

数量关系

一、基本技巧与方法

- 代入排除法
 - 常用题型
 - 选项信息充分
 - 固定题型
 - 题干复杂无思路
 - 代入技巧
 - 先排除后代入、居中代入、极值代入
 - 整除特性
 - 3、9的整除特性较为常用
 - 数字特性类
 - 倍数特性
 - $a:b=m:n$
 - a 是 m 的倍数, b 是 n 的倍数
 - $a \pm b$ 是 $m \pm n$ 的倍数
 - 奇偶特性
 - 理论
 - 和差同性、奇反偶同
 - 应用
 - 知和求差、知差求和
 - $ax+by=c$ (不定方程)
- 方程法
 - 方程(组)
 - 设未知数
 - 1. 求什么设什么
 - 2. 设中间变量
 - 3. 设比例份数
 - 4. 优先设“比”、“是”等关键词后面的量
 - 不定方程(组)
 - 代入排除法
 - 数字特性
 - 倍数特性、尾数特性、奇偶特性
 - 赋“0”法
- 赋值法
 - 题目中给出三个量满足“ $A=B \times C$ ”的比例形式, 至多给定其中一个量时, 采用赋值法
 - 题目中未给出明确量值, 只给出比例、倍数、分数、百分数关系时, 考虑赋值法

二、工程问题

- 基本公式
 - “工作量=工作效率×工作时间”
- 赋值法
 - “给定时间型”
 - 特征
 - 只给定完成全部工程所需的时间
 - 解题
 - 1. 赋总量, 2. 求效率, 3. 列式计算
 - “效率制约型”
 - 特征
 - 不仅给定工作时间(只是部分工作量的时间), 关键是直接或间接给定效率之间的比例关系
 - 解题
 - 1. 赋效率; 2. 求总量; 3. 列式计算
- 方程法
 - “条件综合型”
 - 特征
 - 给定两类量时(比如给出了工作时间, 还给出了部分工作量的具体值)
 - 解题
 - 设未知量, 列方程求解

三、经济利润问题

- 相关公式
 - 利润=单价-成本
 - 期望利润=定价-成本
 - 实际利润=售价-成本
 - 售价=定价×折扣, 售价=成本×(1+利润率)
 - 利润率=利润/成本=(售价-成本)/成本=售价/成本-1
- 题型
 - 基本公式类
 - 单件商品
 - 直接使用基本公式
 - 多件商品
 - “总价=单价×数量”(成本、售价、利润)
 - 分段计费类
 - 1. 明确分段节点; 2. 根据分段节点计算

四、行程问题

- 核心公式
 - “路程 s = 速度 v × 时间 t ”
- 基础行程问题
 - “火车过桥”
 - ① 火车通过大桥, 车头上桥至车尾离桥, 路程 S =桥长+车长=速度×时间
 - ② 火车在大桥上, 车尾上桥至车头离桥, 路程 S =桥长-车长=速度×时间
 - 等距离平均速度公式
 - 流水行船
 - ① 顺流路程=顺流速度×顺流时间=(船速+水速)×顺流时间
 - ② 逆流路程=逆流速度×逆流时间=(船速-水速)×逆流时间
- 相遇追及问题
 - 直线
 - 单次相遇(背离)
 - 单次追及
 - 直线型两端出发 n 次相遇
 - 直线型单端出发 n 次相遇
 - 环形
 - 单次相遇
 - 单次追及
 - 环形 n 次相遇
 - 环形 n 次追及

五、容斥问题

- 两集合型
- 三集合型
- 标准公式
- 非标准公式
- 画图法、公式法
- 方法

六、排列组合与概率

- 排列与顺序有关; 组合与顺序无关
 - 排列与组合
- 排列组合
 - 分类相加; 分步相乘
 - 加法原理与乘法原理
 - “相邻”、“在一起”
 - 捆绑法
 - “不相邻”、“不在一起”
 - 插空法
 - 经典方法
 - 隔板法
 - 将 m 个相同的物品, 分给 n 个人, 每个人至少得1个, 则共有 $C(m-1, n-1)$ 种分配方法。
- 概率
 - P =满足条件的情况数/总的情况数
 - 基本概率
 - 分类相加; 分步相乘
 - 分类与分布概率
 - 正向求解复杂, 考虑从反面求解
 - 逆向思维

七、最值问题

- 最不利构造
 - “至少...保证...”
 - 特征
 - 1. 求单个不利值, 2. 找出所有不利值, 3. 再加1
 - 解题
- 构造数列类
 - “最多(少)...最少(多)...”; “排名第...最多(少)...”
 - 特征
 - 1. 定位, 2. 构造, 3. 求和
 - 解题
- 多集合反向构造
 - “都...至少..., 至少...都...”
 - 特征
 - 1. 反向, 2. 加和, 3. 做差
 - 解题

八、几何问题

- 核心公式
 - 1. 长度公式(圆、弧)
 - 2. 面积公式(三角形、梯形、圆、扇形、菱形)
 - 3. 表面积公式(球)
 - 4. 体积公式(锥体、球)
- 几何计算
 - 规则图形: 找等量关系式, 列式求解
 - 不规则图形: 割补平移
- 基本题型
 - 1. 三角形三边关系
 - 2. 几何最值理论
 - 几何特性
 - 3. 相似图形比例关系
 - 几何构造
 - 考察空间想象能力, 构造几何图形

九、趣味杂题

- 核心公式
 - 牛吃草问题
- 时间问题
 - 星期日期问题
 - 1. 利用周期性解题
 - 2. 天数计算: 不算第一天, 算最后一天
 - 年龄问题
 - 1. 过 N 年, 都长 N 岁
 - 2. 年龄差不变
 - 知识点
 - 钟表问题
 - 代入排除、方程法、数字特性等
 - 解题思路
 - 1. 表盘一周 360° ; 12大格, 每大格 30° ; 60小格, 每小格 6°
 - 2. 分针旋转速度 6° /分钟; 时针旋转速度 0.5° /分钟
 - 3. 一天24h, 时针与分针垂直44次; 重合22次; 成一条直线22次
- 初等数学
 - 等差数列
 - 1. 通项公式
 - 2. 求和公式
 - 3. 级差公式
 - 等比数列
 - 1. 通项公式
 - 2. 求和公式
 - 约数和倍数
 - 约数, 又称因数。 $a/b=c$ (a, b, c 均为整数), 就说 a 能被 b 整除, 或 b 能整除 a 。 a 称为 b 的倍数, b 称为 a 的约数。