2020 军队文职笔试考试考前 30 分

《数学 1》

华图教育

2020 年 7 月 15 日

目 录

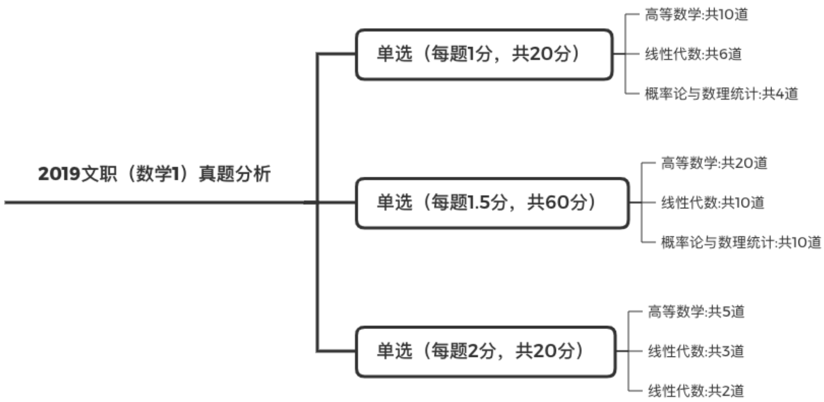
第一部分 应试必知......3
第二部分 笔试点睛......10
一、高等数学......10
二、线性代数......12
三、概率论与数理统计......13
第三部分 高频习题......15

第一部分　应试必知

2018 年开始，军队文职人员招聘面向社会统一公开招考，考试工作由全军统一组织实施，根据“发展新型力量，理顺重大比例关系”的改革要求，文职人员数量将大幅增加。从 2018 年招录 9297 人，到 2019 年招录 19523 人，可以看出招聘人数的增长趋势。为帮助有志成为军队文职人员，参加 2020 年军队文职招聘的广大考生，华图教师对数学 1 专业考试真题及考试大纲进行简要分析，以帮助大家有针对性地高效备考。

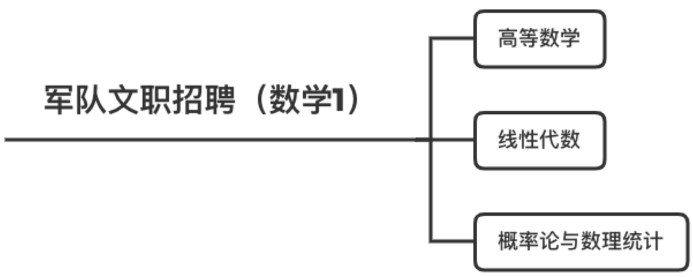
全军统一考试科目包含公共科目和专业科目，考试时间为 120 分钟，试卷分值均为 100 分。首先我们看一下 2019 年真题的考查特点：

（注：参考 19 年真题）



通过分析 2019 考试真题，可以看出，题目均以单项选择题形式呈现，题量较大，涉及面广，但都属于考试大纲的覆盖范围，选择题的形式一定程度上降低了备考难度。

备考离不开考纲的指导，下面我们分析一下考试大纲。



上图是考纲中所列要考查的内容，涉及三个模块的考查。涉及面广，结合考试真题，我们可以把握其中的考查重点。着重考查了高等数学和线性代数。

理工学类(数学 1)专业科目主要为院校、科研单位、工程技术部门从事基础研究、应用研究和教学文职人员岗位者设置，测查内容主要包括高等数学、线性代数、概率论与数理统计等。

通过以上分析，我们不难看出，真题的考查充分体现了考试大纲的要求。因此，提示广大考生，把握考试要求及重点，明确备考方向，对于不同模块的知识点，采取相应的复习策略，灵活应对。

（一）高等数学：主要测查应试者对《高等数学》中的极限、一元函数的连续性、一元函数微分学、一元函数积分学、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、多元函数积分学、无穷级数、常微分方程的基本概念与基本理论的熟知程度，运用基本概念、基本理论和基本方法正确地判断、推理和准确地计算，以及综合运用所学知识分析与解决实际问题的能力。如：

（二）线性代数：主要测查应试者对线性方程组、矩阵、行列式、向量空间的熟知程度，以及运用初等变 换求线性方程组的解、矩阵的逆、矩阵的秩、行列式的值、矩阵的相似对角化、二次型的标 准形和规范形的能力。如：

4. 极限 $\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin x)^{\frac{1}{2x}}$ 的值是（　　）。（19 真题）

A. $\frac{1}{2}e$

B. $2e$

C. $\sqrt{e}$

D. e^2

【答案】C

【解析】$\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin x)^{\frac{1}{2x}}=\lim\limits_{x\to 0}e^{\frac{1}{2x}\ln(1+\sin x)}=\lim\limits_{x\to 0}e^{\frac{\sin x}{2x}}=e^{\frac{1}{2}}$，故选 C.

34. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $\ln\sqrt{x^2+y^2}=\arctan\frac{y}{x}$ 确定，则 $\frac{dy}{dx}=$（　　）。（18 真题）

A. $\frac{x-y}{x+y}$

B. $\frac{x+y}{x-y}$

C. $\frac{y-x}{x+y}$

D. $\dfrac{x+y}{y-x}$

【答案】B

【解析】考查隐函数求导。$\ln\sqrt{x^2+y^2}=\arctan\dfrac{y}{x}$ 两边分别对于 x 求导得

$\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\dfrac{1}{2\sqrt{x^2+y^2}}(2x+2yy')=\dfrac{1}{1+\left(\dfrac{y}{x}\right)^2}\dfrac{y'x-y}{x^2}$，化简可得 $y'=\dfrac{x+y}{x-y}$，选出答案 B。

35. 曲线 $x=t,y=t^2,z=t^3$ 与平面 $x+2y+z=4$ 平行的切线有（　　）。（18 真题）

A. 1 条

B. 2 条

C. 至少 3 条

D. 不存在

【答案】B

【解析】考查空间解析几何。由题意可知，求满足要求解 t 的个数。曲线 $x=t,y=t^2,z=t^3$ 的切向量为 $\vec{s}=(1,2t,3t^2)$，平面 $x+2y+z=4$ 的法向量为 $\vec{n}=(1,2,1)$，由于是求线面平行，因此，$\vec{s}\cdot\vec{n}=0\Rightarrow 3t^2+4t+1=0\Rightarrow t=-\dfrac{1}{3},-1$，验证切点不在平面上，因此，判断 2 条，选 B。

5.曲线 $y=1+x+x^2$ 在 $x=0$ 处的曲率是（　　）。（19 真题）

A.1

B.2

C. $\sqrt{2}$

D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】D

【解析】曲率公式，在 x=0 处，y 的一阶导数值为 1，二阶导数值为 2，代入曲率计算公式，正确答案应该为 D 选项。

（二）线性代数：主要测查应试者对《线性代数》中行列式、矩阵、向量组的线性相关性、线性方程组、二次型等基本概念、基本理论和基本方法的熟知程度，运用基本概念、基本理论和基本方法。正确地判断、推理和准确地计算，以及综合运用所学知识分析与解决实

际问题的能力。如：

12. 设 A 是 3 阶方阵，将 A 的第一列与第二列交换得 B，再把 B 的第二列加到第三列得 C，则满足 AQ=C 的可逆矩阵 Q 是（　　）。（19 真题）

A. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

【答案】D

【解析】由题意可知

$$A\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=B, B\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=C \Rightarrow A\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=C,$$

$$Q=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

故选 D.

14. 向量组 $\alpha_1=(-1,-1,1)$，$\alpha_2=(3,1,0)$，$\alpha_3=(2,0,1)$ 的秩是（　　）。（19 真题）

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

【答案】C

【解析】$(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=\begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$，显然矩阵的秩为 2，故选 C.

41. 若矩阵 A 与对角矩阵 $D=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ 相似，则 $A^{-1}=$（　　）。（18 真题）

A. E

B. D

C. A

D. $-E$

【答案】C

【解析】考查相似矩阵的定义。由于矩阵 A 与对角矩阵 $D=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ 相似，可得 $P^{-1}AP=D\Rightarrow A=PDP^{-1}\Rightarrow A^{-1}=\left(PDP^{-1}\right)^{-1}=PD^{-1}P^{-1}$，、

而 $D=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow D^{-1}=D$，$A^{-1}=PD^{-1}P^{-1}=PDP^{-1}=A$，故选 C。

43. 设向量 $\boldsymbol{a}=\left(a_1,a_2,a_3\right)^T,\boldsymbol{b}=\left(b_1,b_2,b_3\right)^T,\boldsymbol{c}=\left(c_1,c_2,c_3\right)^T$，则三条直线 $a_1x+b_1y=c_1$，$a_2x+b_2y=c_2$ 及 $a_3x+b_3y=c_3$ $\left(a_i^2+b_i^2\neq 0,i=1,2,3\right)$ 交于一点的充要条件是（　　）。

A. $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 线性相关

B. $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 线性无关

C. $R\left(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\right)=R\left(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\right)$

D. $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 线性相关而 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 线性无关

【答案】D

【解析】考查线性方程组解的问题。根据题意，$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\\a_3x+b_3y=c_3\end{cases}$ 有唯一解，$R\left(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\right)=R\left(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\right)=2$，与其等价的为 D。

（三）概率论与数理统计：主要测查应试者对概率论与数理统计中的随机变量及其分布、随机变量的数字特征、参数估计、假设检验等理论的熟知程度，运用基本概念、基本理论和基本方法正确地判断、推理和准确地计算，以及综合运用所学知识分析与解决实际问题的能力。

51. 甲、乙两人独立地对同一目标各射击一次，其命中率分别为 0.6 和 0.5，现已知目标被命中，则它被甲射中的概率是（　　）。（18 真题）

A. 0.6

B. $\frac{5}{11}$

C. 0.75

D. $\frac{6}{11}$

【答案】C

【解析】考查条件概率。目标被命中概率为 $1-(1-0.6)(1-0.5)=0.8$，目标被命中这一条件下被甲射中的概率是 $\frac{0.6}{0.8}=0.75$，因此选择 C。

17. 袋中有 50 个球，其中 20 个新球，30 个旧球，现每次取 1 球，无放回地取 2 次，则第 2 次取得旧球的概率是（　　）。（19 真题）

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{10}$

【答案】A

【解析】$P=\frac{20\times 30+30\times 29}{50\times 49}=\frac{3}{5}$

70. 机床大修以后，为检验大修精度，加工同一型号零件共 10 件，设其加工尺寸 $X_1, X_2\cdots, X_{10}$为总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$的样本，已算得 $S^2=4\times 10^{-4}(mm^2)$，则 σ^2的置信水平为 95%的具有置信上限的单侧置信区间是（　　）（其中，$x_{0.95}^2(9)=3.25, x_{0.05}^2(9)=16.919$）。　　（19 真题）

A. $\left[0, 1.11\times 10^{-3}\right]$

B. $\left[0, 3.62\times 10^{-3}\right]$

C. $\left[0, 7.39\times 10^{-3}\right]$

D. $\left[0, 2.56\times 10^{-3}\right]$

【答案】A.

【解析】置信区间为 $(0,\frac{(10-1)S^2}{x_{0.95}^2(10-1)})=(0,1.11\times 10^{-3})$，故选 A.

第二部分 笔试点睛

一、高等数学

基本初等函数：常数函数；幂函数；指数函数；对数函数；三角函数；反三角函数.

复合函数：设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D_f，函数 $u=\varphi(x)$ 的值域为 Z_φ，若集合 D_f 与 Z_φ 的交集非空，称函数 $y=f[\varphi(x)]$ 为函数 $y=f(u)$ 与 $u=\varphi(x)$ 复合而成的复合函数，u 为中间变量.

初等函数：由基本初等函数经过有限次的加、减、乘、除和复合所得到且能用一个解析式表示的函数.

分段函数：若一个函数在其定义域的不同部分要用不同的式子表示其对应法则，则称其为一个分段函数. 如 $f(x)=\begin{cases}\varphi(x),a<x<b\\ \psi(x),c<x<d\end{cases}$ 即为分段函数.

需要熟记常用的极限：

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$；$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$；$\lim\limits_{n\to\infty}q^n=0,|q|<1$；$\lim\limits_{n\to\infty}q^n=\infty,|q|>1$；$\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$；

$\lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty$；$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=1\quad(a>0)$；$\lim\limits_{x\to0^+}x^x=1$；$\lim\limits_{x\to+\infty}\arctan x=\frac{\pi}{2}$；

$\lim\limits_{x\to-\infty}\arctan x=-\frac{\pi}{2}$.

夹逼定理：若 $g(x)\le f(x)\le h(x)$，且 $\lim\limits_{x\to\square}g(x)=\lim\limits_{x\to\square}h(x)=A\Rightarrow\lim\limits_{x\to\square}f(x)=A$.

区间可导与导函数的概念：如果 $y=f(x)$ 在 (a,b) 的每一点都可导，称 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内可导，其中 $f'(x)$ 为导函数. 如果 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内可导且在 a 点右可导，在 b 点左可导，则称 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 可导，其中 $f'(x)$ 为导函数。

基本求导公式，要牢记：

（1） $y=c$（常数） $y'=0$ （2） $y=x^\alpha$（α 为常数）， $y'=\alpha x^{\alpha-1}$

（3） $y=a^x$， $y'=a^x\ln a$， 特例 $(e^x)'=e^x$

（4） $y=\log_a^x(a>0，a\neq 1)$， $y'=\dfrac{1}{x\ln a}$， $(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

（5） $y=\sin x$， $y'=\cos x$ （6） $y=\cos x$， $y'=-\sin x$

（7） $y=\tan x$， $y'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$ （8） $y=\cot x$， $y'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

（9） $y=\sec x$， $y'=\sec x\tan x$ （10） $y=\csc x$， $y'=-\csc x\cot x$

（11） $y=\arcsin x$， $y'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ （12） $y=\arccos x$， $y'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

（13） $y=\arctan x$， $y'=\dfrac{1}{1+x^2}$ （14） $y=arc\cot x$， $y'=-\dfrac{1}{1+x^2}$。

基本微分公式与微分法则：(1) $d\left[f(x)+g(x)\right]=df(x)+dg(x)$.

(2) $d\left[f(x)g(x)\right]=g(x)df(x)+f(x)dg(x)$.

(3) $d\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]=\dfrac{g(x)df(x)-f(x)dg(x)}{g^2(x)}(g(x)\neq 0)$.

第一换元法(凑微分法)：设 $f(u)$ 具有原函数 $F(u)$， $u=\varphi(x)$ 存在连续导数，则有换元公式。 $\int f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx=F(u)+C=F\left[\varphi(x)\right]+C$.

二重积分的性质：

（1） $\iint\limits_D[\alpha f(x,y)\pm\beta g(x,y)]d\sigma=\alpha\iint\limits_D f(x,y)d\sigma\pm\beta\iint\limits_D g(x,y)d\sigma,$ α,β 任意常数.

（2）若区域 D 分为两个部分区域 D_1,D_2，则

$$\iint\limits_D f(x,y)d\sigma=\iint\limits_{D_1} f(x,y)d\sigma+\iint\limits_{D_2} f(x,y)d\sigma$$

（3）若在 D 上， $f(x,y)\equiv 1$， σ 为区域 D 的面积，则 $\sigma=\iint\limits_D d\sigma$

（4）若在 D 上 $f(x,y)\leq g(x,y)$，则有 $\iint\limits_D f(x,y)d\sigma\leq\iint\limits_D g(x,y)d\sigma$。

特殊地 $\left|\iint\limits_D f(x,y)d\sigma\right|\leq\iint\limits_D|f(x,y)|d\sigma.$。

二、线性代数

行列式的展开定理：

1. 余子式与代数余子式：$A_{ij}=\left(-1\right)^{i+j}M_{ij}$，其中 M_{ij} 是 D 中去掉 a_{ij} 所在的第 i 行第 j 列全部元素后，按原顺序排成的 $n-1$ 阶行列式，称为元素 a_{ij} 的余子式，A_{ij} 为元素 a_{ij} 的代数余子式.

2. 行列式的展开定理：行列式对任一行按下式展开，其值相等，即 $D=a_{i1}A_{i1}+a_{i2}A_{i2}+\ldots+a_{in}A_{in}$。

克莱姆法则：n 个未知量 n 个方程的线性方程组，在系数行列式不等于零时的方程组解法。

矩阵的运算：

1. 矩阵的线性运算：加法 设 $A=\left(a_{ij}\right)_{m\times n}$ 和 $B=\left(b_{ij}\right)_{m\times n}$，规定

$$A+B=\left(a_{ij}+b_{ij}\right)=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}$$

。

并称 $A+B$ 为 A 与 B 之和.

2）矩阵的数量乘法(简称数乘)：设 k 是数域 R 中的任意一个数，$A=\left(a_{ij}\right)_{m\times n}$，规定

$$kA=\left(ka_{ij}\right)=\begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & a_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

。并称这个矩阵为 k 与 A 的数量乘积.

2. 矩阵的乘法，即

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix},B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1s} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2s} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{ns} \end{pmatrix},$$

则 A 与 B 之乘积 AB（记作 $C=\left(c_{ij}\right)$）是一个 $m\times s$ 矩阵，且 $c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\ldots a_{in}b_{nj}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}b_{kj}$。即矩阵 $C=AB$

的第 i 行第 j 列元素 c_{ij} 是 A 的第 i 行 n 个元素与 B 的第 j 列相应的 n 个元素分别相乘的乘积之和.

化二次型为标准形：可逆变换（非退化的线性变换）；矩阵合同；化二次型为标准形的方法。

三、概率论与数理统计

随机试验：具有以下特点的试验称为随机试验

（1）可以在相同的条件下重复地进行；

（2）每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果；

（3）进行一次试验之前不能确定哪一个结果会出现.

样本空间 Ω：随机试验的所有可能结果组成的集合称为样本空间.

样本点 e：样本空间的元素，即随机试验的每一可能结果称为样本点.

事件的运算律

（1）交换律：$A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$.

（2）结合律：$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$；$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$.

（3）分配律：$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cup(A\cup C)$.

（4）德摩根律（对偶律）：$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

概率的性质：

1）非负性：$\forall A\subseteq\Omega, 0\le P(A)\le 1$

2）规范性：$P(\varnothing)=0, P(\Omega)=1$

3）有限可加性：设 $A_1,A_2,\dots,A_n$ 是两两互不相容的事件，即对于 $A_iA_j=\varnothing, i\ne j$，$i,j=1,2,\dots$，则有 $P(A_1\cup A_2\cup\dots\cup A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\dots+P(A_n)$。

4）逆事件的概率　对于任一事件 A，有 $P(\overline{A})=1-P(A)$

减法公式：设 A,B 是任意两个事件，则有 $P(A-B)=P(A)-P(AB)$.

若 $B\subset A$，则有 $P(A-B)=P(A)-P(B)$，$P(B)\le P(A)$。

加法公式：对于任意两随机事件 A,B 有：$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

对于 3 个事件的概率加法公式：

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)$$

贝叶斯公式（逆概率公式）

$B_1,B_2,\ldots,B_n$ 是完备事件组，$P(A)>0,P(B_i)>0,i=1,2,\ldots,n$，则

$$P(B_j\mid A)=\frac{P(B_j)P(A\mid B_j)}{\sum_{i=1}^{n}P(B_i)P(A\mid B_i)}\quad(j=1,2,\ldots,n).$$

若事件 A,B 相互独立，则 A 与 $\overline{B}$，$\overline{A}$ 与 B，$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也相互独立.

三个事件的独立性　设 A,B,C 是三个事件，如果满足等式

$$\left.\begin{array}{r}P(AB)=P(A)P(B)\\P(AC)=P(A)P(C)\\P(BC)=P(B)P(C)\\P(ABC)=P(A)P(B)P(C)\end{array}\right\}\Rightarrow$$

A,B,C 相互独立.

二项概率公式：设在每次试验中，事件 A 发生的概率 $P(A)=p(0<p<1)$，则在 n 重伯努利试验中，事件 A 发生 k 次的概率为 $B_k(n,p)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}\ (k=0,1,2,\ldots,n)$

切比雪夫大数定律（一般情形）：设 $X_1,X_2,\cdots X_n,\cdots$ 是由两两不相关（或两两独立）的随机变量所构成的序列，分别具有数学期望 $E(X_1),E(X_2)\cdots,E(X_n),\cdots$ 和方差 $D(X_1),D(X_2)\cdots,D(X_n),\cdots$，并且方差有公共上界，即存在正数 M，使得 $D(X_n)\le M,n=1,2,\cdots,$ 则对于任意给定的正数 ε，总有 $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k-\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}EX_k\right|<\varepsilon\right\}=1$.

棣莫弗—拉普拉斯中心极限定理：设随机变量 X_n 服从参数为 n 和 p 的二项分布，即 $X_n\sim B(n,p)(0<p<1,n=1,2,\cdots)$，则对于任意实数 x，有

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{X_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \le x\right\} = \Phi(x)$$

.

总体：在数理统计中所研究对象的某项数量指标 X 取值的全体称为总体. X 是一个随机变量，X 的分布函数和数字特征分别称为总体的分布函数和数字特征.

个体：总体中的每个元素称为个体，每个个体是一个实数.

总体容量：总体中个体的数量称为总体的容量. 容量为有限的总体称为有限总体，容量为无限的总体称为无限总体.

典型模式：设随机变量 $X_1, X_2, \cdots X_n$ 相互独立，都服从标准正态分布 $N(0,1)$，则随机变量 $\chi^2 = X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2$ 服从自由度为 n 的 χ^2 分布，记作 $\chi^2 \sim \chi^2(n)$.

$\chi^2(n)$ 分布的概率密度为：

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, x > 0, \\ 0, \qquad x \le 0. \end{cases}$$

第三部分　高频习题

1. 求一阶线性微分方程 $\dfrac{dy}{dx} - y\tan x = \sec x$ 满足初始条件 $y|_{x=0} = 0$ 的特解是：（　　）。

A. $y = \dfrac{x}{\cos x}$

B. $y = \dfrac{x}{\sin x}$

C. $y = \dfrac{x^2}{\cos x}$

D. $y = \dfrac{x^2}{\sin^2 x}$

【答案】A

【解析】

$$y=e^{\int \tan xdx}(\int \sec xe^{-\int \tan xdx}dx+C)$$
$$=e^{-\ln|\cos x|}(\int \sec xe^{\ln|\cos x|}dx+C)$$
$$=\frac{1}{\cos x}(\int \sec x \bullet \cos xdx+C)$$
$$=\frac{x+C}{\cos x}$$

带入初始条件 $x=0,y=0$，解得 C=0，于是所求特解为 $y=\frac{x}{\cos x}$，故选 A。

2.求一阶线性微分方程 $\frac{dy}{dx}+y\cot x=5e^{\cos x}$ 满足初始条件 $y|_{x=\frac{\pi}{2}}=-4$ 时的特解是：（　　）。

A. $y\sin x+5e^{\cos x}=1$

B. $y\cos x+5e^{\cos x}=1$

C. $y\cos x+5e^{\cos x}=0$

D. $y\sin x+5e^{\cos x}=0$

【答案】A

【解析】

$$y=e^{-\int \cot xdx}(\int 5e^{\cos x}e^{\int \cot xdx}dx+C)$$
$$=\frac{1}{\sin x}(\int 5e^{\cos x}\bullet \sin xdx+C)$$
$$=\frac{1}{\sin x}(-5e^{\cos x}+C)$$

带入初始条件 $x=\frac{\pi}{2},y=-4$，解得 C=1，于是所求特解为 $y=\frac{1-5e^{\cos x}}{\sin x}$，

即为 $y\sin x+5e^{\cos x}=1$，故选 A。

3.伯努利方程 $\frac{dy}{dx}+\frac{1}{3}y=\frac{1}{3}(1-2x)y^4$ 的通解是：（　　）。

A. $y^3=2x+1+Ce^x$

B. $y^{-3}=2x+1+Ce^x$

C. $y^{-3}=-2x-1+Ce^{x}$

D. $y^{3}=-2x-1+Ce^{x}$

【答案】C

【解析】将原方称该写成 $y^{-4}y'+\frac{1}{3}y^{-3}=\frac{1}{3}(1-2x)$，并令 $z=y^{-3}$，则 $z'=-3y^{-4}y'$，于是原方程化为 $z'-z=1-2x$

$$
\begin{aligned}
z&=e^{\int dx}[\int(1-2x)e^{-\int dx}dx+C]\\
&=e^{x}[\int(1-2x)e^{-x}dx+C]\\
&=e^{x}[(-2x-1)e^{-x}dx+C]\\
&=-2x-1+Ce^{x}
\end{aligned}
$$

即 $y^{-3}=-2x-1+Ce^{x}$ 为所求通解，故选 C。

4. 二阶微分方程 $y''=x+\sin x$ 的通解是：（　　）。

A. $y=\frac{x^3}{6}-\sin x+C_1x+C_2$

B. $y=\frac{x^3}{6}+\sin x+C_1x+C_2$

C. $y=\frac{x^3}{2}+\sin x+C_1x+C_2$

D. $y=\frac{x^3}{5}+\sin x+C_1x+C_2$

【答案】A

【解析】

$y'=\int(x+\sin x)dx=\frac{x^2}{2}-\cos x+C_1$，

$y=\int(\frac{x^2}{2}-\cos x+C_1)dx=\frac{x^3}{6}-\sin x+C_1x+C_2$，故选 A。

5. 求高阶微分方程 $y''-ay'^2=0$ 满足初始条件 $y|_{x=0}=0,y'|_{x=0}=-1,$ 时的特解是：（　　）。

A. $y=-\frac{1}{a}\ln(ax-1)$

B. $y=\frac{1}{a}\ln(ax-1)$

C. $y=\frac{1}{a}\ln(ax+1)$

D. $y=-\frac{1}{a}\ln(ax+1)$

【答案】D

【解析】令 $y'=p,则y''=p'$，原方程化为 $p'-ap^2=0$，分离变量即

$\frac{dp}{p^2}=adx$

积分得：

$-\frac{1}{p}=ax+C_1$

带入初始条件 $x=0,p=y'=-1$，解得 $C_1=1$，从而有 $-\frac{1}{y'}=ax+1$，$即y'=-\frac{1}{ax+1}$

又积分得：

$y=-\frac{1}{a}\ln(ax+1)+C_2$

带入初始条件 $x=0,y=0$，解得 $C_2=0$，于是所求特解为 $y=-\frac{1}{a}\ln(ax+1)$，故选 D。

6.若曲线 y＝x3 在点 P 处的切线的斜率为 3，则点 P 的坐标为(　　)。

A.（－1，1)

B.（－1，－1)

C.（1，1)或(－1，－1)

D.（1，－1)

【答案】C

【解析】y′＝3x2，∴3x2＝3.∴x＝±1.当 x＝1 时，y＝1，当 x＝－1 时，y＝－1.

7.设 f(x)＝xlnx，若 f′(x0)＝2，则 x0 的值为(　　)。

A. e^2

B. e

C. $\frac{\ln 2}{2}$

D. ln2

【答案】B

【解析】由 $f(x)=x\ln x$，得 $f'(x)=\ln x+1$.

根据题意知 $\ln x0+1=2$，所以 $\ln x_0=1$，因此 $x0=e$.

8. 设正弦函数 $y=\sin x$ 在 $x=0$ 和 $x=\frac{\pi}{2}$ 附近的平均变化率为 k1，k2，则 k1，k2 的大小关系为(　　)。

A. k1>k2

B. k1<k2

C. k1=k2

D. 不确定

【答案】A

【解析】∵$y=\sin x$，∴$y'=(\sin x)'=\cos x$.

$k1=\cos 0=1$，$k2=\cos\frac{\pi}{2}=0$，∴k1>k2.

9. 曲线 $y=ax$ 在 $x=0$ 处的切线方程是 $x\ln 2+y-1=0$，则 $a=$(　　)。

A. $\frac{1}{2}$

B. 2

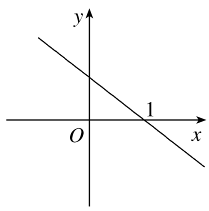
C. ln2

D. $\ln\frac{1}{2}$

【答案】A

【解析】由题知，$y'=a^x\ln a$，$y'|_{x=0}=\ln a$，又切点为(0，1)，故切线方程为 $x\ln a-y+1=0$，∴$a=\frac{1}{2}$，故选 A.

10. 函数 f(x)的导函数 f′(x)的图像是如图所示的一条直线 l，l 与 x 轴的交点坐标为(1，0)，则 f(0)与 f(3)的大小关系为(　　)。



A. f(0)<f(3)

B. f(0)>f(3)

C. f(0)=f(3)

D. 无法确定

【答案】B

【解析】由题意知 f(x)的图像是以 x＝1 为对称轴，且开口向下的抛物线，所以 f(0)＝f(2)>f(3)．选 B.

11.若函数 f(x)＝ax4＋bx2＋c 满足 f′(1)＝2，则 f′(－1)等于(　　)。

A．－1

B．－2

C．2

D．0

【答案】B

【解析】f′(x)＝4ax3＋2bx，∵f′(x)为奇函数且 f′(1)＝2，∴f′(－1)＝－2.

12.曲线 y＝xex－1 在点(1，1)处切线的斜率等于(　　)。

A．2e

B．e

C．2

D．1

【答案】C

【解析】y′＝ex－1＋xex－1＝(x＋1)ex－1，故曲线在点(1，1)处的切线斜率为 y′|x＝1＝2.

13.曲线 $y=\frac{x}{x-2}$在点(1，－1)处的切线方程为(　　)

A．y＝x－2

B．y＝－3x＋2

C．y＝2x－3

D．y＝－2x＋1

【答案】D

【解析】由题意得 $y=1+\frac{2}{x-2}$，所以 $y'=\frac{-2}{(x-2)2}$，所以所求曲线在点(1，－1)处的切线的斜率为－2，故由点斜式得所求切线方程为 y＝－2x＋1.

14.已知直线 y＝－x＋1 是函数 $f(x)=-\frac{1}{a}\cdot$ ex 图像的切线，则实数 a＝（　　）。

A．e3

B．e5

C．e2

D．e2

【答案】D

【解析】设切点为(x0，y0)，则 $f'(x0)=-\frac{1}{a}\cdot$ ex0＝－1，∴ex0＝a，又 $-\frac{1}{a}\cdot$ ex0＝－x0＋1，∴x0＝2，∴a＝e2.

15.设曲线 y＝xn＋1(x∈R*)在点(1，1)处的切线与 x 轴的交点横坐标为 xn，令 an＝

lgxn，则 a1＋a2＋…＋a99 的值为（　　）。

A. －2

B. 2

C. 3

D. -3

【答案】A

【解析】由题意可得，y′ |x＝1＝n＋1，则所求切线方程为 y＝(n＋1)x－n，令 y＝0，得 xn＝$\frac{n}{n+1}$.

由对数运算法则可知 a1＋a2＋a3＋…＋a99＝lg(x1・x2・x3・…・x99)＝lg$\frac{1}{100}$＝－2.

16. 向量组

$\alpha_1^T=(1,\ -1,\ 0,\ 0)$，　$\alpha_2^T=(-1,\ 2,\ 1,\ -1)$，

$\alpha_3^T=(0,\ 1,\ 1,\ -1)$，　$\alpha_4^T=(-1,\ 3,\ 2,\ 1)$，

$\alpha_5^T=(-2,\ 6,\ 4,\ 1)$ 的秩为（　　）。

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【答案】B

【解析】作矩阵 $A=(\alpha_1\ \ \alpha_2\ \ \alpha_3\ \ \alpha_4\ \ \alpha_5)$，再进行初等行变换，化为阶梯型。

$$A=(\alpha_1\ \ \alpha_2\ \ \alpha_3\ \ \alpha_4\ \ \alpha_5)$$

$$=\begin{pmatrix}1&-1&0&-1&-2\\-1&2&1&3&6\\0&1&1&2&4\\0&-1&-1&1&1\end{pmatrix}\overset{r_2+r_1}{\sim}\begin{pmatrix}1&-1&0&-1&-2\\0&1&1&2&4\\0&1&1&2&4\\0&-1&-1&1&1\end{pmatrix}$$

$$\underset{\sim}{\overset{r_3+(-1)r_2}{r_4+r_2}}\begin{pmatrix}1&-1&0&-1&-2\\0&1&1&2&4\\0&0&0&0&0\\0&0&0&3&5\end{pmatrix}\overset{r_4\leftrightarrow r_3}{\sim}\begin{pmatrix}1&-1&0&-1&-2\\0&1&1&2&4\\0&0&0&3&5\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$

$A=(\alpha_1\ \ \alpha_2\ \ \alpha_3\ \ \alpha_4\ \ \alpha_5)$ 的秩为 3。

故本题选 B。

17. 设 $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&2&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，则 $(A+3E)^{-1}(A^2-9E)$＝（　　）。

A. $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

【答案】B

【解析】$(A+3E)^{-1}(A^2-9E)$

$$=(A+3E)^{-1}(A+3E)(A-3E)$$
$$=A-3E$$
$$=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}-3\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

故本题选 B。

18. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$，则 A^{10}=（　　）。

A. $\begin{pmatrix} 3^{10}+1 & 3^{10}-1 \\ 3^{10}-1 & 3^{10}+1 \end{pmatrix}$

B. $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3^{10}+1 & 3^{10}-1 \\ 3^{10}-1 & 3^{10}+1 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 3^{11}+1 & 3^{11}-1 \\ 3^{11}-1 & 3^{10}+1 \end{pmatrix}$

D. $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3^{11}+1 & 3^{11}-1 \\ 3^{11}-1 & 3^{10}+1 \end{pmatrix}$

【答案】B

【解析】易得 A有两个互异特征值 $\lambda_1=-1, \lambda_2=3$,

对 $\lambda_1=-1$，解齐次线性方程组 $(-E-A)\vec{x}=\vec{0}$，得基础解系 $\xi_1=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$,

对 $\lambda_2=3$，解齐次线性方程组 $(3E-A)\vec{x}=\vec{0}$，得基础解系 $\xi_2=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,

取 $P=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$，得 $P^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$，则 $A=P\Delta P^{-1}$，从而

$$A^{10}=\underbrace{\left(P\Delta P^{-1}\right)\left(P\Delta P^{-1}\right)\cdots\left(P\Delta P^{-1}\right)}_{10个}=P\Delta^{10}P^{-1}$$

$$=P\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3^{10} \end{pmatrix}P^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3^{10}+1 & 3^{10}-1 \\ 3^{10}-1 & 3^{10}+1 \end{pmatrix}$$

故本题选 B。

19. 设向量 $\alpha_1=(1,3,-1,0)'$，$\alpha_2=(3,1,2,-3)'$，与这两个向量都正交的所有向量可表示为（　　）。（其中 k_1,k_2为任意常数）

A. $k_1(7,5,8,0)'+k_2(9,-3,0,8)'$

B. $k_1(-7,-5,8,0)'+k_2(9,-3,0,8)'$

C. $k_1(-7,5,8,0)'+k_2(-9,3,0,8)'$

D. $k_1(-7,5,8,0)'+k_2(9,-3,0,8)'$

【答案】D

【解析】设向量 $\vec{x}=(x_1,x_2,x_3,x_4)'$与 α_1,α_2都正交，即有 $(\alpha_1,\vec{x})=0,(\alpha_2,\vec{x})=0$,

故得齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+3x_2-x_3=0 \\ 3x_1+x_2+2x_3-3x_4=0 \end{cases}$。

对系数矩阵进行初等行变换，得 $A=\begin{pmatrix}1&3&-1&0\\3&1&2&-3\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&0&\frac{7}{8}&-\frac{9}{8}\\0&1&-\frac{5}{8}&\frac{3}{8}\end{pmatrix}$

基础解系为 $\xi_1=(-7,5,8,0)',\xi_2=(9,-3,0,8)'$ 故 $\vec{x}=k_1(-7,5,8,0)'+k_2(9,-3,0,8)'$，$k_1,k_2$为任意常数。故本题选 D。

20. 若二阶实矩阵 A 的行列式 $|A|<0$，则 A（　　）。

A. 是正定矩阵

B. 可相似对角化

C. 是负定矩阵

D. 不可相似对角化

【答案】B

【解析】设 $A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{pmatrix}$，则 A 的特征多项式为

$f(\lambda)=|\lambda E-A|=\lambda^2-(a_{11}+a_{22})\lambda+(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})$，

其中 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}=|A|<0$ 又设 A 的两个特征根为 λ_1,λ_2，由韦达定理知 $\lambda_1\lambda_2=|A|<0$，故 λ_1,λ_2 异号，即二阶方阵 A 有两个互异的特征根，所以 A 与对角阵相似。A 不一定是正定矩阵，也不一定是负定矩阵。故本题选 B。

21. 设 A，B 是 n 阶正定矩阵，则 $A+B$（　　）。

A. 不是实对称矩阵

B. 行列式的值可能为负数

C. 可能是负定矩阵

D. 正定矩阵

【答案】D

【解析】A，B 是 n 阶正定矩阵，则有 $A'=A,B'=B$，从而 $(A+B)'=A'+B'=A+B$，

即 $A+B$ 是实对称矩阵。又因 A,B 均是正定矩阵，故对任意 n 维向量 $\vec{x}\neq\vec{0}$，均有 $\vec{x}'A\vec{x}>\vec{0},\vec{x}'B\vec{x}>\vec{0}$，所以 $\vec{x}'(A+B)\vec{x}=\vec{x}'A\vec{x}+\vec{x}'B\vec{x}>\vec{0}$，即 $A+B$ 是正定矩阵。故本题选 D。

22. 已知向量组 $\alpha_1=(1,2,-1,1),\alpha_2=(2,0,t,0),\alpha_3=(0,-4,5,-2)$ 的秩为 2，则 $t=$（　　）。

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】C

【解析】由于矩阵 $A=\begin{bmatrix}\alpha_1\\\alpha_2\\\alpha_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&2&-1&1\\2&0&t&0\\0&-4&5&-2\end{bmatrix}$ 的一个二阶子式 $D=\begin{vmatrix}1&2\\2&0\end{vmatrix}\neq 0$，

矩阵 $A=\begin{bmatrix}\alpha_1\\\alpha_2\\\alpha_3\end{bmatrix}$ 的秩为 2，三阶子式 $\begin{vmatrix}1&2&-1\\2&0&t\\0&-4&5\end{vmatrix}=0$，可得 $4t-12=0$，则 $t=3$。故本题选 C。

23. 已知 $\vec{\xi}=\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix}$ 是矩阵 $A=\begin{bmatrix}2&-1&2\\5&a&3\\-1&b&-2\end{bmatrix}$ 的一个特征向量，则参数 a,b 的值（　　）。

A. $a=-3,b=0$

B. $a=-3,b=1$

C. $a=3,b=0$

D. $a=3,b=-1$

【答案】A

【解析】设与 $\vec{\xi}$ 对应的特征值为 λ，则 $(\lambda E-A)\vec{\xi}=\vec{0}$

$$(A-\lambda E)\vec{\xi}=\begin{bmatrix}2-\lambda&-1&2\\5&a-\lambda&3\\-1&b&-2-\lambda\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix}=0$$

解得 $\lambda=-1,a=-3,b=0$。

故本题选 A。

24. 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&a&1\\a&1&b\\1&b&1\end{pmatrix}$ 与 $\boldsymbol{\Lambda}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}$ 相似，则 a、b 的值分别为（　　）。

A. $a=1$，$b=0$

B. $a=1$，$b=-1$

C. $a=0$，$b=1$

D. $a=b=0$

【答案】D

【解析】由于 $\boldsymbol{A}$ 的特征值与 $\boldsymbol{\Lambda}$ 的特征值相同，为 0、1、2，因此

$$\begin{cases}|\boldsymbol{A}|=-(b-a)^2=0\times1\times2=0,\\|\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E}|=2ab=0,\end{cases}$$

得 $a=b=0$

故本题选 D。

25. 设方阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&-2&-4\\-2&x&-2\\-4&-2&1\end{pmatrix}$ 与 $\boldsymbol{\Lambda}=\begin{pmatrix}5&&\\&y&\\&&-4\end{pmatrix}$ 相似，则 x,y 的值分别为（　　）。

A. $x=4$，$y=5$

B. $x=4$，$y=-5$

C. $x=-4$，$y=5$

D. $x=4$，$y=0$

【答案】A

【解析】由 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{\Lambda}$ 的特征值相同知 $\lambda_1=5,\lambda_2=y,\lambda_3=-4$，于是

$$\begin{cases}1+x+1=5+y-4,\\|\boldsymbol{A}+4\boldsymbol{E}|=\begin{vmatrix}5&-2&-4\\-2&x+4&-2\\-4&-2&5\end{vmatrix}=9x-36=0,\end{cases}$$

得 $x=4$，$y=5$。

故本题选 A。

26. 在总体 $N(52,6.3^2)$ 中随机抽取一个容量为 36 的样本，样本均值 $\bar{X}$ 落在 50.8 到 53.8 的概率为（　　）。

A. $\Phi(1.8)-\Phi(-1.2)$

B. $\Phi(\frac{12}{7})-\Phi(-\frac{8}{7})$

C. $2\Phi(1.8)-1$

D. $2\Phi(\frac{12}{7})-2\Phi(-\frac{8}{7})$

【答案】B

【解析】由于总体 $X\sim N(52,6.3^2)$，故 $\bar{X}\sim N(52,\frac{6.3^2}{36}),\frac{\sqrt{36}(\bar{X}-52)}{6.3}=\frac{6(\bar{X}-52)}{6.3}=\frac{\bar{X}-52}{1.05}\sim N(0,1)$，

$$P\{50.8<\bar{X}<53.8\}=P\left\{\frac{50.8-52}{1.05}<\frac{\bar{X}-52}{1.05}<\frac{53.8-52}{1.05}\right\}=P\left\{-\frac{8}{7}<\frac{\bar{X}-52}{1.05}<\frac{12}{7}\right\}$$

$=\Phi(\frac{12}{7})-\Phi(-\frac{8}{7})$ 故本题选 B。

27. 设样本 $X_1,X_2,\cdots,X_6$ 是来自正态总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本，$Y=(X_1+X_2+X_3)^2+(X_4+X_5+X_6)^2$，CY 服从 χ^2 分布，则 C 为（　　）。

A. 1

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{3}$

【答案】D

【解析】$X_1,X_2,\cdots,X_6$ 是来自正态总体 $N(0,1)$，则 $X_1+X_2+X_3\sim N(0,3)$，$X_4+X_5+X_6\sim N(0,3)$，$\frac{X_1+X_2+X_3}{\sqrt{3}}\sim N(0,1)$，$\frac{X_4+X_5+X_6}{\sqrt{3}}\sim N(0,1)$，$X_1+X_2+X_3$ 与 $X_4+X_5+X_6$ 相互独立，$\frac{(X_1+X_2+X_3)^2}{3}+\frac{(X_4+X_5+X_6)^2}{3}=\frac{1}{3}Y\sim\chi^2(2)$，所以 $C=\frac{1}{3}$，故本

题选 D。

28. 设随机变量序列 $X_1,X_2\cdots X_n,\cdots$ 相互独立，则根据辛钦大数定理，当 $n\to\infty$ 时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 依概率收敛其数学期望，只要 $\{X_n,n\geq1\}$（　　）。

A. 有相同的数学期望

B. 服从同一离散型分布

C. 服从同一泊松分布

D. 服从同一连续型分布

【答案】C

【解析】根据辛钦大数定理，随机变量序列 $X_1,X_2\cdots X_n,\cdots$ 必须是独立同分布且数学期望存在，A 选项缺少同分布；B，D 选项数学期望不一定存在，故本题选 C。

29. 设随机变量序列 $X_1,X_2\cdots X_n,\cdots$ 相互独立，记 $Y_n=X_{2n}-X_{2n-1}(n\geq1)$，根据大数定理，当 $n\to\infty$ 时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Y_i$ 依概率收敛到零，只要 $\{X_n,n\geq1\}$ 满足（　　）。

A. 数学期望存在

B. 有相同的数学期望与方差

C. 服从同一离散型分布

D. 服从同一连续型分布

【答案】B

【解析】由于 X_n 相互独立，所以 Y_n 相互独立，A 选项缺少同分布，C，D 选项数学期望不一定存在，均排除，故本题选 B。

30. 已知随机变量 $X_n(n=1,2,\cdots)$ 相互独立且都在 $(-1,1)$ 上服从均匀分布，根据独立同分布中心极限定理有 $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\sum_{i=1}^{n}X_i\leq\sqrt{n}\right\}$ 为（结果用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 表示）（　　）。

A. $\Phi(0)$

B. $\Phi(1)$

C. $\Phi(\sqrt{3})$

D. $\Phi(2)$

【答案】C

【解析】由题意知$\{X_n,n\geq 1\}$独立同分布，且$EX_n=0,DX_n=\frac{2^2}{12}=\frac{1}{3}$。根据中心极限定理，对任意$x\in R$有，

$$\lim_{n\to\infty}P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-E(\sum_{i=1}^{n}X_i)}{\sqrt{D(\sum_{i=1}^{n}X_i)}}\leq x\right\}=\lim_{n\to\infty}P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{\sqrt{\frac{n}{3}}}\leq x\right\}=\lim_{n\to\infty}P\left\{\sum_{i=1}^{n}X_i\leq\sqrt{\frac{n}{3}}x\right\}=\Phi(x)$$

，取$x=\sqrt{3}$，有$\lim_{n\to\infty}P\left\{\sum_{i=1}^{n}X_i\leq\sqrt{n}\right\}=\Phi(\sqrt{3})$，故本题选 C。