

2021 年 10 月自考高等数学(一)试题及答案

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前, 考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1.  $\frac{1}{\sqrt[3]{3}} =$

A.  $3^{-\frac{4}{3}}$

B.  $3^{\frac{2}{3}}$

C.  $3^{\frac{2}{3}}$

D.  $3^{\frac{4}{3}}$

2. 方程  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = 0$  的根是

A.  $x = -\frac{1}{2}$

B.  $x = 0$

C.  $x = \frac{1}{2}$

D.  $x = 1$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x+2} =$

A. -1

B. 0

C. 1

D.  $\infty$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{\sin x}} =$

A. 1

B. e

C.  $e^2$

D.  $e^3$

5. 设函数  $y = f(x)$  在点  $x = x_0$  处的导数  $f'(x_0) = 3$ , 则微分  $dy|_{x=x_0} =$

A.  $\frac{1}{3}$

B.  $\frac{1}{3}dx$

C. 3

D.  $3dx$

6. 设函数  $f(x) = (e^x - 1)(e^{3x} - 3)$ , 则  $f'(0) =$
- A. -2                      B. -1                      C. 1                      D. 2
7. 已知生产某产品  $q$  单位的总收益  $R(q) = 400q - \frac{1}{2}q^2$ , 则生产 100 单位的边际收益是
- A. 100                      B. 200                      C. 300                      D. 400
8. 设  $\int_0^x f(t) dt = x \sin x$ , 则  $f(x) =$
- A.  $\cos x - x \sin x$                       B.  $\cos x + x \sin x$   
C.  $\sin x - x \cos x$                       D.  $\sin x + x \cos x$
9. 下列反常积分收敛的是
- A.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$                       B.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$   
C.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x} dx$                       D.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$
10. 设函数  $z = \ln(x^2 + y^2 + 1)$ , 则全微分  $dz|_{(1,2)} =$
- A.  $\frac{1}{3}(dx + dy)$                       B.  $\frac{2}{3}(dx + dy)$   
C.  $\frac{1}{3}(2dx + dy)$                       D.  $\frac{1}{3}(dx + 2dy)$

### 非选择题部分

注意事项:用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、简单计算题:本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分。

11. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ 1-x, & x < 0 \end{cases}$ , 求  $f(-4)$  及  $f[f(-4)]$ .

12. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 3x}$ .

13. 求曲线  $y = x - e^{-x}$  在点  $(0, -1)$  处的切线方程.

14. 求不定积分  $\int (\sec^2 x + \frac{1}{1+x^2}) dx$ .

15. 求微分方程  $xy' - 1 = y^2$  的通解.

三、计算题:本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} - 1, & x < 0 \\ 2x + a, & x \geq 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 求常数  $a$  的值.

17. 设函数  $y = f(e^x)e^{f(x)}$ , 其中  $f(x)$  可导, 求  $y'$ .

18. 求曲线  $y = \frac{x}{x^2 - 9}$  的水平和铅直渐近线.

19. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t \tan t dt}{x^3}$ .

20. 计算定积分  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx$ .

四、综合题:本大题共 4 小题, 共 25 分。

21. (本小题 6 分)

生产某产品  $q$  公斤时总成本函数为  $C(q) = 5q + 120$  (万元), 总收益函数

$R(q) = 25q - 0.1q^2$  (万元), 问产销平衡时, 生产多少产品可获最大利润?

最大利润是多少?

22. (本小题 6 分)

计算定积分  $I = \int_0^4 \frac{x+1}{\sqrt{2x+1}} dx$ .

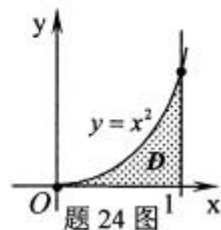
23. (本小题 6 分)

设  $z = z(x, y)$  是由方程  $\cos(x+y) - xyz + e^z = 0$  所确定的隐函数, 求偏导数  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

24. (本小题 7 分)

计算二重积分  $I = \iint_D x(e^y + 1) dx dy$ , 其中  $D$  是由  $x$  轴,  $x=1$  及

$y = x^2$  所围成的平面区域, 如图所示.



题 24 图