

2012 年成人高等学校招生全国统一考试

高等数学（二）

第 I 卷（选择题，共 40 分）

一、选择题：

1.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cos(x-2)}{x-2} =$

A. 1

B.  $\cos 1$

C. 0

D.  $\pi$

【答案】B

2. 设函数  $y = x^2 + 1$ ，则  $\frac{dy}{dx} =$

A.  $\frac{1}{3}x^3$

B.  $x^2$

C.  $2x$

D.  $\frac{x}{2}$

【答案】C

3. 设函数  $f(x) = \cos x$ ，则  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) =$

A. -1

B.  $-\frac{1}{2}$

C. 0

D. 1

【答案】A

4. 下列区间为函数  $f(x) = \sin x$  的单调增区间的是

A.  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

B.  $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

C.  $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

D.  $(0, 2\pi)$

【答案】A

5.  $\int x^2 dx =$

A.  $3x^3 + C$

B.  $x^3 + C$

C.  $\frac{x^3}{3} + C$

D.  $\frac{x}{2} + C$

【答案】C

6.  $\int \frac{1}{1+x} dx =$

A.  $e^{1+x} + C$

B.  $\frac{1}{1+x} + C$

C.  $x + C$

D.  $\ln|1+x| + C$

【答案】D

7. 设函数  $z = \ln(x+y)$ , 则  $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1,1)} =$

A. 0

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\ln 2$

D.1

【答案】B

8. 曲线  $y = \sqrt{4-x^2}$  与  $x$  轴所围成的平面图形的面积为

A.2

B.4

C.  $2\pi$

D.  $4\pi$

【答案】C

9. 设函数  $z = e^x + y^2$  , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$

A.  $2y$

B.  $e^x + 2y$

C.  $e^x + y^2$

D.  $e^x$

【答案】D

10. 设事件  $A, B$  互不相容,  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.2$ , 则  $P(A+B) =$

A.0.44

B.0.5

C.0.1

D.0.06

【答案】B

## 第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

### 二、填空题

11.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 2}{x^2 - 3} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 -2

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】  $\frac{2}{3}$

13. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 0 \\ a + x, & x \geq 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 1

14. 曲线  $y = x^3 + 3x$  的拐点坐标为  $\underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 (0,0)

15. 设函数  $f(x) = \cos x$ , 则  $f''(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】  $-\cos x$

16. 曲线  $y = \sin(x+1)$  在点  $(-1, 0)$  处的切线斜率为  $\underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 1

17.  $\int 2xe^{x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】  $e^{x^2} + C$

18.  $\int_0^1 \cos x dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】  $\sin 1$

19.  $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 1

20. 设函数  $z = x^3 e^y$ , 则全微分  $dz = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】  $3x^2 e^y dx + x^3 e^y dy$

### 三、计算题

21. 计算  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}.$

【答案】  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{1} = 1.$

22. 设函数  $y = \ln(x^2 + 1)$  , 求  $dy$  .

【答案】  $y' = \ln(x^2 + 1)' = \frac{1}{x^2 + 1} \cdot (x^2 + 1)' = \frac{2x}{x^2 + 1}, dy = \frac{2x}{x^2 + 1} dx$  .

23. 计算  $\int \frac{\ln x}{x} dx$  .

【答案】  $\int \frac{\ln x}{x} dx = \int \ln x d(\ln x) = \frac{1}{2} (\ln x)^2 + C$  .

24. 计算  $\int x \cos x dx$  .

【答案】  $\int x \cos x dx = \int x d(\sin x) = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C$  .

25. 已知某篮球运动员每次投篮投中的概率是 0.9 , 记  $X$  为他两次独立投篮投中的次数

(1) 求  $X$  的概率分布

(2) 求  $X$  的数学期望  $EX$

【答案】 (1)  $X$  可能的取值为 0, 1, 2.

$$P(X=0) = 0.1 \times 0.1 = 0.01$$

$$P(X=1) = 2 \times 0.9 \times 0.1 = 0.18$$

$$P(X=2) = 0.9 \times 0.9 = 0.81$$

因此  $X$  的概率分布为

$X$	0	1	2
$P$	0.01	0.18	0.81

(2) 数学期望  $E(X) = 0 \times 0.01 + 1 \times 0.18 + 2 \times 0.81 = 1.8$  .

26. 求函数  $f(x) = x^3 - 3x - 2$  的单调区间和极值.

【答案】  $f'(x) = 3x^2 - 3$  , 令  $f'(x) = 0$  , 得驻点  $x_1 = -1$  ,  $x_2 = 1$  .

$x$	$(-\infty, -1)$	-1	$(-1, 1)$	1	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↑	极大值	↓	极小值 -4	↑

因此  $f(x)$  的单调增区间是  $(-\infty, -1)$  ,  $(1, +\infty)$  ; 单调减区间为  $(-1, 1)$  ,  $f(x)$  极大值为  $f(-1) = 0$  , 极小值

为  $f(1) = -4$ .

27. 已知函数  $f(x) = -x^2 + 2x$  :

(1) 求曲线  $y = f(x)$  与  $x$  轴所围成的平面图形的面积  $S$ ;

(2) 求 (1) 中平面图形绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V$ .

【答案】(1) 由  $\begin{cases} y = -x^2 + 2x \\ y = 0 \end{cases}$  得交点坐标为  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$ .  $S = \int_0^2 (-x^2 + 2x) dx = \left( -\frac{x^3}{3} + x^2 \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}$ .

(2)  $V = \int_0^2 \pi (-x^2 + 2x)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left( \frac{1}{5}x^5 - x^4 + \frac{4}{3}x^3 \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{15}\pi$ .

28. 求二元函数  $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2y$  的极值.

【答案】 $\begin{cases} f'_x(x, y) = 2x \\ f'_y(x, y) = 2y + 2 \end{cases}$ , 令  $\begin{cases} f'_x(x, y) = 0 \\ f'_y(x, y) = 0 \end{cases}$  得驻点  $(0, -1)$ .

因为  $f''_{xx}(x, y) = 2$ ,  $f''_{xy}(x, y) = 0$ ,  $f''_{yy}(x, y) = 2$ . 所以  $A = f''_{xx}(0, -1) = 2$ ,  $B = f''_{xy}(0, -1) = 0$ ,

$C = f''_{yy}(0, -1) = 2$ . 由于  $A > 0$  且  $B^2 - AC < 0$ , 故  $f(x, y)$  在点  $(0, -1)$  处取得极小值, 极小值

$f(0, -1) = -1$ .



2013 年成人高等学校招生全国统一考试

高等数学 (二)

第 I 卷 (选择题, 共 40 分)

一、选择题:

1.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{x} =$

A.  $\frac{\pi}{2}$

B.  $-\frac{\pi}{2}$

C.  $\frac{2}{\pi}$

D.  $-\frac{2}{\pi}$

【答案】D

2. 设函数  $y = e^x - \ln 3$ , 则  $\frac{dy}{dx} =$

A.  $e^x$

B.  $e^x + \frac{1}{3}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $e^x - \frac{1}{3}$

【答案】A

3. 设函数  $f(x) = \ln(3x)$ , 则  $f'(2) =$

A. 6

B.  $\ln 6$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{1}{6}$

【答案】C

4. 设函数  $f(x) = 1 - x^3$  在区间  $(-\infty, +\infty)$

A.单调增加

B.单调减少

C.先单调增加，后单调减少

D.先单调减少，后单调增加

【答案】B

5.  $\int \frac{1}{x^2} dx =$

A.  $\frac{1}{x} + C$

B.  $\ln x^2 + C$

C.  $-\frac{1}{x} + C$

D.  $\frac{1}{x^2} + C$

【答案】C

6.  $\frac{d}{dx} \int_0^x (t+1)^2 dt =$

A.  $(x+1)^2$

B. 0

C.  $\frac{1}{3}(x+1)^3$

D.  $2(x+1)$

【答案】A

7. 曲线  $y = |x|$  与直线  $y = 2$  所围成的平面图形的面积为

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

【答案】B



8. 设函数  $z = \cos(x+y)$  , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(1,1)} =$

A.  $\cos 2$

B.  $-\cos 2$

C.  $\sin 2$

D.  $-\sin 2$

【答案】

9. 设函数  $z = xe^y$  , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$

A.  $e^x$

B.  $e^y$

C.  $xe^y$

D.  $ye^x$

【答案】 B

10. 设  $A, B$  是两随机事件, 则事件  $A-B$  表示

A. 事件  $A, B$  都发生

B. 事件  $B$  发生而事件  $A$  不发生

C. 事件  $A$  发生而事件  $B$  不发生

D. 事件  $A, B$  都不发生

【答案】 C

## 第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

### 二、填空题

11.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{x^3 - 3} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】  $-1$

12. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x \geq 1, \\ a - x, & x < 1 \end{cases}$ , 在  $x=1$  处连续, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

【答案】1

13. 曲线  $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$  的拐点坐标为\_\_\_\_\_.

【答案】 $(-1, 1)$

14. 设函数  $y = e^{x+1}$ , 则  $y'' =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $e^{x+1}$

15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{3x} =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $e^3$

16. 设曲线  $y = ax^2 + 2x$  在点  $(1, a+2)$  处的切线与直线  $y = 4x$  平行, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

【答案】1

17.  $\int e^{3x} dx =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $\frac{1}{3}e^{3x} + C$

18.  $\int_{-1}^1 (x^3 + 3x) dx =$ \_\_\_\_\_.

【答案】0

19.  $\int_{-\infty}^0 e^x dx =$ \_\_\_\_\_.

【答案】1

20. 设函数  $z = x^2 + \ln y$ , 则  $dz =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $2x dx + \frac{1}{y} dy$

### 三、计算题

21. 计算  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^2 - 1}$ .

【答案】解:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2}{2x} = \frac{1}{2}$ .

22. 设函数  $y = \sin x^2 + 2x$  , 求  $dy$  .

【答案】解：  $y' = \cos x^2 (x^2)' + 2 = 2x \cos x^2 + 2$  ,  $dy = (2x \cos x^2 + 2) dx$  .

23. 计算  $\int \frac{1+xe^{5x}}{x} dx$  .

【答案】解：  $\int \frac{1+xe^{5x}}{x} dx = \int \left( \frac{1}{x} + e^{5x} \right) dx = \ln|x| + \frac{e^{5x}}{5} + C$  .

24. 计算  $\int_1^e \ln x dx$  .

【答案】解：  $\int_1^e \ln x dx = x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e x d(\ln x) = 1 - x \Big|_1^e = 1$  .

25. 已知离散型随机变量  $X$  的概率分布为

$X$	10	20	30	40
$P$	0.2	0.1	0.5	$a$

(1) 求常数  $a$  ;

(2) 求  $X$  的数学期望  $EX$  .

【答案】解：(1) 因为  $0.2 + 0.1 + 0.5 + a = 1$  , 所以  $a = 0.2$  .

(2)  $EX = 10 \times 0.2 + 20 \times 0.1 + 30 \times 0.5 + 40 \times 0.2 = 27$  .

26. 求曲线  $y = x^2$  与直线  $y = 0$  ,  $x = 1$  所围成的平面图形绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V$  .

【答案】解：  $V = \int_0^1 \pi (x^2)^2 dx = \pi \int_0^1 x^4 dx = \pi \left( \frac{1}{5} x^5 \right) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{5}$  .

27. 求函数  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$  的单调区间和极值.

【答案】解：函数  $f(x)$  的定义域为  $(-\infty, +\infty)$  ,  $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$  ,

令  $f'(x) = 0$  , 得驻点  $x_1 = -1$  ,  $x_2 = 3$  .

$x$	$(-\infty, -1)$	$-1$	$(-1, 3)$	$3$	$(3, +\infty)$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$\uparrow$	极大值 7	$\downarrow$	极小值 -25	$\uparrow$

因此  $f(x)$  的单调增区间是  $(-\infty, -1)$  ,  $(3, +\infty)$  ; 单调减区间是  $(-1, 3)$  ,  $f(x)$  的极小值为  $f(3) = -25$  , 极大值为  $f(-1) = 7$  .

28. 求函数  $f(x, y) = x^2 + y^2$  在条件  $2x + 3y = 1$  下的极值.

【答案】解：作辅助函数

$$F(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda(2x + 3y - 1) = x^2 + y^2 + \lambda(2x + 3y - 1).$$

$$\text{令} \begin{cases} F'_x = 2x + 2\lambda = 0 \\ F'_y = 2y + 3\lambda = 0 \\ F'_\lambda = 2x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \quad , \text{得} \quad x = \frac{2}{13} \quad , \quad y = \frac{3}{13} \quad , \quad \lambda = -\frac{2}{13} .$$

因此 ,  $f(x, y)$  在条件  $2x + 3y = 1$  下的极值为  $f\left(\frac{2}{13}, \frac{3}{13}\right) = \frac{1}{13}$  .



# 2014 年成人高等学校招生全国统一考试

## 高等数学 (二)

### 第 I 卷 (选择题, 共 40 分)

#### 一、选择题:

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} =$

A. 0

B. 1

C. 2

D.  $\infty$

【答案】B

2. 设函数  $f(x)$  在  $x=1$  处可导, 且  $f'(1)=2$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x)-f(1)}{x} =$

A. -2

B.  $-\frac{1}{2}$

C.  $\frac{1}{2}$

D. 2

【答案】A

3.  $d(\sin 2x) =$

A.  $2\cos 2x dx$

B.  $\cos 2x dx$

C.  $-2\cos 2x dx$

D.  $-\cos 2x dx$

【答案】A

4. 设函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  连续且不恒为零, 则下列各式中不恒为常数的是

A.  $f(b) - f(a)$

B.  $\int_a^b f(x) dx$

C.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$

D.  $\int_a^x f(t) dt$

【答案】D

5. 设  $f(x)$  为连续函数, 且  $\int_0^x f(t) dt = x^3 + \ln(x+1)$ , 则  $f(x) =$

A.  $3x^2 + \frac{1}{x+1}$

B.  $x^3 + \frac{1}{x+1}$

C.  $3x^2$

D.  $\frac{1}{x+1}$

【答案】A

6. 设函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  连续, 且  $I(u) = \int_a^u f(x) dx - \int_a^u f(t) dt$ ,  $a < u < b$ , 则  $I(u)$

A. 恒大于零

B. 恒小于零

C. 恒等于零

D. 可正, 可负

【答案】C

7. 设二元函数  $z = x^y$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$

A.  $x^y$

B.  $x^y \ln y$

C.  $x^y \ln x$

D.  $y x^{y-1}$

【答案】C

8. 设函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  连续, 则曲线  $y = f(x)$  与直线  $x = a$ ,  $x = b$  及  $x$  轴所围成的平面图形的面积为

A.  $\int_a^b f(x) dx$

B.  $-\int_a^b f(x) dx$

C.  $\int_a^b |f(x)| dx$

D.  $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$

【答案】C

9. 设二元函数  $z = x \cos y$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$

A.  $x \sin y$

B.  $-x \sin y$

C.  $\sin y$

D.  $-\sin y$

【答案】D

10. 设事件  $A, B$  相互独立,  $A, B$  发生的概率分别为 0.6, 0.9, 则  $A, B$  都不发生的概率为

A. 0.54

B. 0.04

C. 0.1

D. 0.4

【答案】B

$(1 - 0.9) = 0.04.$

## 第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

### 二、填空题

11. 函数  $f(x) = \frac{2}{x-1}$  的间断点为  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【答案】1

12. 设函数  $f(x) = \begin{cases} e^{3x} - 1, & x \geq 0, \\ a, & x < 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

【答案】0

13. 设  $y = \sin(2x+1)$ , 则  $y'' =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $-4\sin(2x+1)$

14. 函数  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  的单调增区间为\_\_\_\_\_.

【答案】 $(-\infty, -1), (1, +\infty)$

15. 曲线  $y = e^x + x^2$  在点  $(0, 1)$  处的切线斜率为\_\_\_\_\_.

【答案】1

16. 设  $f'(x)$  为连续函数, 则  $\int f'(x) dx =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $f(x) + C$

17.  $\int_{-1}^1 (x^3 \cos x + 1) dx =$ \_\_\_\_\_.

【答案】2

18.  $\int_0^1 (2x-1)^5 dx =$ \_\_\_\_\_.

【答案】0

19. 设二元函数  $z = e^{\frac{1}{x+y}}$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $-\frac{1}{(x+y)^2} e^{\frac{1}{x+y}}$

20. 设二元函数  $z = x^3 y^2$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $6x^2 y$

### 三、计算题

21. 计算  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2e^x + 1}{x^2}$ .



【答案】  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2e^x + 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (2e^{2x} - e^x) = 1.$

22. 已知  $x = -1$  是函数  $f(x) = ax^3 + bx^2$  的驻点, 且曲线  $y = f(x)$  过点  $(1, 5)$ , 求  $a, b$  的值.

【答案】  $f'(x) = 3ax^2 + 2bx.$

由  $f'(-1) = 0$ , 得  $3a - 2b = 0.$  ①

曲线  $y = f(x)$  过点  $(1, 5)$ , 故  $a + b = 5.$  ②

由 ①, ② 得  $a = 2, b = 3.$

23. 计算  $\int \frac{x^3}{x-1} dx.$

【答案】  $\int \frac{x^3}{x-1} dx = \int \frac{x^3 - 1 + 1}{x-1} dx = \int \left( x^2 + x + 1 + \frac{1}{x-1} \right) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + \ln|x-1| + C.$

24. 计算  $\int_1^e \ln x dx.$

【答案】  $\int_1^e \ln x dx = x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e dx = e - x \Big|_1^e = 1.$

25. 设  $y = f(x)$  是由方程  $e^y + xy = 1$  所确定的隐函数, 求  $\frac{dy}{dx}.$

【答案】 方程  $e^y + xy = 1$  两边对  $x$  求导, 得  $e^y \frac{dy}{dx} + y + x \frac{dy}{dx} = 0.$  于是  $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{e^y + x}.$

26. 设曲线  $y = \sin x \left( 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$ ,  $x$  轴及直线  $x = \frac{\pi}{2}$  所围成的平面图形为  $D$ . 在区间  $\left( 0, \frac{\pi}{2} \right)$  内求一点  $x_0$ , 使

直线  $x = x_0$  将  $D$  分为面积相等的两部分.

【答案】 依题意有  $\int_0^{x_0} \sin x dx = \int_{x_0}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ , 即  $-\cos x \Big|_0^{x_0} = -\cos x \Big|_{x_0}^{\frac{\pi}{2}}$ ,  $1 - \cos x_0 = \cos x_0$ ,  $\cos x_0 = \frac{1}{2}$ , 得

$x_0 = \frac{\pi}{3}.$

27. 设 50 件产品中, 45 件是正品, 5 件是次品. 从中任取 3 件, 求其中至少有 1 件是次品的概率. (精确到 0.01)

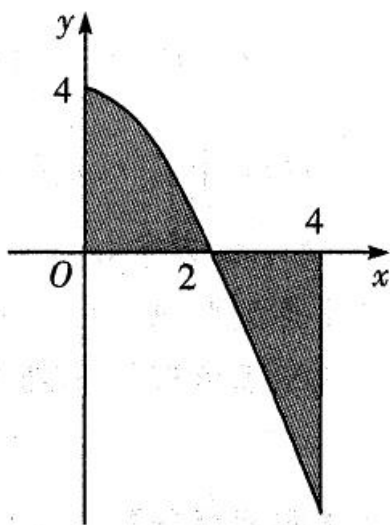
【答案】 设  $A = \{3 \text{ 件产品中至少有 1 件次品}\}$ , 则  $\bar{A} = \{3 \text{ 件产品都为正品}\}.$

所以  $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{45}^3}{C_{50}^3} \approx 0.28.$

28. 设曲线  $y = 4 - x^2 (x \geq 0)$  与  $x$  轴,  $y$  轴及直线  $x = 4$  所围成的平面图形为  $D$ . (如图中阴影部分所示).

(1) 求  $D$  的面积  $S$ .

(2) 求图中  $x$  轴上方的阴影部分绕  $y$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V$ .



【答案】(1) 面积  $S = \int_0^2 (4 - x^2) dx - \int_2^4 (4 - x^2) dx = \left( 4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 - \left( 4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^4 = 16$ .

(2) 体积  $V = \pi \int_0^4 x^2 dy = \pi \int_0^4 (4 - y) dy = \pi \left( 4y - \frac{1}{2} y^2 \right) \Big|_0^4 = 8\pi$ .



# 2015 年成人高等学校招生全国统一考试

## 高等数学 (二)

### 第 I 卷 (选择题, 共 40 分)

#### 一、选择题:

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x^2+1} =$

A. 0

B.  $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

【答案】A

2. 当  $x \rightarrow 0$  时,  $\sin 3x$  是  $2x$  的

A. 低阶无穷小量

B. 等价无穷小量

C. 同阶但不等价无穷小量

D. 高阶无穷小量

【答案】C

3. 函数  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处

A. 有定义且有极限

B. 有定义但无极限

C. 无定义但有极限

D. 无定义且无极限

【答案】B

4. 设函数  $f(x) = xe^{\frac{x}{2}}$ , 则  $f'(x) =$

A.  $(1+x)e^{\frac{x}{2}}$

B.  $\left(\frac{1}{2}+x\right)e^{\frac{x}{2}}$

C.  $\left(1+\frac{x}{2}\right)e^{\frac{x}{2}}$

D.  $(1+2x)e^{\frac{x}{2}}$

【答案】C

5. 下列区间为函数  $f(x) = x^4 - 4x$  的单调增区间的是

A.  $(-\infty, +\infty)$

B.  $(-\infty, 0)$

C.  $(-1, 1)$

D.  $(1, +\infty)$

【答案】D

6. 已知函数  $f(x)$  在区间  $[-3, 3]$  上连续, 则  $\int_{-1}^1 f(3x) dx =$

A. 0

B.  $\frac{1}{3} \int_{-3}^3 f(t) dt$

C.  $\frac{1}{3} \int_{-1}^1 f(t) dt$

D.  $3 \int_{-3}^3 f(t) dt$

【答案】B

7.  $\int (x^{-2} + \sin x) dx =$

A.  $-2x^{-1} + \cos x + C$

B.  $-2x^{-3} + \cos x + C$

C.  $-\frac{x^{-3}}{3} - \cos x + C$

D.  $-x^{-1} - \cos x + C$

【答案】D

8. 设函数  $f(x) = \int_0^x (t-1)dt$  , 则  $f''(x) =$

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

【答案】C

9. 设二元函数  $z = x^y$  , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$

A.  $yx^{y-1}$

B.  $yx^{y+1}$

C.  $x^y \ln x$

D.  $x^y$

【答案】A

10. 设二元函数  $z = \cos(xy)$  , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$

A.  $y^2 \sin(xy)$

B.  $y^2 \cos(xy)$

C.  $-y^2 \sin(xy)$

D.  $-y^2 \cos(xy)$

【答案】D

## 第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

### 二、填空题

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】0

12.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】  $e^{-\frac{2}{3}}$

13. 设函数  $y = \ln(4x - x^2)$  , 则  $y'(1) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】  $\frac{2}{3}$

14. 设函数  $y = x + \sin x$  , 则  $dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】  $(1 + \cos x)dx$

15. 设函数  $y = x^{\frac{3}{2}} + e^{-x}$  , 则  $y'' = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】  $\frac{3}{4}x^{-\frac{1}{2}} + e^{-x}$

16. 若  $\int f(x)dx = \cos(\ln x) + C$  , 则  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】  $-\frac{\sin(\ln x)}{x}$

17.  $\int_{-1}^1 x|x|dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 0

18.  $\int d(x \ln x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】  $x \ln x + C$

19. 由曲线  $y = x^2$  , 直线  $x = 1$  及  $x$  轴所围成的平面有界图形的面积  $S = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】  $\frac{1}{3}$

20. 设二元函数  $z = e^{\frac{y}{x}}$  , 则  $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1,1)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】  $-e$

### 三、计算题

21. 计算  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\ln x}.$

【答案】  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\ln x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x}{\frac{1}{x}} = e.$

22. 设函数  $y = \cos(x^2 + 1)$ , 求  $y'$ .

【答案】  $y' = [\cos(x^2 + 1)]' = -\sin(x^2 + 1) \cdot (x^2 + 1)' = -2x \sin(x^2 + 1)$

23. 计算  $\int \frac{x}{4+x^2} dx$ .

【答案】  $\int \frac{x}{4+x^2} dx = \frac{1}{2} \int \frac{x}{4+x^2} d(4+x^2) = \frac{1}{2} \ln(4+x^2) + C.$

24. 计算  $\int_0^4 f(x) dx$ , 其中  $f(x) = \begin{cases} x, & x < 1, \\ \frac{1}{1+x}, & x \geq 1. \end{cases}$

【答案】  $\int_0^4 f(x) dx = \int_0^1 x dx + \int_1^4 \frac{1}{1+x} dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + \ln(1+x) \Big|_1^4 = \frac{1}{2} + \ln \frac{5}{2}.$

25. 已知  $f(x)$  是连续函数, 且  $\int_0^x f(t) e^{-t} dt = x$ , 求  $\int_0^1 f(x) dx$ .

【答案】 等式两边对  $x$  求导, 得  $f(x) e^{-x} = 1$ ,  $f(x) = e^x$ .  $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 e^x dx = e^x \Big|_0^1 = e - 1.$

26. 已知函数  $f(x) = \ln x - x$ .

(1) 求  $f(x)$  的单调区间和极值;

(2) 判断曲线  $y = f(x)$  的凹凸性.

【答案】 (1)  $f(x)$  的定义域为  $(0, +\infty)$ ,  $f'(x) = \frac{1}{x} - 1$ . 令  $f'(x) = 0$  得驻点  $x = 1$ .

当  $0 < x < 1$  时,  $f'(x) > 0$ ; 当  $x > 1$  时,  $f'(x) < 0$ .  $f(x)$  的单调增区间是  $(0, 1)$ , 单调减区间是  $(1, +\infty)$ .

$f(x)$  在  $x = 1$  处取得极大值  $f(1) = -1$ .

(2) 因为  $f''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$ , 所以曲线  $y = f(x)$  是凸的.

27. 求二元函数  $f(x, y) = \frac{x^2}{2} - xy + y^2 + 3x$  的极值.

【答案】  $f'_x = x - y + 3$ ,  $f'_y = -x + 2y$ .

由  $\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ -x + 2y = 0 \end{cases}$  解得  $x = -6$ ,  $y = -3$ .  $f''_{xx}(x, y) = 1$ ,  $f''_{xy}(x, y) = -1$ ,  $f''_{yy}(x, y) = 2$ .  $A = f''_{xx}(-6, -3) = 1$ ,

$B = f''_{xy}(-6, -3) = -1$  ,  $C = f''_{yy}(-6, -3) = 2$  .  $B^2 - AC = -1 < 0$  ,  $A > 0$  , 故  $f(x, y)$  在点  $(-6, -3)$  处取得极小值, 极小值为  $f(-6, -3) = -9$ . (10分).

28. 从装有 2 个白球, 3 个黑球的袋中任取 3 个球, 记取出白球的个数为  $X$ .

(1) 求  $X$  的概率分布;

(2) 求  $X$  的数学期望  $E(X)$ .

【答案】(1)  $X$  可能的取值为 0, 1, 2.

$$P\{X=0\} = \frac{C_2^0 \cdot C_3^3}{C_5^3} = 0.1, \quad P\{X=1\} = \frac{C_2^1 \cdot C_3^2}{C_5^3} = 0.6, \quad P\{X=2\} = \frac{C_2^2 \cdot C_3^1}{C_5^3} = 0.3$$

因此  $X$  的概率分布为

$X$	0	1	2
$P$	0.1	0.6	0.3

(2)  $E(X) = 0 \times 0.1 + 1 \times 0.6 + 2 \times 0.3 = 1.2$ .



# 2016 年成人高等学校招生全国统一考试专升本

## 高等数学 (二)

### 第 I 卷 (选择题, 共 40 分)

一、选择题 (1~10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x + 2}{x^2 - 2} =$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

1. 【答案】C

2. 设函数  $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ x + a, & x \geq 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续, 则  $a =$

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

2. 【答案】C

3. 设函数  $y = 2 + \sin x$ , 则  $y' =$

A.  $\cos x$

B.  $-\cos x$

C.  $2 + \cos x$

D.  $2 - \cos x$

3. 【答案】A

4. 设函数  $y = e^{x-1} + 1$ , 则  $dy =$

A.  $e^x dx$

B.  $e^{x-1} dx$

C.  $(e^x + 1) dx$

D.  $(e^{x-1} + 1) dx$

4. 【答案】B

5.  $\int_0^1 (5x^4 + 2) dx =$

A. 1

B. 3

C. 5

D. 7

5. 【答案】B

6.  $\int_0^1 (1 + \cos x) dx =$

A.  $\frac{\pi}{2} + 1$

B.  $\frac{\pi}{2}$

C.  $\frac{\pi}{2} - 1$

D. 1

6. 【答案】A

7. 设函数  $y = x^4 + 2x^2 + 3$  , 则  $\frac{d^2y}{dx^2} =$

A.  $e^x dx$

B.  $e^{x-1} dx$

C.  $(e^x + 1) dx$

D.  $(e^{x-1} + 1) dx$

7. 【答案】 D

8.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx =$

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

8. 【答案】 C

9. 设函数  $z = x^2 + y$  , 则  $dz =$

A.  $2x dx + dy$

B.  $x^2 dx + dy$

C.  $x^2 dx + y dy$

D.  $2x dx + y dy$

9. 【答案】 A

10. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = 2$  , 则  $a =$

A.  $\frac{1}{2}$

B. 1

C.  $\frac{3}{2}$

D. 2

10. 【答案】 D

## 第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

二、填空题 (11~20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{2x^2+3} =$  \_\_\_\_\_.

11. 【答案】  $-\frac{1}{3}$

12. 设函数  $y = x^2 - e^x$  , 则  $y' =$  \_\_\_\_\_.

12. 【答案】  $2x - e^x$

13. 设事件 A 发生的概率为 0.7 , 则 A 的对立事件  $\bar{A}$  发生的概率为 \_\_\_\_\_.

13. 【答案】 0.3

14. 曲线  $y = \ln x$  在点 (1, 0) 处的切线方程为 \_\_\_\_\_.

14. 【答案】  $y = x - 1$

15.  $\int \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{1+x^2} \right) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

15. 【答案】  $\ln|x| + \arctan x + C$

16.  $\int_{-1}^1 (\sin x + x) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

16. 【答案】 0

17. 设函数  $F(x) = \int_0^x \cos t dt$  , 则  $F'(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

17. 【答案】  $\cos x$

18. 设函数  $z = \sin(x+2y)$  , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

18. 【答案】  $\cos(x+2y)$

19. 已知点  $(1,1)$  是曲线  $y = x^2 + a \ln x$  的拐点 , 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

19. 【答案】 2

20. 设  $y = y(x)$  是由方程  $y = x - e^y$  所确定的隐函数 , 则  $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}.$

20. 【答案】  $\frac{1}{1+e^y}$

### 三、解答题 ( 21~28 小题 , 共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤 )

21. ( 本题满分 8 分 )

计算  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}.$

21. 【答案】  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 1}{1} \quad (6分)$   
 $= 3. \quad (8分)$

22. ( 本题满分 8 分 )

设函数  $y = xe^{2x}$  , 求  $y'.$

22. 【答案】  $y' = x'e^{2x} + x(e^{2x})' \quad (4分)$   
 $= (1+2x)e^{2x}. \quad (8分)$

23. ( 本题满分 8 分 )

设函数  $z = x^3y + xy^3$  , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2y + y^3, \quad (2\text{分})$$

23. 【答案】  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 6xy, \quad (5\text{分})$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 3x^2 + 3y^2. \quad (8\text{分})$$

24. ( 本题满分 8 分 )

计算  $\int x \cos x^2 dx$ .

【答案】  $\int x \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \int \cos x^2 dx^2 \quad (4\text{分})$

24.  $= \frac{1}{2} \sin x^2 + C \quad (8\text{分})$

25. ( 本题满分 8 分 )

计算  $\int_1^{\sqrt{e}} 2x \ln x dx$ .

$$\int_1^{\sqrt{e}} 2x \ln x dx = \int_1^{\sqrt{e}} \ln x dx^2 \quad (4\text{分})$$

$$= x^2 \ln x \Big|_1^{\sqrt{e}} - \int_1^{\sqrt{e}} x^2 \cdot \frac{1}{x} dx \quad (6\text{分})$$

25. 【答案】  $= \frac{e}{2} - \frac{x^2}{2} \Big|_1^{\sqrt{e}}$   
 $= \frac{1}{2}. \quad (8\text{分})$

26. ( 本题满分 10 分 )

求曲线  $y = \sqrt{x}$  , 直线  $x = 1$  和  $x$  轴所围成的有界平面图形的面积  $S$  , 及该平面图形绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V$  .

$$\text{面积 } S = \int_0^1 \sqrt{x} dx \quad (2\text{分})$$

26. 【答案】  $= \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}$   
 $= \frac{2}{3} \quad (5\text{分})$

$$\begin{aligned}
 \text{旋转体的体积 } V &= \int_0^1 \pi (\sqrt{x})^2 dx && (7\text{分}) \\
 &= \int_0^1 \pi x dx \\
 &= \frac{\pi}{2} x^2 \Big|_0^1 \\
 &= \frac{\pi}{2} && (10\text{分})
 \end{aligned}$$

27. ( 本题满分 10 分 )

设函数  $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy + 3$  , 求  $f(x, y)$  的极值点与极值.

27. 【答案】由已知,  $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y} = 2y + x$ .

$$\text{令 } \begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0, \end{cases} \text{ 得驻点 } (0, 0). \quad (4\text{分})$$

$f(x, y)$  的 2 阶偏导数为

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 1, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2. \quad (6\text{分})$$

$$\text{故 } A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{(0,0)} = 2, \quad B = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \Big|_{(0,0)} = 1, \quad C = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \Big|_{(0,0)} = 2.$$

因为  $A > 0$  且  $AC - B^2 > 0$  所以  $(0, 0)$  为  $f(x, y)$  的极小值点, 极小值为  $f(0, 0) = 3$ . (10分)

28. ( 本题满分 10 分 )

已知离散型随机变量  $X$  的概率分布为

$X$	0	10	20	30
$P$	0.2	$a$	0.2	0.3

( 1 ) 求常数  $a$  ;

( 2 ) 求  $X$  的数学期望  $EX$  及方差  $DX$ .

28. 【答案】( 1 ) 因为  $0.2 + a + 0.2 + 0.3 = 1$  , 所以  $a = 0.3$ . (4分)

( 2 )  $EX = 0 \times 0.2 + 10 \times 0.3 + 20 \times 0.2 + 30 \times 0.3 = 16$ . (7分)

$$DX = (0-16)^2 \times 0.2 + (10-16)^2 \times 0.3 + (20-16)^2 \times 0.2 + (30-16)^2 \times 0.3 = 124. \quad (10\text{分})$$





华图教育  
HUATU.COM