/元	3.5	7	10.5	14	17.5	21	24.5	28	...

观察上表，回答下面的问题。

(1) 表中有哪两种量？

(2) 总价是怎样随着数量的变化而变化的？

(3) 相应的总价与数量的比分别是多少？比值是多少？

你能发现什么？

从上表可以看出，总价与数量是两种相关联的量，总价是随着数量的变化而变化的，而且总价与相应数量的比值总是一定的。

例如： $\frac{3.5}{1} = \frac{7}{2} = \frac{10.5}{3} = \dots = 3.5$

比值 3.5，实际就是彩带的单价。用式子表示它们的关系就是：

$$\frac{\text{总价}}{\text{数量}} = \text{单价}$$

像这样，两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的比值一定，这两种量就叫做**成正比例的量**，它们的关系叫做**正比例关系**。

上表中，总价和数量是成正比例的量，总价与数量成正比例关系。

如果用字母 y 和 x 表示两种相关联的量，用 k 表示它们的比值（一定），正比例关系可以用下面的式子表示：

$$\frac{y}{x} = k$$

根据材料，回答以下问题。

- (1) 针对该片段，写出教学目标。
- (2) 针对该片段，设计教学过程。

答案及解析

一、单项选择题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

1. 【答案】选 B。

【解析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数。所以 110000 用科学计数法表示为 1.1×10^5 。故本题选 B。

2. 【答案】选 C。

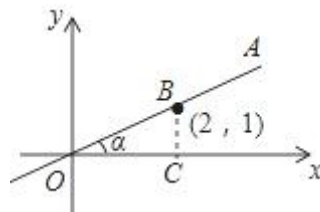
【解析】A. “打开电视，正在播放新闻节目”是随机事件，故备选项错误。B. “抛一枚硬币，正面向上的概率为 $\frac{1}{2}$ ”表示随着抛掷次数的增加，“正面向上”的频率稳定在 $\frac{1}{2}$ 附近，故本题错误。C. “抛一枚均匀的正方体骰子，朝上的点数是 6 的概率为 $\frac{1}{6}$ ”表示随着抛掷次数的增加，“抛出朝上的点数是 6”这一事件发生的频率稳定在 $\frac{1}{6}$ 附近。正确。为了解某种节能灯的使用寿命，选择抽样调查。故本选项错误。故本题选 C。

3. 【答案】选 A。

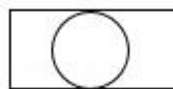
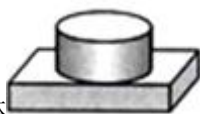
【解析】设 1 月份每辆车售价为 x 元，则 2 月份每辆车的售价为 $(x-80)$ 元，依题意得 $100x = (x-80) \times 100 \times (1+10\%)$ ，解得 $x = 880$ 。即 1 月份每辆车售价为 880 元。故本题选 A。

4. 【答案】选 C。

【解析】设 $(2,1)$ 点是 B ，作 $BC \perp x$ 轴于点 C ，则 $OC = 2$ ， $BC = 1$ ，则 $\tan \alpha = \frac{BC}{OC} = \frac{1}{2}$ 。故本题选 C。



5. 【答案】选 C。



【解析】几何体的俯视图为 ，故本题选 C。

6. 【答案】选 A。

【解析】A中原命题的逆命题是“若 $x > |y|$ ，则 $x > y$ ”，由 $x > |y| \geq y$ 可知其是真命题；B中原命题的否命题是“若 $x^2 > 1$ ，则 $x > 1$ ”，是假命题，因为 $x^2 > 1 \Leftrightarrow x > 1$ 或 $x < -1$ ；C中原命题的否命题是“若 $x \neq 1$ ，则 $x^2 - x \neq 0$ ”，是假命题；D中原命题的逆命题是“若 $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$ ，则 $a \leq b$ ”是假命题，举例： $a = 1$ ， $b = -1$ ，故本题选A。

7. 【答案】选A。

【解析】由题意知 $|BC| = 2$ ， $|AB| + |AC| = 6$ ， \therefore 点A的轨迹是以B，C为焦点的椭圆且 $2a = 6$ ， $c = 1$ ，则 $b^2 = 8$ 。所以顶点A的轨迹方程为 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1 (x \neq \pm 3)$ 。故本题选A。

8. 【答案】选C。

【解析】 \because 摸到红球的概率为 $\frac{1}{5}$ ， $\therefore \frac{2}{n+2} = \frac{1}{5}$ ，解得 $n = 8$ 。故本题选C。

9. 【答案】选B。

【解析】 $x - 4 \geq 0$ ，解得 $x \geq 4$ ，故本题选B。

10. 【答案】选A。

【解析】三角形中一个顶点到对边做垂线得到的就是高。 $\triangle ABC$ 中BC边上的高的是A选项。故本题选A。

11. 【答案】选D。

【解析】

试题分析： $\because kx^2 + 2x - 1 = 0$ 是一元二次方程， $\therefore k \neq 0$ ， \because 有两个不相等的实数根，则 $\Delta > 0$ ，则有 $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1)k > 0$ ， $\therefore k > -1$ ， $\therefore k$ 的取值范围是 $k > -1$ 且 $k \neq 0$ 。故本题选D。

12. 【答案】选A。

【解析】设原正方形的边长为 x m，依题意有： $(x-3)(x-2) = 20$ ，解得： $x = 7$ 或 $x = -2$ （不合题意，舍去），即：原正方形的边长7 m。故本题选A。

13. 【答案】选D。

【解析】《数学史概论》中指出《周髀算经》是现存的中国古代数学著作中最早的一部。故本题选D。

14. 【答案】选D。

【解析】2011年《义务教育数学课程标准》指出：数学课程资源是指应用于教与学活动中的各种资源。其中生成性资源包括：教学活动中提出的问题、学生的作品、学生学习过程

中出现的问题、课堂实录等。教育与学科专家属于社会教育资源。故本题选 D。

15. 【答案】选 C

【解析】2011 年《义务教育数学课程标准》指出：小学几何初步知识的性质是直观几何。几何累的教学需要给学生呈现直观的几何图形。故本题选 C。

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

16. 【答案】4

【解析】因为 $a=(1,-4)$, $b=(-1, x)$, $c=a+3b=(-2, 3x-4)$, 又 $a//c$, 所以 $-4+3x-8=0$, 解得 $x=4$ 。

17. 【答案】1

【解析】 $\because m+n=mn$, $\therefore (m-1)(n-1)=mn-(m+n)+1=1$ 。

18. 【答案】2

【解析】设切点为 (x_0, y_0) , 则 $y_0 = x_0 + 1$, 且 $y_0 = \ln(x_0 + a)$, 所以 $x_0 + 1 = \ln(x_0 + a)$ ①, 对 $y = \ln(x + a)$ 求导得 $y' = \frac{1}{x+a}$, 则 $\frac{1}{x_0+a} = 1 \Rightarrow x_0 + a = 1$ ②, 将②代入①可得 $x_0 = -1$ 。所以 $a = 2$ 。

19. 【答案】变化规律

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》指出：符号意识主要是指能够理解并且运用符号表示数、数量关系和变化规律；知道使用符号可以进行运算和推理，得到的结论具有一般性。建立符号意识有助于学生理解符号的使用是数学表达和进行数学思考的重要形式。

20. 【答案】知识技能

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》指出：“知识技能”既是学生发展的基础性目标，又是落实“数学思考”“问题解决”“情感态度”目标的载体。

三、解答题（本大题共 7 小题，第 21-25 题每小题 8 分，第 26、27 题每小题 10 分，共 60 分）

21. 【答案】(1) 2.3; (2) 28。

【解析】(1) 由题意得： $10a = 23$, 解得 $a = 2.3$, 答： a 的值为 2.3。

(2) 设用户水量为 x 立方米, \because 用水 22 立方米时, 水费为 $22 \times 2.3 = 50.6 < 71$, \therefore 所以 $x > 22$, $\therefore 22 \times 2.3 + (x - 22) \times (2.3 + 1.1) = 71$, 解得 $x = 28$, 答：该用户用水 28 立方米。

22. 【答案】 $\frac{800}{3}\pi \text{ cm}^2$

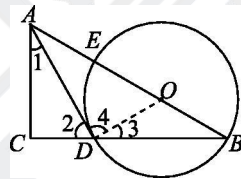
【解析】 设 $AB = R$, $AD = r$, $\therefore S = \frac{1}{3}\pi R^2 - \frac{1}{3}\pi r^2 = \frac{1}{3}\pi(R^2 - r^2) = \frac{1}{3}\pi(30^2 - 10^2)$
 $= \frac{800}{3}\pi(\text{cm}^2)$ 答：贴纸部分的面积为 $\frac{800}{3}\pi \text{ cm}^2$ 。

23. 【答案】 $\left(0, \frac{3}{4}\right]$

【解析】 由 $2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq \omega x \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$, 得 $f(x)$ 的增区间是 $\left[\frac{2k\pi - \frac{\pi}{2}}{\omega}, \frac{2k\pi + \frac{\pi}{2}}{\omega}\right]$ ($k \in \mathbf{Z}$)。因为 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上是增函数, 所以 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right] \subseteq \left[-\frac{\pi}{2\omega}, \frac{\pi}{2\omega}\right]$, 即 $-\frac{\pi}{2} \geq -\frac{\pi}{2\omega}$, $\frac{2\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2\omega}$, 所以 $\omega \in \left(0, \frac{3}{4}\right]$ 。

24. 【答案】 (1) 见解析; (2) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

【解析】(1)证明:连接 OD , $\because OB = OD$, $\therefore \angle 3 = \angle B$ 。 $\because \angle B = \angle 1$, $\therefore \angle 3 = \angle 1$ 。在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, $\therefore \angle 3 + \angle 2 = 90^\circ$, $\therefore \angle 4 = 180^\circ - (\angle 2 + \angle 3) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ 。 $\therefore OD \perp AD$ 。
 $\therefore AD$ 是 $\odot O$ 的切线。



(2) 设 $\odot O$ 的半径为 r , 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = BC \cdot \tan B = 8 \times \frac{1}{2} = 4$, $\therefore AB = 4\sqrt{5}$ 。 $\therefore OA = 4\sqrt{5} - r$ 。在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\tan \angle 1 = \tan B = \frac{1}{2}$, $\therefore CD = AC \cdot \tan \angle 1 = 2$, 根据勾股定理得:
 $AD^2 = AC^2 + CD^2 = 16 + 4 = 20$ 。在 $\text{Rt}\triangle ADO$ 中, $OA^2 = OD^2 + AD^2$, $\therefore (4\sqrt{5} - r)^2 = r^2 + 20$ 。
 解得 $r = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ 。故 $\odot O$ 的半径是 $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ 。

25. 【答案】 (1) $y = \frac{3}{4}x - \frac{15}{2}$; (2) $y = \frac{5}{24}x^2 - \frac{25}{12}x$, $\left(5, -\frac{125}{24}\right)$; (3) $mn = 25$; 见解析 (4)

见解析。

【解析】

(1) 设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$, 将 $B(10,0)$ 、 $C\left(\frac{18}{5}, -\frac{24}{5}\right)$ 坐标代入得到直线 BC 的解析式为 $y = \frac{3}{4}x - \frac{15}{2}$ 。

(2) 因为抛物线与 x 轴交于 O 、 $B(10,0)$ 两点, 设抛物线的方程为 $y = ax(x-10)$ 。代入

点 $C\left(\frac{18}{5}, -\frac{24}{5}\right)$ ，得 $-\frac{24}{5} = a \times \frac{18}{5} \times \left(-\frac{32}{5}\right)$ 。解得 $a = \frac{5}{24}$ 。所以
 $y = \frac{5}{24}x(x-10) = \frac{5}{24}x^2 - \frac{25}{12}x = \frac{5}{24}(x-5)^2 - \frac{125}{24}$ 。抛物线的顶点为 $\left(5, -\frac{125}{24}\right)$ 。

(3) 如图 2，因为 EF 切 $\odot A$ 于 M ，所以 $AM \perp EF$ ，由 $AE = AE$ ， $AO = AM$ ，可得 $Rt\triangle AOE \cong Rt\triangle AME$ ，所以 $\angle 1 = \angle 2$ 。同理， $\angle 3 = \angle 4$ 于是可得 $\angle EAF = 90^\circ$ 。所以 $\angle 5 = \angle 1$ 。由 $\tan \angle 5 = \tan \angle 1$ ，得 $\frac{MA}{MF} = \frac{ME}{MA}$ 。所以 $ME \cdot MF = MA^2$ ，即 $mn = 25$ 。

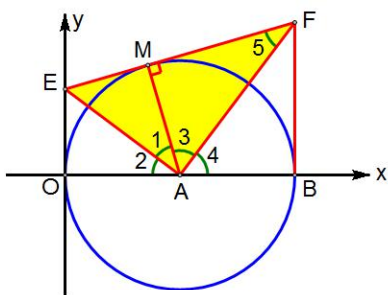


图 2

(4) 在 $\triangle BPQ$ 中， $\cos \angle B = \frac{4}{5}$ ， $BP = 10 - t$ ， $BQ = t$ 。分三种情况讨论等腰三角形 BPQ ：

① 如图 3，当 $BP = BQ$ 时， $10 - t = t$ 解得 $t = 5$ 。

② 如图 4，当 $PB = PQ$ 时， $\frac{1}{2}BQ = BP \cos \angle B$ 。解方程 $\frac{1}{2}t = \frac{4}{5}(10 - t)$ ，得 $t = \frac{80}{13}$ 。

③ 如图 5，当 $PQ = BQ$ 时， $\frac{1}{2}BP = BQ \cos \angle B$ 。解方程 $\frac{1}{2}(10 - t) = \frac{4}{5}t$ ，得 $t = \frac{50}{13}$ 。

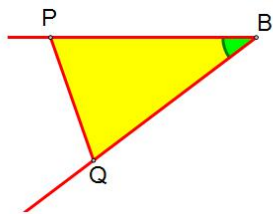


图 3

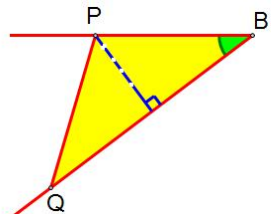


图 4

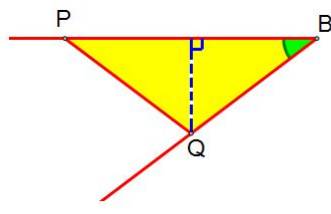


图 5

26. 【参考答案】

《义务教育数学课程标准（2011 年版）》指出：数学课程应致力于实现义务教育阶段的培养目标，要面向全体学生，适应学生个性发展的需要，使得：人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展。

但是老师上课提问成绩好的学生是我们数学课堂中存在的普遍现象。我们的数学课堂教学如何来面向全体学生呢？只有最大限度地尊重个体，才有可能真正面向全体，这样的道理已

经很难在传统的教学组织形式下得以落实。所以需要遵循新课程标准的理念，让学生真正成为学习的主人。引导学生在课上积极思考，开展小组合作交流，让学生的个人想法在小组内得到展示，在小组内得到表现。

27. 【参考答案】

(1) 教学目标：

①知识与技能目标：初步认识正比例，理解和掌握正比例的性质。

②过程与方法目标：在自主探究，合作交流中理解和掌握正比例的性质，提高学生观察能力以及对知识的运用能力和总结能力。

③情感、态度与价值观目标：激发学生学习数学的兴趣，体验数学与生活密切联系，增加学生对生活的热爱。

(2) 教学过程：

(一) 创设情景

实验导入，学生分为六人一组，每组分发实验器材（6个相同的玻璃杯，1把尺子，1桶水，）和一张实验报告单（水的体积与高度的统计表），小组合作完成实验单的内容填写。

根据上面统计表，小组讨论：它有哪几种量呢？体积和高度这两种量有变化吗？

(二) 探究新知

进行提问：每个水柱的底面积有什么关系？

学生独立计算底面积，通过计算会发现，底面积不变的，引导学生体会到体积和高度的比值就是底面积。

教师提出问题：上面三个量中，哪种是变化的量，哪种是不变的量？体积和高度这两种变化的量具有什么特征？

学生讨论，小组派代表起来回答两个问题，同学之间先进行评价，然后由我进行总结评价，成正比例的量，正比例关系。

教师提出问题：如果表中第一种变化的量用 x 表示，第二种变化的量用 y 表示，不变的量（即定量）用 k 表示，如何用字母表示成正比例的两种相关联的量与定量的关系。

学生通过讨论，可能有以下结果： $\frac{y}{x} = k$ ， $y = kx$ 。

最后跟学生一起回顾成正比例的量的特征：一个量增加，另一个量随着增加。一个量减少，另一个量随着减少。两种量的比值一定。

(三) 巩固练习；

接下来 我来引导学生一起回答书中 45 页的表格下的题作为学生课堂练习，请同学们举手回答，2-3 位同学回答问题后我会进行及时讲解。

（四）课堂小结

同学们掌握本节课的知识后，我将想同学提问他们收获了什么，由同学自主总结本节课所学习的内容。

（五）布置作业

为了巩固基础知识，我将 46 页做一做设置为作业的必做部分，选做部分设置为生活中成正比例的量的积累。



教师招聘考试小学数学学科模拟题

总分：100分 考试时间：120分钟

一、单项选择题（本大题共15小题，每小题2分，共30分）

1. $-\frac{1}{3}$ 的相反数是（ ）

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

2. 为了了解某校学生对篮球、足球、羽毛球、乒乓球、网球等五类的喜爱，小李采用了抽样调查，在绘制扇形图时，由于时间仓促，还有足球、网球等信息还没有绘制完成，如图所示，根据图中的信息，这批被抽样调查的学生最喜欢足球的人数不可能是（ ）

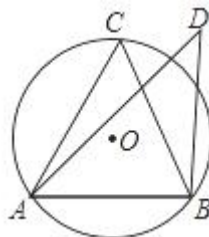


- A. 100人 B. 200人 C. 260人 D. 400人

3. 某村原有林地 108 公顷，旱地 54 公顷，为保护环境，需把一部分旱地改造为林地，使旱地面积占林地面积的 20%。设把 x 公顷旱地改为林地，则可列方程（ ）

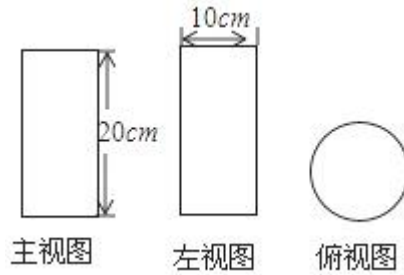
- A. $54 - x = 20\% \times 108$ B. $54 - x = 20\%(108 + x)$
C. $54 + x = 20\% \times 162$ D. $108 - x = 20\%(54 + x)$

4. 如图，若锐角 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，点 D 在 $\odot O$ 外（与点 C 在 AB 同侧），则下列三个结论：① $\sin \angle C > \sin \angle D$ ；② $\cos \angle C > \cos \angle D$ ；③ $\tan \angle C > \tan \angle D$ 中，正确的结论为（ ）



- A. ①② B. ②③ C. ①②③ D. ①③

5. 某商品的外包装盒的三视图如图所示，则这个包装盒的体积是（ ）



- A. $200\pi \text{ cm}^3$ B. $500\pi \text{ cm}^3$ C. $1000\pi \text{ cm}^3$ D. $2000\pi \text{ cm}^3$

6. “ $\frac{1}{x} > 1$ ”是“ $e^{x-1} < 1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

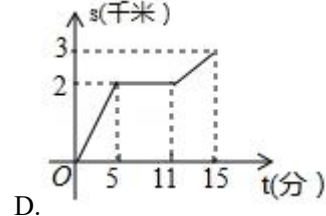
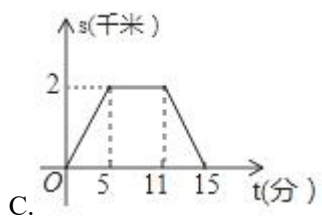
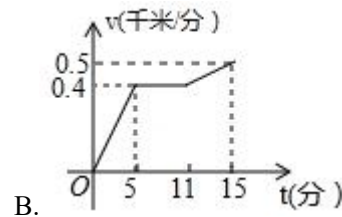
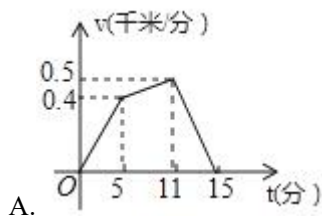
7. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的一个焦点为 $(2,0)$, 则 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

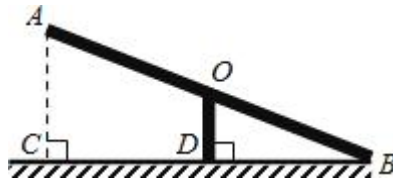
8. 下列事件发生的概率为 0 的是 ()

- A. 射击运动员只射击 1 次, 就命中靶心。
B. 任取一个实数 x , 都有 $|x| \geq 0$ 。
C. 画一个三角形, 使其三边的长分别为 8 cm, 6 cm, 2 cm。
D. 抛掷一枚质地均匀且六个面分别刻有 1 到 6 的点数的正方体骰子, 朝上一面的点数为 6。

9. 小刚以 400 米/分的速度匀速骑车 5 分, 在原地休息了 6 分, 然后以 500 米/分的速度骑回出发地. 下列函数图象能表达这一过程的是 ()



10. 如图, 跷跷板 AB 的支柱 OD 经过它的中点 O , 且垂直于地面 BC , 垂足为 D , $OD = 50 \text{ cm}$, 当它的一端 B 着地时, 另一端 A 离地面的高度 AC 为 ()



- A. 25 cm B. 50 cm C. 75 cm D. 100 cm

11. 若关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 - 2x + 2 = 0$ 有实数根，则整数 a 的最大值为 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

12. 设 x_1, x_2 是方程 $x^2 + 5x - 3 = 0$ 的两个根，则 $x_1^2 + x_2^2$ 的值是 ()

- A. 19 B. 25 C. 31 D. 30

13. 世界上第一个把 π 计算到 $3.1415926 < \pi < 3.1415927$ 的数学家是 ()

- A. 刘徽 B. 祖冲之 C. 阿基米德 D. 卡瓦列利

14. 学生的数学学习活动应是一个 () 的过程。

- A. 生动活泼的，主动的和富有个性
 B. 生动活泼的，主动的和被动的
 C. 生动活泼的，被动的和富有个性
 D. 生动活泼的，主动的和有趣

15. 评价要关注学习的结果，也要关注学习的 ()

- A. 成绩 B. 目的 C. 过程 D. 努力程度

二、填空题 (本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分)

16. 已知非零向量 a, b ，满足 $|a| = |b| = |a + b|$ ，则 a 与 $2a - b$ 夹角的余弦值为_____。

17. 一系列单项式： $-x^2, 3x^3, -5x^4, 7x^5, \dots$ ，按此规律排列，则第 7 个单项式为_____。

18. 设曲线 $f(x) = ax - \ln(x+1)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与 $y = \frac{1}{2}x$ 平行，则 $a =$ _____。

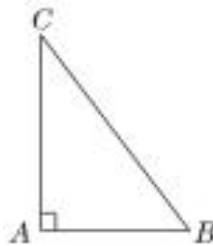
19. 在第三学段中，应把_____作为探索活动的自然延续和必要发展，使学生知道合情推理与演绎推理是相辅相成的两种推理形式。

20. 在数学课程中，应当注重发展学生的数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力和模型思想。为了适应时代发展对人才培养的需要，数学课程还要特别注重发展学生的_____和创新意识。

三、解答题（本大题共 7 小题，第 21-25 题每小题 8 分，第 26、27 题每小题 10 分，共 60 分）

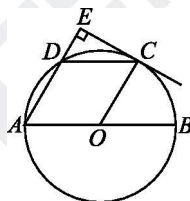
21. 小明想从“天猫”某网店购买计算器，经查询，某品牌 A 号计算器的单价比 B 型号计算器的单价多 10 元，5 台 A 型号的计算器与 7 台 B 型号的计算器的价钱相同，问 A、B 两种型号计算器的单价分别是多少？

22. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ， $\angle A = 90^\circ$ ，把 $Rt\triangle ABC$ 绕直线 AC 旋转一周得到一个圆锥，其表面积为 S_1 ，把 $Rt\triangle ABC$ 绕直线 AB 旋转一周得到另一个圆锥，其表面积为 S_2 。求 S_1 、 S_2 的值。



23. 求函数 $y = 3 - 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的最大值，及取得最大值时 x 的值。

24. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 、 D 为半圆 O 的三等分点，过点 C 作 $CE \perp AD$ ，交 AD 的延长线于点 E 。



- (1) 求证： CE 为 $\odot O$ 的切线；
- (2) 判断四边形 $AOCD$ 是否为菱形，并说明理由。

25. 在平面直角坐标系中，抛物线 $y = x^2 - (m+n)x + mn$ ($m > n$) 与 x 轴相交于 A 、 B 两点（点 A 位于点 B 的右侧），与 y 轴相交于点 C 。

- (1) 若 $m = 2$ ， $n = 1$ ，求 A 、 B 两点的坐标；
- (2) 若 A 、 B 两点分别位于 y 轴的两侧， C 点坐标是 $(0, -1)$ ，求 $\angle ACB$ 的大小；

26. 案例分析

场景 1

一位教师在教学“两位数减一位数的退位减法”一课时，在学生根据情境列出 $16 - 7$ 这样一个算式之后，马上让同学们以小组为单位，讨论应该怎样计算 $16 - 7$ 。

场景 2

某校四年级六班有 56 名同学，老师在教学实践活动课“秋游计划”一课时，在让学生合作制订购买秋游所需物品及所需钱数之后，又设计了一个活动——乘车与买门票。“一辆大客车可坐 50 人，每辆 300 元；一辆中型客车可坐 30 人，每辆 200 元。个人票每人 10 元，团体票每人 8 元(10 人为一组)。”让学生根据教师提供的这些数据，讨论交流应该怎样租车、怎样购买门票比较合理（在第二次合作学习时，有的学生在继续计算买哪些吃的更好，有的在互相玩计算器）。

场景 3

一位教师在教学二年级数学课“克和千克”一课时，让小组合作称自己感兴趣的東西。在小组汇报时，有一个学生说：“我称的是竖笛，它的重量是 8 克。”老师问道：“是 8 克吗？”坐在旁边的学生提醒了一下：“它的重量是 85 克。”这名学生终于说出了合理的答案。

阅读上面的材料，回答下面的问题：

场景 1 的合作缺少了什么？

场景 2 在第二次合作学习时，有的学生在继续计算买哪些吃的更好，有的在互相玩计算器的主要原因是什么？

场景 3 中为什么会出现第一次说是 8 克而第二次说是 85 克的情况呢？

27. 教学设计

阅读下面的材料：人教版小学数学六年级《正比例》

正比例

1



文具店有一种彩带，销售的数量与总价的关系如下表。

数量/m	1	2	3	4	5	6	7	8	...
总价/元	3.5	7	10.5	14	17.5	21	24.5	28	...

观察上表，回答下面的问题。

(1) 表中有哪两种量？

(2) 总价是怎样随着数量的变化而变化的？

(3) 相应的总价与数量的比分别是多少？比值是多少？

你能发现什么？

从上表可以看出，总价与数量是两种相关联的量，总价是随着数量的变化而变化的，而且总价与相应数量的比值总是一定的。

例如： $\frac{3.5}{1} = \frac{7}{2} = \frac{10.5}{3} = \dots = 3.5$

比值 3.5，实际就是彩带的单价。用式子表示它们的关系就是：

$$\frac{\text{总价}}{\text{数量}} = \text{单价}$$

像这样，两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的比值一定，这两种量就叫做**成正比例的量**，它们的关系叫做**正比例关系**。

上表中，总价和数量是成正比例的量，总价与数量成正比例关系。

如果用字母 y 和 x 表示两种相关联的量，用 k 表示它们的比值（一定），正比例关系可以用下面的式子表示：

$$\frac{y}{x} = k$$

根据材料，回答以下问题。

- (1) 针对该片段，写出教学目标。
- (2) 针对该片段，设计教学过程。

答案及解析

一、单项选择题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

1. 【答案】选 A。

【解析】如果两个数只有符号不同，我们称其中一个数为另一个数的相反数，特别地，0 的相反数还是 0。因此， $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 $\frac{1}{3}$ 。故本题选 A。

2. 【答案】选 D。

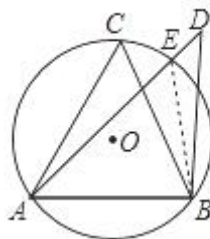
【解析】根据题意得： $320 \div 32\% = 1000$ （人），喜欢羽毛球的人数为 $1000 \times 15\% = 150$ （人），喜欢篮球的人数为 $1000 \times 25\% = 250$ （人）， \therefore 喜欢足球、网球的总人数为 $1000 - 320 - 250 - 150 = 380$ （人），这批被抽样调查的学生最喜欢足球的人数不可能是 400 人。故本题选 D。

3. 【答案】选 B。

【解析】设把 x 公顷旱地改为林地，根据题意可得方程： $54 - x = 20\%(108 + x)$ 。故本题选 B。

4. 【答案】选 D。

【解析】如图，连接 BE，根据圆周角定理，可得 $\angle C > \angle AEB$ ， $\angle AEB = \angle D + \angle DEB$ ， $\therefore \angle AEB > \angle D$ ， $\therefore \angle C > \angle D$ ，根据锐角三角形函数的增减性，可得 $\sin \angle C > \sin \angle D$ ，故①正确； $\cos \angle C < \cos \angle D$ ，故②错误； $\tan \angle C > \tan \angle D$ ，所以③正确。故本题选 D。



5. 【答案】选 B。

【解析】根据图示，可得商品的外包装盒是底面直径为 10 cm，高为 20 cm 的圆柱， \therefore 这个包装盒的体积是 $\pi(10 \div 2)^2 \times 20 = 500\pi$ （ cm^3 ）。故本题选 B。

6. 【答案】选 A。

【解析】 $\because \frac{1}{x} > 1$ ， $\therefore x \in (0, 1)$ ， $\because e^{x-1} < 1$ ， $\therefore x < 1$ 。 $\therefore \frac{1}{x} > 1$ 是 “ $e^{x-1} < 1$ ” 的充分

不必要条件。故本题选 A。

7. 【答案】选 C。

【解析】设 $a > 0$ ，因为椭圆 C 的一个焦点为 $(2,0)$ ，所以 $c = 2$ ，所以 $a^2 = 4 + 4 = 8$ ，所以 $a = 2\sqrt{2}$ ，所以椭圆 C 的离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 。故本题选 C。

8. 【答案】选 C。

【解析】由三角形的任意两边之和大于第三边，可得 C 选项中三边 8 cm，6 cm，2 cm 不可能组成三角形，故画这样一个三角形是不可能的，因此该事件发生的概率为 0。故本题选 C。

9. 【答案】选 C。

【解析】由题意得：以 400 米/分的速度匀速骑车 5 分，路程随时间匀速增加；在原地休息了 6 分，路程不变；以 500 米/分的速度骑回出发地，路程逐渐减少。故本题选 C。

10. 【答案】选 D。

【解析】因为 O 是 AB 的中点， OD 垂直于地面， AC 垂直于地面， $\therefore OD$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线。 $\therefore AC = 2OD = 2 \times 50 = 100$ cm。故本题选 D。

11. 【答案】选 B。

【解析】 \because 关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 - 2x + 2 = 0$ 有实数根， $\therefore \Delta = (-2)^2 - 8(a-1) \geq 0$ ， $a \neq 1$ ，解得 $a \leq \frac{3}{2}$ 且 $a \neq 1$ ， \therefore 整数 a 的最大值为 0。故本题选 B。

12. 【答案】选 C。

【解析】 $\because x_1, x_2$ 是方程 $x^2 + 5x - 3 = 0$ 的两个根，由韦达定理得到 $x_1 + x_2 = -5$ ， $x_1 x_2 = -3$ ， $\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 31$ 。故本题选 C。

13. 【答案】选 A。

【解析】数学史中指出刘徽是世界上第一个把 π 计算到 $3.1415926 < \pi < 3.1415927$ 的数学家。故本题选 A。

14. 【答案】选 A。

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 版）》指出：学生的数学学习活动应是一个生动活泼的，主动的和富有个性。故本题选 A。

15. 【答案】选 C。

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 版）》指出：评价要关注学习的结果，也要关注

学习的过程。故本题选 A。

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

16. 【答案】 $\frac{5\sqrt{7}}{14}$

【解析】因为非零向量 a, b 满足 $|a|=|b|=|a+b|$ ，所以
 $|a|^2=|b|^2=|a+b|^2 \Rightarrow a \cdot b = -\frac{1}{2}a^2 = -\frac{1}{2}b^2$ ， $\therefore a \cdot (2a-b) = 2a^2 - a \cdot b = \frac{5}{2}a^2$ ， $|2a-b| =$

$$\sqrt{(2a-b)^2} = \sqrt{7}|a|，\text{所以 } \cos\langle a, 2a-b \rangle = \frac{a \cdot (2a-b)}{|a| \cdot |2a-b|} = \frac{5\sqrt{7}}{14}。$$

17. 【答案】 $-13x^8$

【解析】第 7 个单项式的系数为 $-(2 \times 7 - 1) = -13$ ， x 的指数为 8，所以，第 7 个单项式为 $-13x^8$ 。

18. 【答案】 $a=1$

【解析】 $f'(x) = a - \frac{1}{x+1}$ ，由题意得 $f'(1) = \frac{1}{2}$ ，即 $a - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1$ 。

19. 【答案】 证明

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》指出在第三学段中，应把证明作为探索活动的自然延续和必要发展，使学生知道合情推理与演绎推理是相辅相成的两种推理形式。

20. 【答案】 应用意识

【解析】在数学课程中，应当注重发展学生的数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力和模型思想。为了适应时代发展对人才培养的需要，数学课程还要特别注重发展学生的应用意识和创新意识。

三、解答题（本大题共 7 小题，第 21-25 题每小题 8 分，第 26、27 题每小题 10 分，共 60 分）

21. 【答案】 A 型 35 元，B 型 25 元。

【解析】设 A 号计算器的单价为 x 元，则 B 型号计算器的单价是 $(x-10)$ 元，根据题意得：
 $5x = 7(x-10)$ ，解得 $x = 35$ 。所以 $35 - 10 = 25$ （元）答：A 号计算器的单价为 35 元，则 B 型号计算器的单价是 25 元。

22. 【答案】 $S_1: S_2 = 2:3$

【解析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $\therefore BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ， \therefore

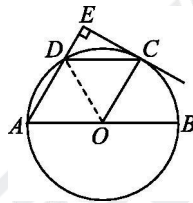
绕 AC 旋转一周圆锥的表面积为： $S_1 = \pi \times 3^2 + \pi \times 3 \times 5 = 24\pi$ ；绕 AB 旋转一周圆锥的表面积
 $S_2 = \pi \times 4^2 + \pi \times 4 \times 5 = 36\pi$ 。∴ $S_1 : S_2 = 2:3$ 。

23. 【答案】5, $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$

【解析】函数 $y = 3 - 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的最大值为 $3 + 2 = 5$ ，此时 $x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$ ，即
 $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$ 。

24. 【答案】(1) 见解析；(2) 是菱形；理由见解析

【解析】(1) 证明：如图，连接 OD ，∵ 点 C, D 为半圆 O 的三等分点，∴
 $\angle AOD = \angle COD = \angle COB = 60^\circ$ 。∵ $OA = OD$ ，∴ $\triangle AOD$ 为等边三角形，∴ $\angle DAO = 60^\circ$ ，∴
 $AE \parallel OC$ 。∵ $CE \perp AD$ ，∴ $CE \perp OC$ ，∴ CE 为 $\odot O$ 的切线。



(2) 四边形 $AOCD$ 为菱形。∵ $OD = OC$ ， $\angle COD = 60^\circ$ ，∴ $\triangle OCD$ 为等边三角形，∴
 $CD = CO$ 。同理： $AD = AO$ 。∵ $AO = CO$ ，∴ $AD = AO = CO = DC$ ，∴ 四边形 $AOCD$ 为菱
 形。

25. 【答案】(1) $A(2,0), B(1,0)$ ；(2) $\angle ACB = 90^\circ$

【解析】(1) 由 $y = x^2 - (m+n)x + mn (m > n) = (x-m)(x-n)$ ，且 $m > n$ ，点 A 位于点 B
 的右侧，可知 $A(m,0), B(n,0)$ 。若 $m = 2, n = 1$ ，那么 $A(2,0), B(1,0)$ 。

(2) 如图 1，由于 $C(0, mn)$ ，当点 C 的坐标是 $(0, -1)$ ， $mn = -1, OC = 1$ 。若 A, B 两点
 分别位于 y 轴的两侧，那么 $OA \cdot OB = m(-n) = -mn = 1$ 。所以 $OC^2 = OA \cdot OB$ 。所以 $\frac{OC}{OA} = \frac{OB}{OC}$ 。
 所以 $\tan \angle 1 = \tan \angle 2$ 。所以 $\angle 1 = \angle 2$ 。又因为 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 互余，所以 $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互余。所以
 $\angle ACB = 90^\circ$ 。

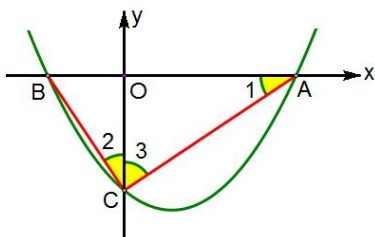


图 1

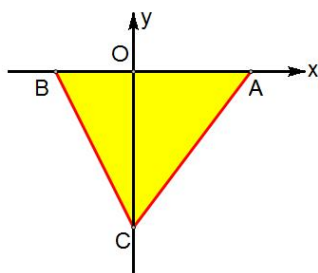


图 2

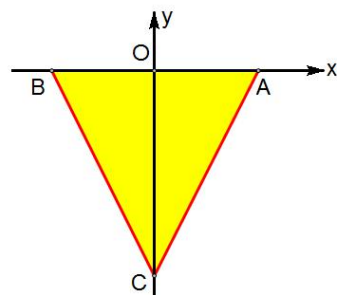


图 3

26. 【参考答案】

《义务教育数学课程标准（2011年版）》指出：“教师应激发学生的学习积极性，向学生提供充分从事数学活动的机会，帮助他们在自主探索和合作交流的过程中真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法，获得广泛的数学活动经验。”，于是与其相适应的教学组织形式——小组合作学习，被越来越多地引入课堂。合作交流成了学生学习数学的重要方式。这样的学习方式充分体现了教学民主，给予了学生更多自由活动的时间和相互交流的机会。但是“合作”必须建立在学生个体“需要”的基础之上，只有学生经过独立思考，有了交流的需要，再开展合作学习才是有价值的、有成效的。

场景 1 中，由于学生没有独立思考的时间，也缺少合作交流的愿望，尽管教师安排让学生进行合作学习，但由于时机把握得不好，不可能达到合作学习的目的。

场景 2 中，学生第二次合作学习的效果不会理想，有的学生会继续计算买哪些吃的更好，有的会互相玩计数器。出现这种现象的主要原因是第二次合作学习的时机不当，大多数学生仍然沉浸在第一次合作学习的情境之中，因而降低了学习效率。

场景 3 中，为什么会出现第一次说是 8 克而第二次说是 85 克的情况呢？因为二年级的学生无法通过常识来判断自己汇报的数据是否正确，那么他的数据的惟一来源就是测量的结果。之所以出现这样的错误，可能是因为小组里没有人做记录。这不仅涉及到对测量数据的严谨科学态度的养成问题，更在于小组里没有明确的分工，因而也就没有真正意义上的合作。这样一来，合作学习真正的价值就被抹杀了。

27. 【参考答案】

（1）教学目标：

①知识与技能目标：初步认识正比例，理解和掌握正比例的性质。

②过程与方法目标：在自主探究，合作交流中理解和掌握正比例的性质，提高学生观察能力以及对知识的运用能力和总结能力。

③情感、态度与价值观目标：激发学生学习数学的兴趣，体验数学与生活密切联系，增加学生对生活的热爱。

(2) 教学过程：

(一) 创设情景

教师采取实验导入法，学生分为六人一组，每组分发实验器材（6个相同的玻璃杯，1把尺子，1桶水，）和一张实验报告单（水的体积与高度的统计表），小组合作完成实验单的内容填写。

提问问题：体积与高度是怎样的关系，根据上面统计表，小组讨论：它有哪些量呢？体积和高度这两种量有变化吗？

(三) 探究新知

在导入的基础上，统计表下加一项：水杯的底面积。

对学生进行提问：问题一，每个水柱的底面积有什么关系？

学生通过计算会发现，底面积不变的，

接下来，教师引导学生体会到体积和高度的比值就是底面积。

同学们再次观察统计表，小组讨论：现在统计表中有哪几种量？哪种是变化的量，哪种是不变的量？体积和高度这两种变化的量具有什么特征？

学生讨论回答后，教师给予评价。

教师提出问题：如果表中第一种变化的量用 x 表示，第二种变化的量用 y 表示，不变的量（即定量）用 k 表示，用字母表示成正比例的两种相关联的量与定量的关系。

学生可能会得出结论： $k = \frac{y}{x}$ ， $y = kx$ 等。

接下来全班交流：根据正比例的意义以及正比例关系的式子，想一想，成正比例的量必须具备哪些条件？

最后跟学生一起回顾成正比例的量的特征：一个量增加，另一个量随着增加。一个量减少，另一个量随着减少。两种量的比值一定。

(三) 巩固练习；

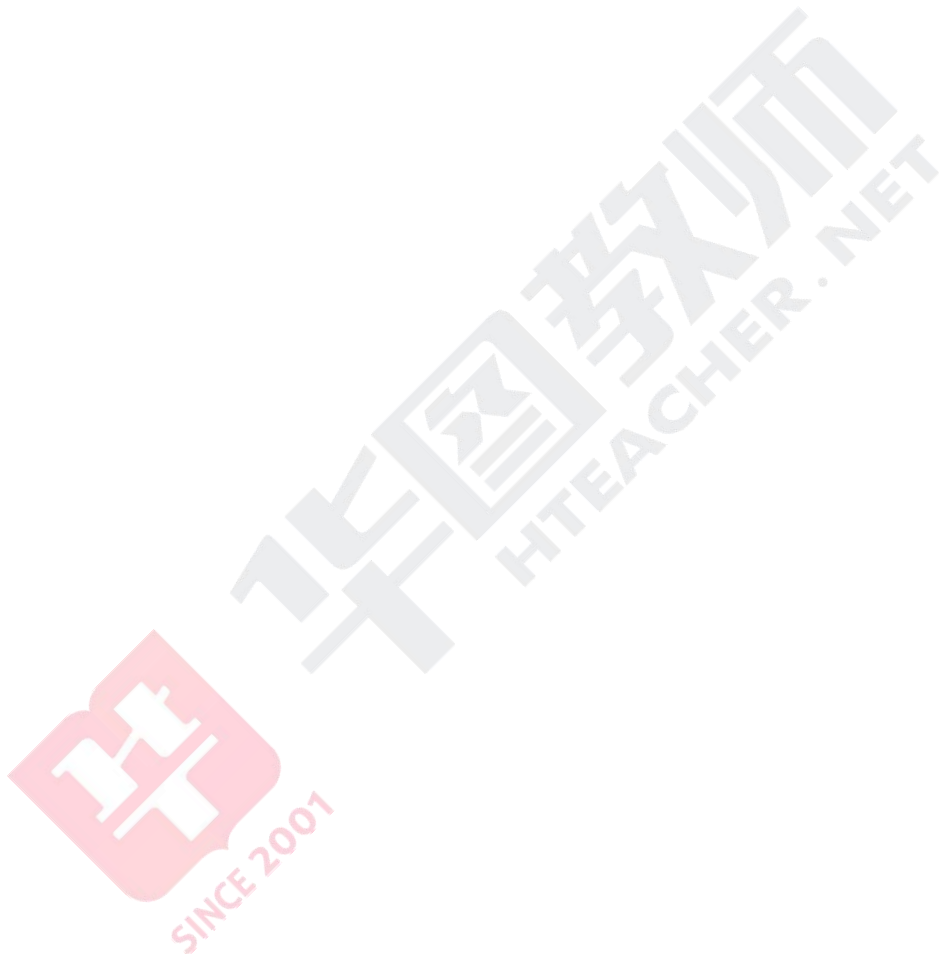
引导学生一起回答书中 45 页的表格下的题作为学生课堂练习。

(四) 课堂小结

学生自主总结本节课所学习的内容，教师给予补充评价！

(五) 布置作业

寻找生活中成正比例的量。



教师招聘考试小学数学学科模拟题

总分：100分 考试时间：120分钟

一、单项选择题（共10小题，每小题3分，共30分）

1. 淘气走了一段路的 $\frac{1}{5}$ ，笑笑走了另一段路的 $\frac{1}{6}$ ，两人所走的路相比（ ）

- A. 淘气多 B. 笑笑多 C. 同样多 D. 无法比较

2. 下列各数中，属于无理数的是（ ）

- A. $\frac{3}{2}$ B. 0 C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\sqrt[3]{8}$

3. 已知 $x=1$ 是不等式 $(x-5)(ax-2) > 0$ 的解，且 $x=2$ 不是这个不等式的解，则实数 a 的取值范围是（ ）

- A. $a > 1$ B. $1 < a < 2$ C. $1 < a \leq 2$ D. $1 \leq a < 2$

4. 若二次函数 $y = |m|x^2 + nx + c$ 的图像经过 $A(a, b)$, $B(0, y_1)$, $C(5-a, b)$, $D(\sqrt{2}, y_2)$,

$E(3, y_3)$ ，则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是（ ）

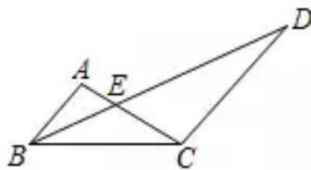
- A. $y_2 < y_3 < y_1$ B. $y_3 < y_2 < y_1$ C. $y_1 < y_2 < y_3$ D. $y_1 < y_3 < y_2$

5. 对于实数 a, b ，定义符号 $\min\{a, b\}$ ，其意义为：当 $a \geq b$, $\min\{a, b\} = b$ ；当 $a < b$, $\min\{a, b\} = a$ ，若关于 x 的函数 $y = \min\{2x-1, -x+5\}$ ，则该函数的最大值为（ ）

- A. 2 B. 3 C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 E 是线段 AC 上一点， $AE:CE = 1:2$ ，过点 C 作 $CD \parallel AB$ 交 BE 的延长线于点 D ，若 $\triangle ABE$ 的面积等于 4，则 $\triangle BCD$ 的面积等于（ ）

- A. 8 B. 16 C. 24 D. 32



7. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 a, b, c ，且 $M = (a+b+c)(a+b-c)(a-b-c)$ ，那么（ ）

- A. $M > 0$ B. $M \geq 0$ C. $M = 0$ D. $M < 0$

8.《义务教育数学课程标准（2011年版）》在课程性质中指出，义务教育阶段的数学课程是培养公民素质的基础课程，具有基础性、普及性和（ ）

- A.创新性 B.理论性 C.实践性 D.发展性

9.《义务教育数学课程标准（2011年版）》在课程标准中指出，义务教育数学课程目标分为总目标与学段目标，其中总目标是从知识技能、（ ）、问题解决和情感态度四个方面具体阐述。

- A.数学思考 B.过程与方法 C.思想方法 D.活动经验

10.《义务教育数学课程标准（2011年版）》提出，应当注重发展学生的数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析概念、运算能力、推理能力和（ ）

- A.探究性学习 B.合作交流 C.模型思想 D.综合与实践

二、填空题（共5小题，每小题2分，共10分）

11.某商店1月份盈利2400元，3月份的盈利达到3456元，且从1月到3月每月盈利的平均增长率都相同，则每月盈利的平均增长率为_____。

12.2019女排世界杯于9月14至29日在日本举行，赛制为单循环比赛（即每两个队之间比赛一场），一共比赛66场，中国女排以全胜成绩卫冕世界杯冠军，为国庆70周年献上大礼，则中国队在本界世界杯比赛中连胜_____场。

13.不透明的口袋中有除颜色外其他均相同的红、白、黑小球共计120个，玲玲通过多次摸球试验后发现，摸到红球和黑球的概率稳定在50%和30%，那么口袋中白球的个数极有可能是_____个。

14.有四个数，每次选取其中三个数，算出它们的平均数，再加上另外一个数，用这样的方法计算了四次，分别得到以下四个数：22、25、34、39，那么原来的四个数中最大的一个数是_____。

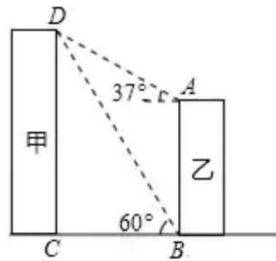
15.陈老师在晚上为学生们讲数学故事，他发现故事开始时挂钟的时针和分针恰好成 90° 角，这时是七点多；故事结束时两针也是恰成 90° ，这时是八点多，他还发现讲故事当中，两针成 90° 角的有趣图形还出现过一次，那么陈老师讲故事所用的时间是_____。（答案四舍五入到半分钟，例如3小时17分钟18秒 \approx 3小时17.5分，3小时17分21秒 \approx 3小时17分）

三、解答题（共4小题，16题3分，17-19题每小题9分，共30分）

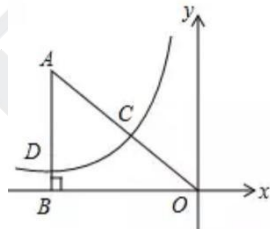
16.先化简，再求值： $\frac{x^2 + 4x + 4}{x + 1} \div \left(\frac{3}{x + 1} - x + 1 \right)$ ，其中 $x = \sin 30^\circ + 2^{-1} + \sqrt{4}$ 。

17.为了节约能源，鼓励居民错开用电高峰，安装分时电表的居民实行峰谷电价，收费标准如下：峰时（8:00~21:00）每千瓦时电价 0.55 元，谷时（21:00~次日 8:00）每千瓦时电价 0.35 元，李华加 4 月份一共用电 300 千瓦时，缴电费 125 元，他家 4 月份峰时、谷时各用电多少千瓦时？

18.如图，某小区有甲、乙两座楼房，楼间距 BC 为 50 米，在乙楼顶部 A 点测得甲楼顶部 D 点的仰角为 37° ，在乙楼底部 B 点测得甲楼顶部 D 点的仰角为 60° ，则甲、乙两楼的高度为多少？（结果精确为 1 米， $\sin 37^\circ \approx 0.60, \cos 37^\circ \approx 0.80, \tan 37^\circ \approx 0.75, \sqrt{3} \approx 1.73$ ）



19.如图，在平面直角坐标系中， O 为坐标原点， $\triangle ABO$ 的边 AB 垂直于 x 轴，垂足为点 B ，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图像经过 AO 的中点 C ，交 AB 于点 D ，若点 D 的坐标为 $(-4, n)$ ，且 $AD=3$ 。



(1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的表达式；

(2) 求经过 C 、 D 两点的直线所对应的函数解析式；

(3) 设点 E 是线段 CD 上的动点（不与点 C 、 D 重合），过点 E 且平行 y 轴的直线 l 与反比例函数的图像交于点 F ，求 $\triangle OEF$ 面积的最大值。

四、案例分析（共 10 分）

在“异分母分数加减法”的课后作业中，有的学生出现这样的错误： $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$ 。


(1) 请分析导致错误的原因；

(2) 针对错误原因，给出你的教学建议。

五、教案设计（共 20 分）


以下是义务教育课程标准试验教科书（人教版）六年级上册关于“分数除以整数”的教学内容，请阅读并根据此回答后面的问题。

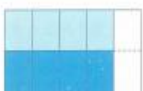
1 把一张纸的 $\frac{4}{5}$ 平均分成 2 份，每份是这张纸的几分之几？自己试着折一折，算一算。



把 $\frac{4}{5}$ 平均分成 2 份，就是把 4 个 $\frac{1}{5}$ 平均分成 2 份，每份是 2 个 $\frac{1}{5}$ ，就是 $\frac{2}{5}$ 。


$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$$






把 $\frac{4}{5}$ 平均分成 2 份，每份就是 $\frac{4}{5}$ 的 $\frac{1}{2}$ ，也就是 $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2}$ 。

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$



如果把这张纸的 $\frac{4}{5}$ 平均分成 3 份，每份是这张纸的几分之几？



$$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

根据上面的折纸实验和算式，你能发现什么规律？

做一做

计算下面各题。

$$\frac{9}{10} \div 3 = \frac{(\quad)}{(\quad)} \times \frac{(\quad)}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)} \quad \frac{3}{8} \div 2 = \frac{(\quad)}{(\quad)} \circ \frac{(\quad)}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

(1) 请写出该内容的教学难点，并说明教材是采用什么策略来突破难点；

(2) 教材给出的分数除以整数的两种算法中，哪一种算法更具有一般性？请简要说明理由？

答案及解析

一、单项选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 【答案】选 D。

【解析】由于两个人走的路的长度不知，因此无法根据两人所走的路程进行比较。故本题选 D。

2. 【答案】选 C。

【解析】无理数是无限不循环小数， $\frac{\pi}{3}$ 是无理数。故本题选 C。

3. 【答案】选 D。

【解析】由于 $x=1$ 是不等式 $(x-5)(ax-2)>0$ 的解，因此 $(1-5)(a-2)>0 \Rightarrow a<2$ 。由于 $x=2$ 不是这个不等式的解，因此 $(2-5)(2a-2)\leq 0 \Rightarrow a\geq 1$ ，所以 $1\leq a<2$ 。故本题选 D。

4. 【答案】选 B。

【解析】由于二次函数 $y=|m|x^2+nx+c$ 的图像经过 $A(a,b)$ ， $C(5-a,b)$ ，因此对称轴为 $x=\frac{5}{2}$ ，由于 $B(0,y_1)$ ， $D(\sqrt{2},y_2)$ ， $E(3,y_3)$ 与对称轴的距离 B 最远，E 最近，又由于 $|m|>0$ ， $y_3<y_2<y_1$ 。故本题选 B。

5. 【答案】选 B。

【解析】① 当 $2x-1\geq -x+5 \Rightarrow x\geq 2$ ， $y=-x+5$ ，当 $x=2$ 时函数值最大为 3。② $2x-1< -x+5 \Rightarrow x< 2$ ， $y=2x-1$ ，此时 $y< 3$ ，函数无最大值。因此该函数的最大值为 3。故本题选 B。

6. 【答案】选 C。

【解析】 $\because CD\parallel AB$ ， $\therefore \triangle ABE \sim \triangle CDE$ ， $\because AE:CE=1:2$ ， $\therefore \frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle CDE}}=\frac{1}{4}$ ， $\because S_{\triangle ABE}=4$ ， $\therefore S_{\triangle CDE}=16$ ， $\because AE:CE=1:2$ ， $\therefore CE=2AE$ 。由于 $\triangle BCE$ 中 CE 边上的高和 $\triangle ABE$ 中 AE 边上的高相等，所以 $\therefore S_{\triangle BCE}=2S_{\triangle ABE}$ ， $\because S_{\triangle ABE}=4$ ， $\therefore S_{\triangle BCE}=2\times 4=8$ ， $\therefore S_{\triangle BCD}=S_{\triangle CDE}+S_{\triangle BCE}=16+8=24$ 。故本题选 C。

7. 【答案】选 D。

【解析】 $\because a+b+c>0$ ， $a+b-c>0$ ， $a-b-c<0$ ， $\therefore M<0$ 。故本题选 D。

8. 【答案】选 D。

【解析】新课标课程性质中指出，义务教育阶段的数学课程是培养公民素质的基础课程，具有基础性、普及性和发展性。故本题选 D。

9. 【答案】选 A。

【解析】新课标的课程目标中明确规定，义务教育数学课程目标分为总目标与学段目标，其中总目标是从知识与技能、数学思考、问题解决和情感态度四个方面具体阐述。故本题选 A。

10. 【答案】选 C。

【解析】《义务教育新课程标准》课程内容部分指出，在数学课堂中，应当注重发展学生的数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力，推理能力和模型思想。故本题选 C。

二、填空题（共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

11. 【答案】20%。

【解析】设从 1 月到 3 月每月盈利的平均增长率为 x ，由题意得 $2400(1+x)^2 = 3456 \Rightarrow x_1 = 0.2 = 20\%$ ， $x_2 = -2.2$ （舍去）。

12. 【答案】11。

【解析】设中国队在本节世界杯比赛中连胜 x 场，则共有 $x+1$ 支队伍参加比赛，因此有 $\frac{1}{2}x(x+1) = 66 \Rightarrow x_1 = 11$ ， $x_2 = -12$ （舍去）。

13. 【答案】24。

【解析】设白球个数为 x 个，由于摸到红球和黑球的概率稳定在 50% 和 30%，因此口袋中得到白色球的概率为 $1 - 50\% - 30\% = 20\%$ ， $\therefore \frac{x}{120} = 20\% \Rightarrow x = 24$ ，即白球的个数为 24 个。

14. 【答案】28.5。

【解析】设原来的四个数为 a, b, c, d ； $\frac{a+b+c}{3} + d = 22$ ， $\frac{d+b+c}{3} + a = 25$ ， $\frac{a+d+c}{3} + b = 34$ ， $\frac{a+b+d}{3} + c = 39$ ，以上四个式子左边和左边相加=右边和右边相加；得到 $a+b+c+d = 60$ ；最大的数可以用第四个式子两边同时乘以 3，得到 $(a+b+c+d) + 2c = 39 \times 3$ ，则 c 最大，是 $(39 \times 3 - 60) \div 2 = 28.5$ 。

15. 【答案】1 小时 5.5 分。

【解析】7 点钟起两针成 90° 角的时刻大概顺次大约是 7 时 20 分，7 时 50 分，8 时 25

分母，9时等，按题意，陈老师的故事应从7时20分左右开始到8点25分左右结束，因分针每小时角速度是 360° ，时针每小时角速度是 30° ，以时针为参照物，按顺时针方向，分针从落后 90° 到领先 90° ，走一圈后又落后 90° ，分针比时针多走了 360° ，这需要时间 $360 \div (360 - 30) = 36 \div 33 = \frac{12}{11}$ 小时 ≈ 1 小时5.5分。

三、解答题（共4小题，16题3分，17-19题每小题9分，共30分）

16. 【答案】 -5。

【解析】解： $x = \sin 30^\circ + 2^{-1} + \sqrt{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 = 3$ ，

$$\text{原式} = \frac{(x+2)^2}{x+1} \div \left(\frac{4-x^2}{x+1} \right)$$

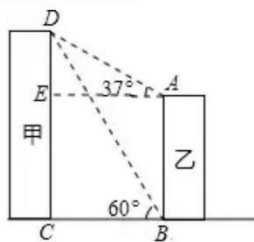
$$= -5$$

17. 【答案】 峰时100千瓦，谷时200千瓦。

【解析】设李华家4月份峰时用电 x 千瓦时，谷时用电 $300-x$ 千瓦时， $0.55x + (300-x) \times 0.35 = 125 \Rightarrow x = 100$ ， $300-x = 300-100 = 200$ ，答：他家4月份峰时用电100千瓦时，谷时用电200千瓦时。

18. 【答案】 87、49米

【解析】作 $AE \perp CD$ 于 E ，则四边形 $ABCE$ 是矩形，在 $\text{Rt} \triangle BCD$ 中， $CD = BC \cdot \tan 60^\circ = 50 \times \sqrt{3} \approx 87$ （米），在 $\text{Rt} \triangle ADE$ 中， $DE = AE \cdot \tan 37^\circ = 50 \times 0.75 \approx 38$ （米），因此 $AB = CE = CD - DE = 87 - 38 = 49$ （米），答：甲、乙两楼的高度分别为87、49米。



19. 【答案】 (1) $y = -\frac{4}{x}$; (2) $y = \frac{1}{2}x + 3$; (3) $\frac{1}{4}$ 。

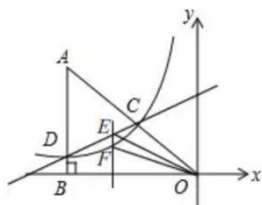
【解析】(1) 由于 $AD = 3$ ， $D(-4, n)$ ， $\therefore A(-4, n+3)$ ， $\because C$ 是 OA 的中点， $\therefore C\left(-2, \frac{n+3}{2}\right)$ ，

由于 C, D 两点在 $y = \frac{k}{x}$ 上，所以 $\begin{cases} k = -2 \times \frac{n+3}{2} \\ k = -4n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -4 \\ n = 1 \end{cases}$ ，因此反比例函数解析式为 $y = -\frac{4}{x}$ 。

(2) 由(1)知 $n = 1$ ， $\therefore C(-2, 2)$ ， $D(-4, 1)$ ，设直线 CD 的解析式为

$$y = ax + b, \therefore \begin{cases} -2a + b = 2 \\ -4a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases}, \text{ 所以直线 } CD \text{ 的解析式为 } y = \frac{1}{2}x + 3.$$

(3) 如图, 设点 $E\left(m, \frac{1}{2}m + 3\right)$, 由 (2) 知, $C(-2, 2), D(-4, 1), \therefore -4 < m < -2, \therefore EF \parallel y$ 轴交曲线 $y = -\frac{4}{x}$ 于 $F, \therefore F\left(m, -\frac{4}{m}\right), \therefore EF = \frac{1}{2}m + 3 + \frac{4}{m}, S_{\triangle OEF} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m + 3 + \frac{4}{m}\right) \times (-m)$
 $= -\frac{1}{4}(m+3)^2 + \frac{1}{4}, \therefore -4 < m < -2, \therefore m = -3$ 时面积最大, 最大值为 $\frac{1}{4}$ 。



四、案例分析 (共 10 分)

【参考答案】

(1) 在计算异分母的分数加法时, 学生混淆了异分母分数加法的计算原理, 应当是当分母一样的时候, 分子相加, 分母不变, 而不是分子分母同时相加;

(2) 教师的教学活动应当建立在学生已有的经验为基础, 面向全体学生, 注意因材施教, 在异分母加减过程中, 应当联系到已学的同分母相加减。另外, 可结合直观图讲解异分母加减原理, 便于学生直观理解。

五、教案设计 (共 20 分)

【参考答案】

(1) 教学难点: 对分数除以整数的算理理解。教材通过数形结合思想, 将除法计算转化为平均分的问题, 便于学生理解算理。

(2) 第二种算法更具有一般性, 原因在于, 如果分数的分子变成一个奇数, 把奇数分成 2 份的话, 这种算法学生不会转化, 在具体实施过程中会出现错误; 而第二种解法, 给出方法是将分数整体平均分, 当除数或者分数相应改变时, 都可以相应变换变量, 可以得出正确答案。