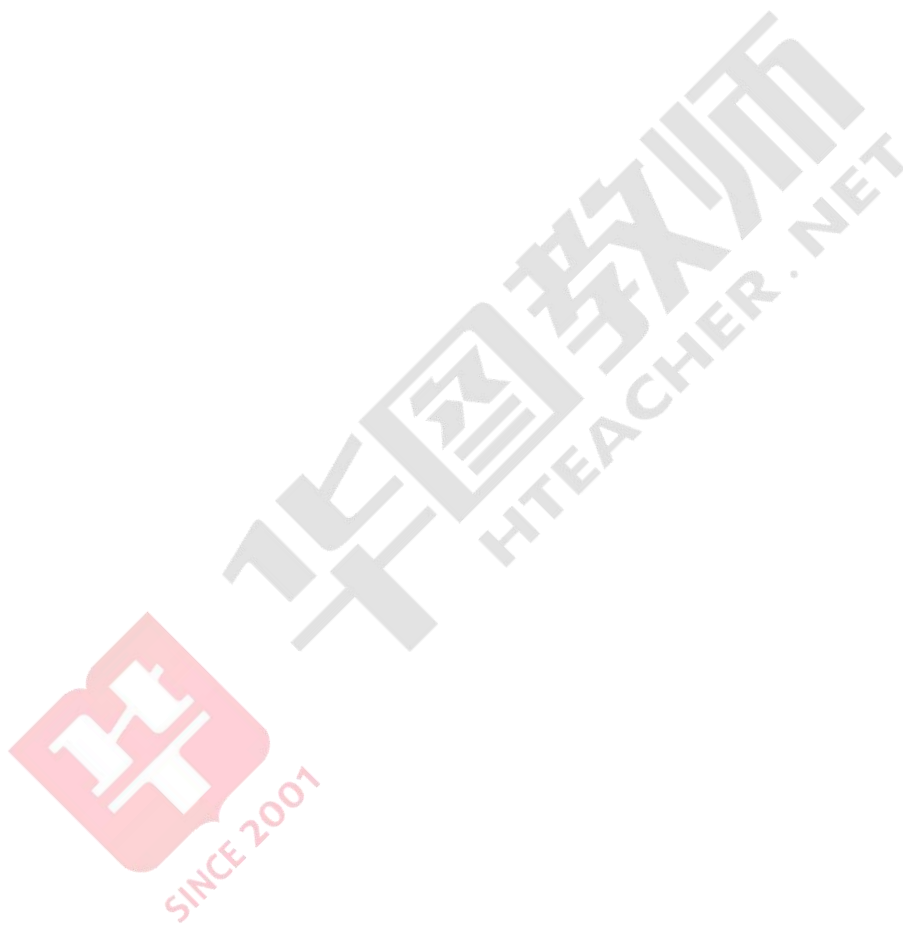


数学学科核心知识手册



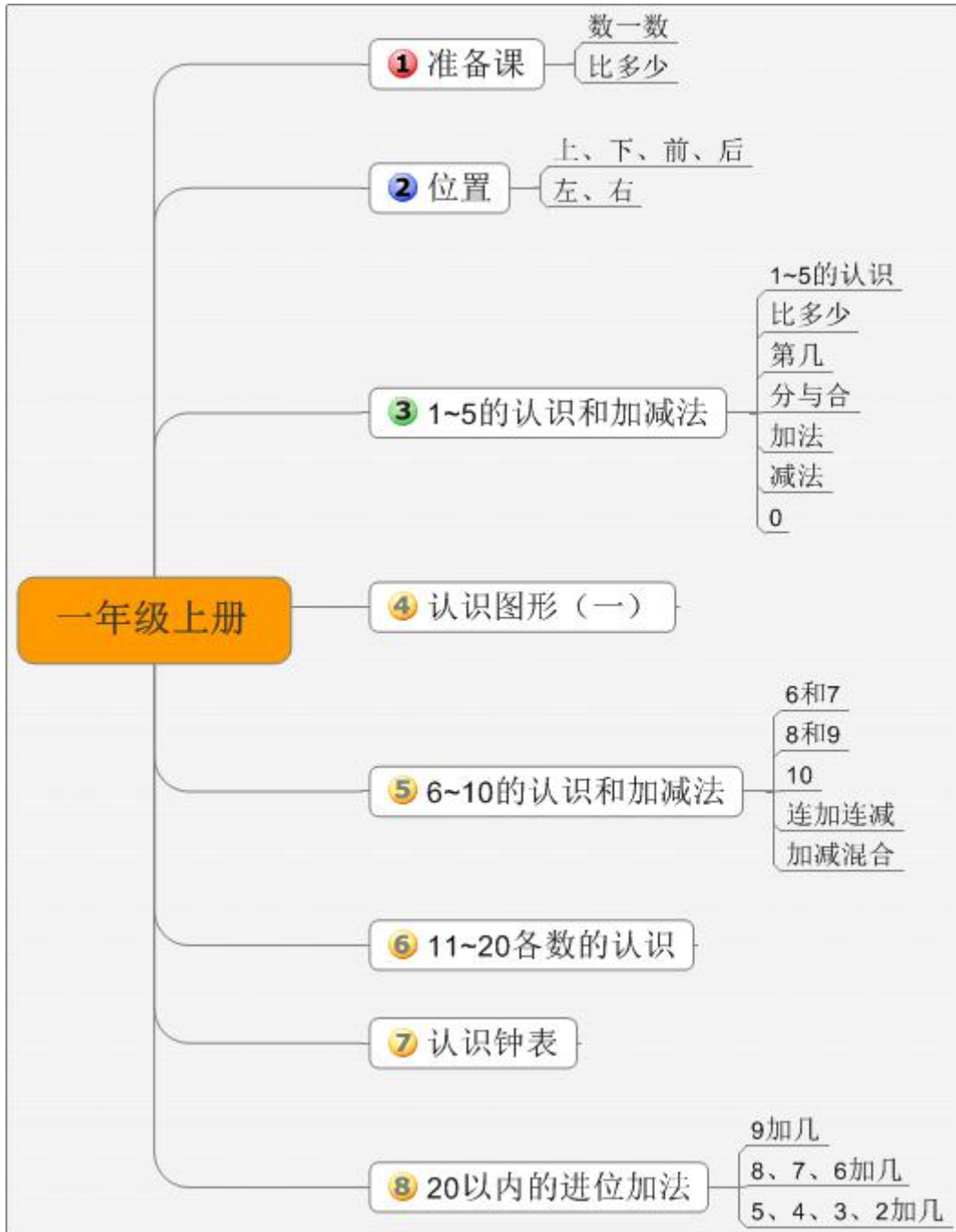


目 录

第一章 课程内容.....	1
第一节 小学.....	1
第二节 初中.....	12
第三节 高中.....	17
第二章 常考+易错知识点.....	20
第一节 初中.....	20
一、七年级知识梳理.....	20
二、八年级知识梳理.....	20
三、九年级知识梳理.....	22
第二节 高中.....	24
一、必修一知识梳理.....	24
二、必修二知识梳理.....	25
三、必修三知识梳理.....	27
四、必修四知识梳理.....	30
五、必修五知识梳理.....	34
第三章 课标概要.....	36
第一节 小学.....	36
第一学段（1~3 年级）.....	36
第二学段（4~6 年级）.....	38
第二节 初中.....	41
第三学段（7~9 年级）.....	41
第三节 高中.....	49
一、必修课程.....	49
二、数学必修 1.....	49
三、数学必修 2.....	52
四、数学必修 3.....	54
五、数学必修 4.....	57
六、数学必修 5.....	59

第一章 课程内容

第一节 小学















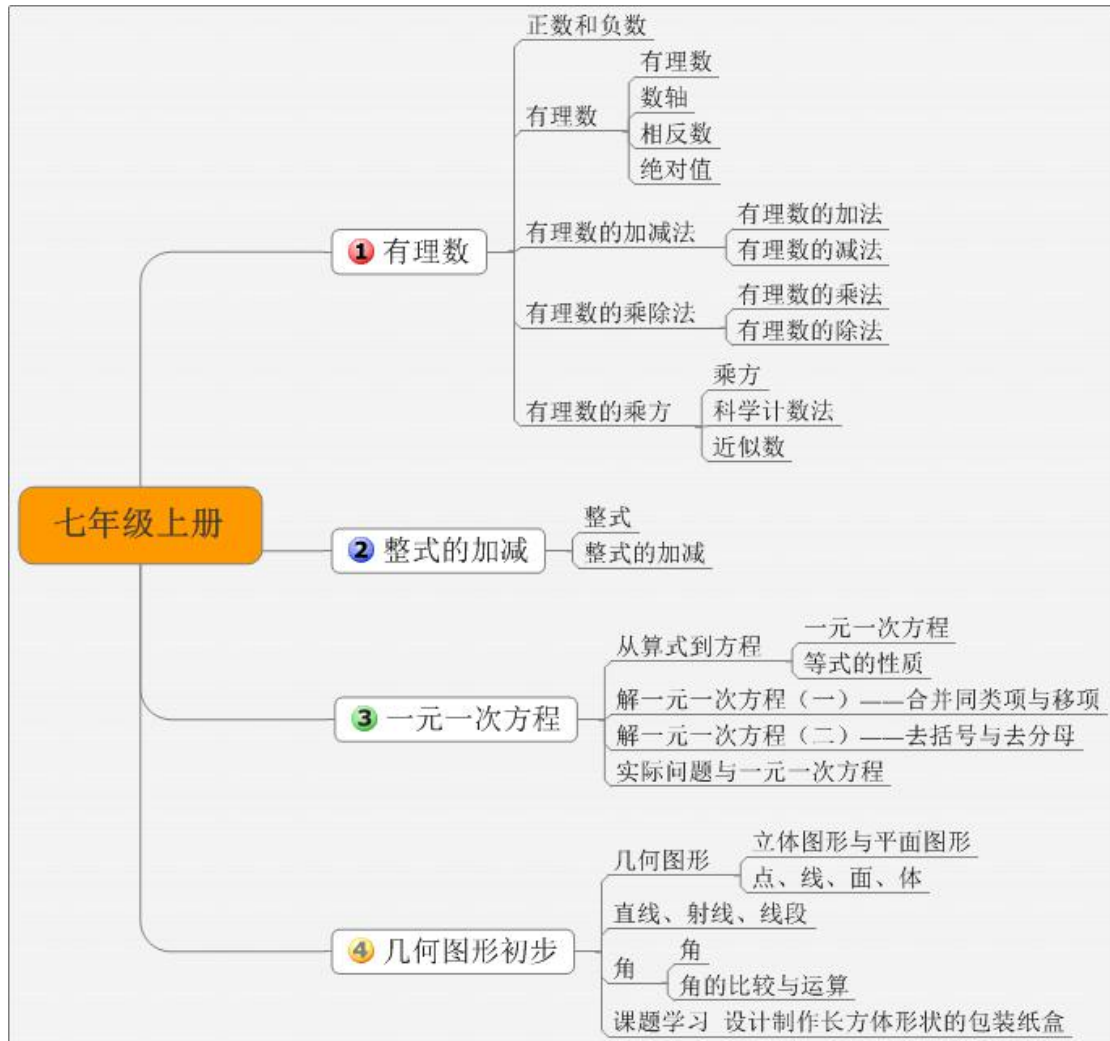








第二节 初中



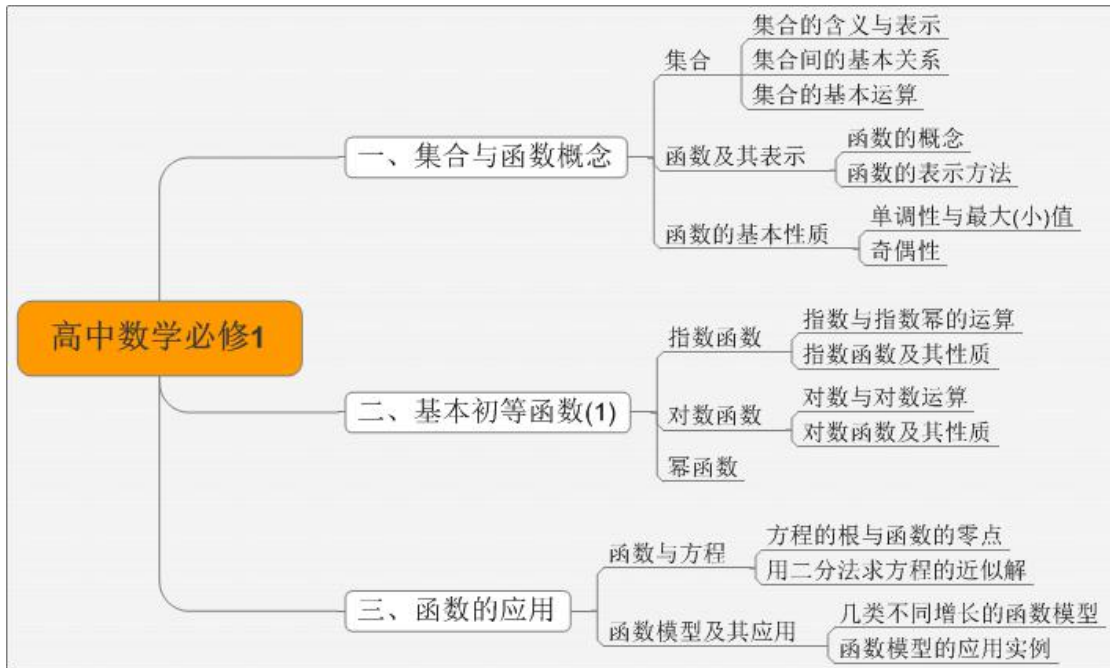








第三节 高中







此处以人教版为主，其他版本内容差不多，可能排版有所区别。



第二章 常考+易错知识点

第一节 初中

一、七年级知识梳理

- 1、 $-a$ 不一定是负数， $+a$ 也不一定是正数。
- 2、数轴是规定了原点、正方向、单位长度的一条直线。
- 3、一元一次方程：一元是一个未知数，一次是未知数的最高次数是 1。
- 4、平行公理：经过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行。

平行公理的推论：如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行。

- 5、平面直角坐标系三要素：原点、横轴、纵轴。坐标轴上的点不在任何一个象限内。
- 6、三角形的三边关系：三角形任意两边的和大于第三边，任意两边的差小于第三边。
- 7、从三角形的一个顶点向它的对边所在直线作垂线，顶点和垂足间的线段叫做三角形的高。

- 8、在三角形中，连接一个顶点和它的对边中点的线段叫做三角形的中线。

- 9、三角形外角的性质：

性质 1：三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和。

性质 2：三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角。

- 10、多边形对角线的条数：

(1) 从 n 边形的一个顶点出发可以引 $(n-3)$ 条对角线，把多边形分词 $(n-2)$ 个三角形。

(2) n 边形共有 $\frac{n(n-3)}{2}$ 条对角线。

- 11、二元一次方程：含有两个未知数，并且未知数的次数都是 1，像这样的方程叫做二元一次方程。一般形式是 $ax+by=c(a \neq 0, b \neq 0)$ 。

- 12、(1) 能使不等式成立的未知数的值，叫做不等式的解。

(2) 一个含有未知数的不等式的所有解，组成这个不等式的解集。

(3) 求不等式解集的过程叫做解不等式。

- 13、各类统计图的优劣：

条形统计图：能清楚表示出每个项目的具体数目；

折线统计图：能清楚反映事物的变化情况；

扇形统计图：能清楚地表示出各部分在总体中所占的百分比。

二、八年级知识梳理

- 1、三角形全等的判定公理及推论有：

(1) “边角边” 简称 “SAS”

(2) “角边角” 简称 “ASA”

(3) “边边边” 简称 “SSS”

(4) “角角边”简称“*AAS*”

(5) 斜边和直角边相等的两直角三角形 (*HL*)。

(注：边边角是错误的，同时在书写过程中对应点要对应。)

2、算术平方根：一般地，如果一个正数 x 的平方等于 a ，即 $x^2 = a$ ，那么正数 x 叫做 a 的算术平方根，记作 \sqrt{a} 。

0 的算术平方根为 0；从定义可知，只有当 $a \geq 0$ 时， a 才有算术平方根。

3、正数有两个平方根（一正一负）它们互为相反数；0 只有一个平方根，就是它本身；负数没有平方根。

4、同底数幂的除法法则：同底数幂相除，底数不变，指数相减，即 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 。

在应用时需要注意以下几点：

(1) 法则使用的前提条件是“同底数幂相除”而且 0 不能做除数，所以法则中 $a \neq 0$ 。

(2) 任何不等于 0 的数的 0 次幂等于 1，即 $a^0 = 1 (a \neq 0)$ ，如 $10^0 = 1$ ，则 0^0 无意义。

(3) 任何不等于 0 的数的 $-p$ 次幂 (p 是正整数)，等于这个数的 p 的次幂的倒数，即 $a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0, p \text{ 是正整数})$ 。

5、分解因式的步骤：

(1) 先看各项有没有公因式，若有，则先提取公因式；

(2) 再看能否使用公式法；

(3) 用分组分解法，即通过分组后提取各组公因式或运用公式法来达到分解的目的；

(4) 因式分解的最后结果必须是几个整式的乘积，否则不是因式分解；

(5) 因式分解的结果必须进行到每个因式在有理数范围内不能再分解为止。

6、分式方程的解法：

(1) 去分母(方程两边同时乘以最简公分母，将分式方程化为整式方程)；

(2) 按解整式方程的步骤求出未知数的值；

(3) 验根(求出未知数的值后必须验根，因为在把分式方程化为整式方程的过程中，扩大了未知数的取值范围，可能产生增根)。

7、三角形的中位线平行于三角形的第三边，且等于第三边的一半。

8、加权平均数，权：反映了某个数据在整个数据中的重要程度。

9、中位数：将一组数据按照由小到大（或由大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数。（注意：数据是按照由小到大或由大到小的顺序排列）

10、平均数、中位数与众数的比较

平均数：所有数据参加运算，能充分利用数据所提供的信息，因此在现实生活中常用，但容易受极端值影响；中位数：计算简单，受极端值影响少，但不能充分利用所有数据的信息；众数：各个数据如果重复次数大致相等时，众数往往没有特别的意义。

三、九年级知识梳理

1、二次根式：一般地，形如 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 的代数式叫做二次根式。当 $a \geq 0$ ， \sqrt{a} 表示 a 的算数平方根，其中 $\sqrt{0} = 0$ 。

2、(1) $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 是非负数；

$$(2) (\sqrt{a})^2 = a(a \geq 0);$$

$$(3) \sqrt{a^2} = a(a \geq 0)。$$

3、一元二次方程：方程两边都是整式，只含有一个未知数（一元），并且未知数的最高次数是2（二次）的方程，叫做一元二次方程。

一般地，任何一个关于 x 的一元二次方程，经过整理，都能化成如下形式 $ax^2 + bx + c = 0(a \neq 0)$ 。这种形式叫做一元二次方程的一般形式。

一个一元二次方程经过整理化成 $ax^2 + bx + c = 0(a \neq 0)$ 后，其中 ax^2 是二次项， a 是二次项系数； bx 是一次项， b 是一次项系数； c 是常数项。

直线与圆有3种位置关系：无公共点为相离；有两个公共点为相交，这条直线叫做圆的割线；

圆与直线有唯一公共点为相切，这条直线叫做圆的切线，这个唯一的公共点叫做切点。

4、两圆之间有5种位置关系：

无公共点的，一圆在另一圆之外叫外离，在之内叫内含；

有唯一公共点的，一圆在另一圆之外叫外切，在之内叫内切；

有两个公共点的叫相交。

两圆圆心之间的距离叫做圆心距。两圆的半径分别为 R 和 r ，且 $R \geq r$ ，圆心距为 P ：外离 $P > R + r$ ；外切 $P = R + r$ ；相交 $R - r < P < R + r$ ；内切 $P = R - r$ ；内含 $P < R - r$ 。

5、二次函数图像画法：(1) 开口方向；(2) 对称轴；(3) 顶点；(4) 与 X 轴交点；(5) 与 Y 轴交点。

6、 $Rt\triangle ABC$ 中，

(1) $\angle A$ 的对边与斜边的比值是 $\angle A$ 的正弦，记作

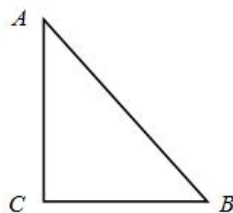
$$\sin A = \frac{BC}{AB};$$

(2) $\angle A$ 的邻边与斜边的比值是 $\angle A$ 的余弦，记作

$$\cos A = \frac{AC}{AB};$$

(3) $\angle A$ 的对边与邻边的比值是 $\angle A$ 的正切，记作 $\tan A = \frac{BC}{AC}$ ；

(4) $\angle A$ 的邻边与对边的比值是 $\angle A$ 的余切，记作 $\cot A = \frac{AC}{BC}$ 。



7、特殊值的三角函数：

角度 α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

8、平行投影与中心投影

由平行光线组成的投影叫作平行投影。

由同一点发出的光线形成的投影叫作中心投影。

第二节 高中

一、必修一知识梳理

1、空集是任何集合的子集。

2、函数定义：对于任意的 $x \in A$ ，通过对应法则 $f(x)$ ，在 B 中有唯一的 $y \in B$ 与之对应；反之，对于任意的 $y \in B$ ，在 A 中有一个或者多个 $x \in A$ 通过 $f(x)$ 与之对应。

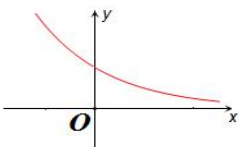
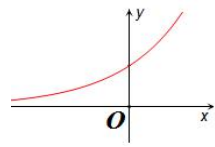
3、奇函数特点：若 $0 \in$ 定义域，则有 $f(0) = 0$ 。

4、单调性：若 $x_1, x_2 \in D$ ，设 $x_1 < x_2$ ，若 $f(x_1) < f(x_2)$ ，则 $f(x)$ 在定义域 D 内为增函数；若 $f(x_1) > f(x_2)$ ，则 $f(x)$ 在定义域 D 内为减函数。

5、周期性： $f(x+T) = f(x) \Rightarrow T$ 是 $f(x)$ 的一个周期。

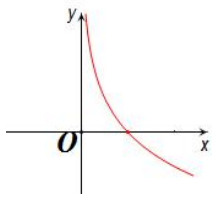
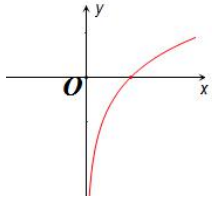
6、函数图象平移：左加右减，上加下减。

7、指数函数及其性质： $y = a^x$ ($a > 0$ ，且 $a \neq 1$)。

a 的范围	$0 < a < 1$	$a > 1$
图象		
恒过点	(0,1)	
定义域	R	
值域	(0, +∞)	
单调性	↓	↑
奇偶性	非奇非偶	

8、对数函数及其性质： $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1, x > 0$)。

a 的范围	$0 < a < 1$	$a > 1$
---------	-------------	---------

图象		
恒过点	(1,0)	
定义域	$(0, +\infty)$	
值域	R	
单调性	↓	↑
奇偶性	非奇非偶	

10、幂函数： $y = x^\alpha$ (α 为常数)。

11、零点：对于函数 $y = f(x)$ ，我们把使 $f(x) = 0$ 的实数 x 叫做函数 $y = f(x)$ 的零点。
(注：零点不是点，是一个数。)

12、方程与函数的关系：方程 $f(x) = 0$ 有实根 \Leftrightarrow 函数 $y = f(x)$ 的图象与 x 轴有交点
 \Leftrightarrow 函数 $y = f(x)$ 有零点。

13、零点存在性定理：如果函数 $y = f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的图象是连续不断的一条曲线，并且 $f(a) \cdot f(b) < 0$ ，那么，函数 $y = f(x)$ 在区间 (a, b) 内有零点，即存在 $c \in (a, b)$ ，使得 $f(c) = 0$ ，这个 c 也就是方程 $f(x) = 0$ 的根。

二、必修二知识梳理

1、棱柱：一般地，有两个面互相平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行，由这些面所围成的几何体。

2、直棱柱：侧棱垂直于底面的棱柱。

3、棱锥：一般地，有一个面是多边形，其余各面都是有一个公共顶点的三角形，由这些面所围成的几何体。

4、正棱锥：底面是正多边形，顶点在底面的射影是底面正多边形中心的棱锥。

5、正三棱锥：底面是正三角形，顶点在底面的射影是底面正三角形中心的棱锥。

6、正四面体：每个面都是正三角形的四面体。

7、棱台：棱锥被平行于底面的一个平面所截后，截面和底面之间的部分。

8、圆台：圆台：用一个平行于圆锥底面的平面去截圆锥，底面与截面之间的部分。

9、柱体、锥体的表面积和体积：

几何体	侧面积	表面积	体积
圆柱	$S_{\text{侧}} = 2\pi rl$	$S_{\text{表}} = 2\pi r(r+l)$	$V = S_{\text{底}}h$
圆锥	$S_{\text{侧}} = \pi rl$	$S_{\text{表}} = \pi r(r+l)$	$V = \frac{1}{3}S_{\text{底}}h$
直棱柱	$S_{\text{侧}} = Ch$	$S_{\text{表}} = S_{\text{侧}} + S_{\text{上}} + S_{\text{下}}$	$V = S_{\text{底}}h$
正棱锥	$S_{\text{侧}} = \frac{1}{2}Ch'$		$V = \frac{1}{3}S_{\text{底}}h$

10、球的表面积： $S = 4\pi r^2$ ；体积： $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ 。

11、如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线在此平面内。

12、过不在一条直线上的三点，有且只有一个平面。

13、如果两个不重合的平面有一个公共点，那么它们有且只有一条过该点的公共直线。

14、平行于同一条直线的两条直线互相平行。

15、空间中如果两个角的两边分别对应平行，那么这两个角相等或互补。

16、平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，则该直线与此平面平行。

17、一条直线与一个平面平行，则过这条直线的任一平面与此平面的交线与该直线平行。

18、如果两个平行平面同时和第三个平面相交，那么它们的交线平行。

19、一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直，则该直线与此平面垂直。

20、一个平面过另一个平面的垂线，则这两个平面垂直。

21、垂直于同一个平面的两条直线平行。

22、两个平面垂直，则一个平面内垂直于交线的直线与另一个平面垂直。

23、斜率与倾斜角的关系： $k = \tan \alpha$ 。（其中 α 是 x 轴正向与直线向上方向之间所成的角）

24、直线的斜率公式： $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 。

25、 $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow k_1 k_2 = -1$ 。（ l_1, l_2 斜率存在）

26、直线的点斜式方程： $y - y_0 = k(x - x_0)$ 。

27、直线的斜截式方程： $y = kx + b$ 。

28、直线的两点式方程：
$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}。$$

29、直线的截距式方程：
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1。$$

30、直线的一般式方程：
$$Ax + By + C = 0。$$

31、两点间的距离公式：
$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}。$$

32、点到直线的距离公式：
$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}。$$

三、必修三知识梳理

1、简单随机抽样

(1) 基本思想：用样本估计总体。

(2) 简单随机抽样：一般的，设一个总体含有 N 个个体，从中逐个不放回地抽取 n 个个体作为样本 ($n \leq N$)，如果每次抽取时总体内的各个个体被抽到的机会都相等，就把这种抽样方法叫做简单随机抽样。

(3) 特点：

- ① 总体个数有限；
- ② 逐个抽取；
- ③ 不放回抽样；
- ④ 等可能抽样。

2、系统抽样

(1) 定义：当总体元素个数很大时，样本容量不宜太小，这时可将总体分为均衡的若干部分，然后按照预先制定的规则，从每一部分抽取一个个体，得到所需要的样本（等距抽样）。

(2) 步骤：

① 编号：采用随机的方式将总体中的个体编号。

② 分段：将整个编号 N 进行分段，要确定分段的间隔 k 。当 $\frac{N}{n}$ 是整数时， $k = \frac{N}{n}$ ；当 $\frac{N}{n}$ 不是整数时，通过从总体中剔除一些个体使剩下的个体数 N' 能被 n 整除，这时 $k = \frac{N'}{n}$ ；

③ 确定起始个体编号：在第 1 段用简单随机抽样确定起始的个体编号 l ；

④ 按规则抽取。按照事先确定的规则（将 l 加上间隔 k ）抽取样本： $l, l+k, l+2k, \dots, l+(n-1)k$ 。

(3) 特点：

- ① 总体个数较多；
- ② 在每一段中进行简单随机抽样；

③不放回抽样；

④等可能抽样。

3、分层抽样

(1) 定义：当总体由差异明显的几部分组成时，为了使抽取的样本更好的反应总体情况，我们经常将总体中各个个体按某种特征分成若干个互不重叠的几部分，每一部分叫做层，在各层中按层在总体中所占比例进行简单随机抽样。

(2) 步骤：

①确定样本容量与总体个数的比例；样本容量 n ，总体 N ，则比例为 $\frac{n}{N}$ ；

②确定各层抽取的个体数；根据样本容量与总体个数的比例，确定含有 N_m 个个体的层中应抽取个体个数为 $N_m \cdot \frac{n}{N}$ 。

③各层抽样；各层按简单随机抽样或系统抽样的方法抽取个体；

④合并。综合每层抽取的个体，组成样本。

(3) 特点：

①总体由差异明显的几部分组成；

②分成的各层互不重叠；

③各层抽取的比例等于样本容量在总体中的比例，即 $\frac{n}{N}$ ；

④不放回抽样；

⑤等可能抽样。

4、几何概型

(1) 特点

①所有可能出现的基本事件为无限个；

②每个基本事件发生的可能性相等。

(2) 概率公式

$$P(A) = \frac{\text{构成事件}A\text{的区域的几何度量（面积或体积）}}{\text{试验所有可能结果构成的区域的几何度量（面积或体积）}}$$

5、古典概型

(1) 特点

①所有可能出现的基本事件为有限个；

②每个基本事件发生的可能性相等。

(2) 概率公式

$$P(A) = \frac{\text{事件}A\text{包含的基本事件的个数}}{\text{所有基本事件的个数}} = \frac{m}{n}$$

6、互斥事件

(1) 概念：不能同时发生的两个事件称为互斥事件。

(2) 特征: 如果事件 A 和 B 互斥, 则 $P(A+B) = P(A) + P(B)$ (加法公式)。

7、对立事件

(1) 概念: 两个互斥事件中必有一个发生, 则称这两个事件为对立事件。

(2) 特征: 如果事件 A 和 B 对立, 则 $P(A) = 1 - P(B)$ 。

8、互斥与对立事件的联系

(1) 对立事件一定是互斥事件, 但是互斥事件不一定是对立事件。

(2) 互斥事件两个事件的交集是空集, 但对立事件不仅要求交集是空集, 还要求并集是全集。

9、独立重复试验

(1) 概念: 一次试验中, 事件 A 发生的概率为 p 。相同条件下, 独立、重复进行了 n 次试验, 称作 n 次独立重复试验。

(2) 概率公式: n 次独立重复试验中, 事件 A 发生的次数记为 ξ ($\xi = 0, 1, \dots, n$), 则事件 A 恰好发生 k 次的概率为:

$$P(\xi = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad (0 \leq k \leq n)。$$

10、离散型随机变量

(1) 概念: 对于随机变量可能取的值, 我们可以按一定次序一一列出, 这样的随机变量叫做离散型随机变量。

(2) 离散型随机变量的分布列

设离散型随机变量 ξ 可能的取值为 $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$, ξ 取每一个值 x_i ($i = 1, 2, \dots$) 的概率为 $P(\xi = x_i) = p_i$, 则随机变量 ξ 的概率分布 (简称 ξ 的分布列) 为:

ξ	x_1	x_2	\dots	x_n	\dots
P	p_1	p_2	\dots	p_n	\dots

分布列具有如下性质:

① $0 \leq p_i \leq 1, i = 1, 2, \dots$; ② $p_1 + p_2 + \dots = 1$ 。

(3) 离散型随机变量的期望 (均值)

$$E(\xi) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n + \dots$$

①数学期望反映了离散型随机变量取值的平均水平;

②随机变量 $\eta = a\xi + b$ (其中 a 、 b 是常数) 的期望为 $E(a\xi + b) = aE(\xi) + b$ 。

(4) 离散型随机变量的方差

$$D(\xi) = p_1(x_1 - E(\xi))^2 + p_2(x_2 - E(\xi))^2 + \dots + p_n(x_n - E(\xi))^2$$

①方差反映了离散型随机变量取值的波动水平；

②随机变量 $\eta = a\xi + b$ (其中 a 、 b 是常数) 的期望为 $D(a\xi + b) = a^2 D(\xi)$ 。

四、必修四知识梳理

1、角度与弧度

(1) 长度等于半径的弧所对的圆心角大小是 1 弧度。(周长 $C = 2\pi r$, $|\alpha| = \frac{l}{r}$)。

(2) 弧长公式: $l = \alpha \cdot r$ 。

(3) 扇形面积公式: $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2}|\alpha| \cdot r^2$ 。

2、与 α 终边相同的角可表示为: $\beta = k \cdot 360^\circ + \alpha$ (角度制) 或 $\beta = 2k\pi + \alpha$ (弧度制)。

3、同角三角比的基本关系式:

(1) 倒数关系: $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$;

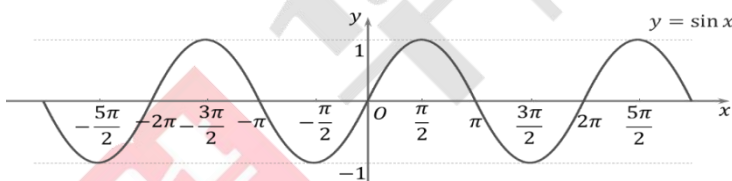
(2) 商数关系: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$;

(3) 平方关系: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha$ 。

4、诱导公式: 角 $\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$ 与角 α 的三角比间的关系可以归纳为: 奇变偶不变, 符号看象限。

5、三角函数的图象及性质

(1) 正弦函数



①定义域: R 。

②值域: $[-1, 1]$ 。

当 $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in Z)$ 时, $y_{\max} = 1$; 当 $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi (k \in Z)$ 时, $y_{\min} = -1$ 。

③单调性: $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right] (k \in Z)$ 上单调递增; $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right] (k \in Z)$

上单调递减。

④奇偶性与对称性:

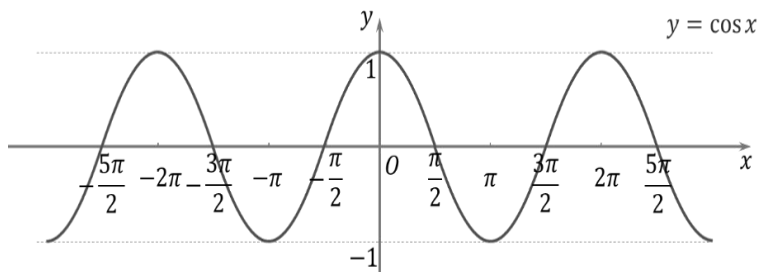
奇函数, 关于原点对称;

对称中心: $(k\pi, 0) (k \in Z)$, 是图像与 x 轴的交点;

对称轴：直线 $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ，是过最高点或最低点且垂直于 x 轴的直线。

⑤周期性：最小正周期 $T = 2\pi$ 。

(2) 余弦函数



①定义域： \mathbb{R} 。

②值域： $[-1, 1]$ 。

当 $x = 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ 时， $y_{\max} = 1$ ； $x = \pi + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ 时， $y_{\min} = -1$ 。

③单调性： $[-\pi + 2k\pi, 2k\pi] (k \in \mathbb{Z})$ 上单调递增； $[2k\pi, \pi + 2k\pi] (k \in \mathbb{Z})$ 上单调递减。

④奇偶性与对称性：

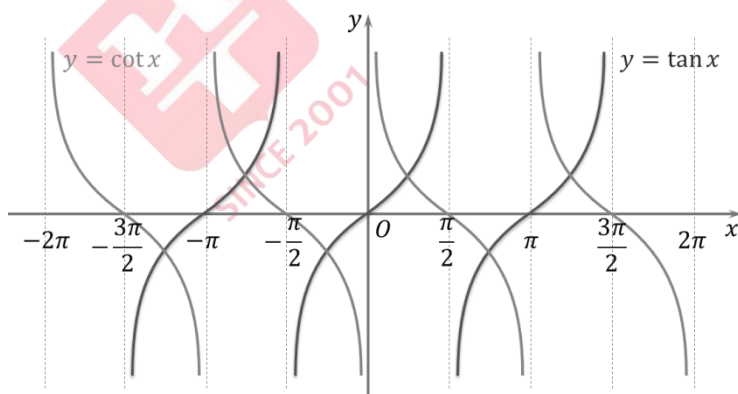
偶函数，关于 y 轴对称；

对称中心： $(\frac{\pi}{2} + k\pi, 0) (k \in \mathbb{Z})$ ，是图像与 x 轴的交点；

对称轴：直线 $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ，是过最高点或最低点且垂直于 x 轴的直线。

⑤周期性：最小正周期 $T = 2\pi$ 。

(3) 正切函数



①定义域： $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ 。

②值域： \mathbb{R} 。

③单调性： $(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi) (k \in \mathbb{Z})$ 上单调递增。

④奇偶性与对称性:

奇函数, 关于原点对称;

对称中心: $\left(\frac{k\pi}{2}, 0\right) (k \in Z)$, 是图像与 x 轴的交点或渐近线与 x 轴的交点;

对称轴: 不存在。

⑤周期性: 最小正周期 $T = \pi$ 。

(4) 三角函数在各个象限的符号

+	+	-	+	-	+
-	-	-	+	+	-
$\sin \alpha$		$\cos \alpha$		$\tan \alpha$	

6、角与角之间的互换:

(1) 两角和与差的三角比

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

(2) 倍角公式和半角公式:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}, \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

7、函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图像与性质

(1) 参数的意义:

① A : 振幅, 函数的最小值为 $-A$, 最大值为 A ;

② ω : 频率, 函数的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$;

③ φ ：初相位，函数与 y 轴交点纵坐标为 $y = A \sin \varphi$ 。

(2) 定义域： R 。

值域： $[-A, A]$ 。当 $\omega x + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in Z)$ 时， $y_{\max} = A$ ； $\omega x + \varphi = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi (k \in Z)$

时， $y_{\min} = -A$ 。

(3) 单调性： $\omega x + \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right] (k \in Z)$ 时单调递增；

$\omega x + \varphi \in \left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right] (k \in Z)$ 时单调递减。

(4) 奇偶性与对称性：

① 奇偶性根据定义或图象判断；

② 对称中心：图象与 x 轴的交点；

③ 对称轴：过最高点或最低点且垂直于 x 轴。

(5) 周期性：最小正周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 。

(6) 图形的平移变换

一般地，函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0, \omega > 0$) 的图象，可以看作用下面的方法得到：先画出函数 $y = \sin x$ 的图象；再把正弦曲线向左(右)平移 $|\varphi|$ 个单位长度，得到函数 $y = \sin(x + \varphi)$ 的图象；然后使曲线上各点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}$ 倍，得到函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象；最后把曲线上各点的纵坐标变为原来的 A 倍，这时的曲线就是函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象。

8、平面向量

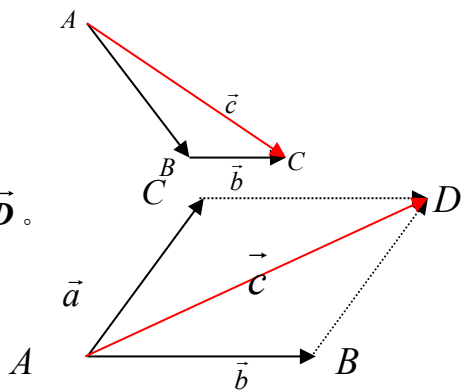
(1) 三角形法则 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ 。

(2) 平行四边形法则： $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ 。

9、向量的运算

(1) 向量的加法

加法的交换律： $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ ；



加法的结合律: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ 。

(2) 向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的差, 等于向量 \vec{a} 加上 \vec{b} 的相反向量。

(3) 数乘运算: $\lambda(\mu\vec{a}) = (\lambda\mu)\vec{a}$;

分配律: $(\lambda + \mu)\vec{a} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{a}$, $\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda\vec{a} + \lambda\vec{b}$ 。

(4) 平面向量的坐标运算

若 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$,

① 向量模的计算: $|\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$, $|\vec{b}| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$ 。

② 加减法和数乘运算

$\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$;

$\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$;

$\lambda\vec{a} = (\lambda x_1, \lambda y_1)$ 。

③ 数量积运算: $\vec{a} \cdot \vec{b} = (x_1 x_2 + y_1 y_2)$ 。

若 $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$, \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角 $\theta (\theta \in [0, \pi])$, 则有 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta$,

$$\therefore \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}} 。$$

若 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则 $\overline{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$;

若 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则 A 、 B 两点间距离为 $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$;

若 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则线段 AB 的中点坐标为 $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$ 。

五、必修五知识梳理

1、正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R (R \text{ 为 } \triangle ABC \text{ 外接圆的半径})$$

2、余弦定理

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \times \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \times \cos C$$

3. 三角形的面积

$$SV = \frac{1}{2} absinC = \frac{1}{2} bcsinA = \frac{1}{2} acsinB$$

4. 等差数列通项公式和求和公式

$$(1) \text{ 通项公式 } a_n = a_1 + (n-1)d \quad (n \in N^*)$$

$$(2) \text{ 求和公式 } S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2} = na_1 + \frac{1}{2}n(n-1)d = na_n - \frac{1}{2}n(n-1)d$$

5. 等比数列通项公式和求和公式

$$(1) \text{ 通项公式 } a_n = a_1q^{n-1} \quad (n \in N^*, a_1 \neq 0, q \neq 0)$$

$$(2) \text{ 求和公式 } S_n = na_1(q=1); S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1-qa_n}{1-q} \quad (q \neq 1)$$

6. 不等式的基本性质

$$(1) \text{ 对称性: } a > b \Leftrightarrow b < a;$$

$$(2) \text{ 传递性: } a > b, b > c \Rightarrow a > c;$$

(3) 加法法则:

$$\textcircled{1} a > b \Rightarrow a+c > b+c,$$

$$\textcircled{2} a > b, c > d \Rightarrow a+c > b+d;$$

$$(4) \text{ 乘法法则: } a > b, c > 0 \Rightarrow ac > bc, a > b, c < 0 \Rightarrow ac < bc,$$

$$a > b > 0, c > d > 0 \Rightarrow ac > bd;$$

$$(5) \text{ 乘方法则: } a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n \quad (n \in N, n \geq 2);$$

$$(6) \text{ 开方法则: } a > b > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} \quad (n \in N, n \geq 2);$$

$$(7) \text{ 除法法则: } a > b, c > 0 \Rightarrow a \div c > b \div c, a > b, c < 0 \Rightarrow a \div c < b \div c,$$

$$a > b > 0, c > d > 0 \Rightarrow \frac{a}{d} > \frac{b}{c} > 0;$$

7. 均值不等式: 若 $a \geq 0, b \geq 0$, 则 $a+b > 2\sqrt{ab}$ 即 $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$,

当且仅当 $a=b$ 时, “=” 成立。

第三章 课标概要

第一节 小学

第一学段（1~3 年级）

一、数与代数

（一）数的认识

1、在现实情境中理解万以内数的意义，能认、读、写万以内的数，能用数表示物体的个数或事物的顺序和位置。

2、能说出各数位的名称，理解各数位上的数字表示的意义；知道用算盘可以表示多位数。

3、理解符号 $<, =, >$ 的含义，能用符号和词语描述万以内数的大小。

4、在生活情境中感受大数的意义，并能进行估计。

5、能结合具体情境初步认识小数和分数，能读、写小数和分数。

6、能结合具体情境比较两个一位小数的大小，能比较两个同分母分数的大小。

7、能运用数表示日常生活中的一些事物，并能进行交流。

（二）数的运算

1、结合具体情境，体会整数四则运算的意义。

2、能熟练地口算 20 以内的加减法和表内乘法，能口算简单的百以内的加减法和一位数乘除两位数。

3、能计算两位数和三位数的加减法，一位数乘两位数和三位数、两位数乘两位数的乘法，两位数和三位数除以一位数的除法。

4、认识小括号，能进行简单的整数四则混合运算（两步）。

5、会进行同分母分数（分母小于 10）的加减运算以及一位小数的加减运算。

6、能结合具体情境，选择适当的单位进行简单估算，体会估算在生活中的作用。

7、经历与他人交流各自算法的过程。

8、能运用数及数的运算解决生活中的简单问题，并能对结果的实际意义作出解释。

（三）常见的量

1、在现实情境中，认识元、角、分，并了解它们之间的关系。

2、能认识钟表，了解 24 时记时法；结合自己的生活经验，体验时间的长短。

3、认识年、月、日，了解它们之间的关系。

4、在现实情境中，感受并认识克、千克、吨，能进行简单的单位换算。

5、能结合生活实际，解决与常见的量有关的简单问题。

（四）探索规律

探索简单情景下的变化规律。

二、图形与几何

（一）图形的认识

- 1、能通过实物和模型辨认长方体、正方体、圆柱和球等几何体。
- 2、能根据具体事物、照片或直观图辨认从不同角度观察到的简单物体。
- 3、能辨认长方形、正方形、三角形、平行四边形、圆等简单图形。
- 4、通过观察、操作，初步认识长方形、正方形的特征。
- 5、会用长方形、正方形、三角形、平行四边形或圆拼图。
- 6、结合生活情境认识角，了解直角、锐角和钝角。
- 7、能对简单几何体和图形进行分类。

(二) 测量

- 1、结合生活实际，经历用不同方式测量物体长度的过程，体会建立统一度量单位的重要性。
- 2、在实践活动中，体会并认识长度单位千米、米、厘米，知道分米、毫米，能进行简单的单位换算，能恰当地选择长度单位。
- 3、能估测一些物体的长度，并进行测量。
- 4、结合实例认识周长，并能测量简单图形的周长，探索并掌握长方形、正方形的周长公式。
- 5、结合实例认识面积，体会并认识面积单位 cm^2 、 dm^2 、 m^2 ，能进行简单的单位换算。
- 6、探索并掌握长方形、正方形的面积公式，会估计给定简单图形的面积。

(三) 图形的运动

- 1、结合实例，感受平移、旋转、轴对称现象。
- 2、能辨认简单图形平移后的图形。
- 3、通过观察、操作，初步认识轴对称图形。

(四) 图形与位置

- 1、会用上、下、左、右、前、后描述物体的相对位置。
- 2、给定东、南、西、北四个方向中的一个方向，能辨认其余三个方向，知道东北、西北、东南、西南四个方向，会用这些词语描绘物体所在的方向。

三、统计与概率

- 1、能根据给定的标准或者自己选定的标准，对事物或数据进行分类，感受分类与分类标准的关系。
- 2、经历简单的数据收集和整理过程，了解调查、测量等收集数据的简单方法，并能用自己的方式（文字、图画、表格等）呈现整理数据的结果。
- 3、通过对数据的简单分析，体会运用数据进行表达与交流的作用，感受数据蕴涵信息。

四、综合与实践

- 1、通过实践活动，感受数学在日常生活中的作用，体验运用所学的知识和方法解决简单问题的过程，获得初步的数学活动经验。
- 2、在实践活动中，了解要解决的问题和解决问题的办法。
- 3、经历实践操作的过程，进一步理解所学的内容。

第二学段（4~6 年级）

一、数与代数

（一）数的认识

- 1、在具体情境中，认识万以上的数，了解十进制计数法，会用万、亿为单位表示大数。
- 2、结合现实情境感受大数的意义，并能进行估计。
- 3、会运用数描述事物的某些特征，进一步体会数在日常生活中的作用。
- 4、知道 2, 3, 5 的倍数的特征，了解公倍数和最小公倍数；在 1~100 的自然数中，能找出 10 以内自然数的所有倍数，能找出 10 以内两个自然数的公倍数和最小公倍数。
- 5、了解公因数和最大公因数；在 1~100 的自然数中，能找出一个自然数的所有因数，能找出两个自然数的公因数和最大公因数。
- 6、了解自然数、整数、奇数、偶数、质（素）数和合数。
- 7、结合具体情境，理解小数和分数的意义，理解百分数的意义；会进行小数、分数和百分数的转化（不包括将循环小数化为分数）。
- 8、能比较小数的大小和分数的大小。
- 9、在熟悉的生活情境中，了解负数的意义，会用负数表示日常生活中的一些量。

（二）数的运算

- 1、能计算三位数乘两位数的乘法，三位数除以两位数的除法。
- 2、认识中括号，能进行简单的整数四则混合运算（以两步为主，不超过三步）。
- 3、探索并了解运算律（加法的交换律和结合律、乘法的交换律和结合律、乘法对加法的分配律），会应用运算律进行一些简便运算。
- 4、在具体运算和解决简单实际问题的过程中，体会加与减、乘与除的互逆关系。
- 5、能分别进行简单的小数和分数（不含带分数）的加、减、乘、除运算及混合运算（以两步为主，不超过三步）。
- 6、能解决小数、分数和百分数的简单实际问题。
- 7、在具体情境中，了解常见的数量关系：总价=单价×数量、路程=速度×时间，并能解决简单的实际问题。
- 8、经历与他人交流各自算法的过程，并能表达自己的想法。
- 9、在解决问题的过程中，能选择合适的方法进行估算。
- 10、能借助计算器进行运算，解决简单的实际问题，探索简单的规律。

（三）式与方程

- 1、在具体情境中能用字母表示数。
- 2、结合简单的实际情境，了解等量关系，并能用字母表示。
- 3、能用方程表示简单情境中的等量关系（如 $3x + 2 = 5$ ， $2x - x = 3$ ），了解方程的作用。
- 4、了解等式的性质，能用等式的性质解简单的方程。

（四）正比例、反比例

- 1、在实际情境中理解比及按比例分配的含义，并能解决简单的问题。
- 2、通过具体情境，认识成正比例的量 and 成反比例的量。
- 3、会根据给出的有正比例关系的数据在方格纸上画图，并会根据其中一个量的值估计

另一个量的值。

4、能找出生活中成正比例和成反比例关系量的实例，并进行交流。

(五) 探索规律

探索给定情境中隐含的规律或变化趋势。

二、图形与几何

(一) 图形的认识

1、结合实例了解线段、射线和直线。

2、体会两点间所有连线中线段最短，知道两点间的距离。

3、知道平角与周角，了解周角、平角、钝角、直角、锐角之间的大小关系。

4、结合生活情境了解平面上两条直线的平行和相交（包括垂直）关系。

5、通过观察、操作，认识平行四边形、梯形和圆，知道扇形，会用圆规画圆。

6、认识三角形，通过观察、操作，了解三角形两边之和大于第三边、三角形内角和是 180° 。

7、认识等腰三角形、等边三角形、直角三角形、锐角三角形、钝角三角形。

8、能辨认从不同方向（前面、侧面、上面）看到的物体的形状图。

9、通过观察、操作，认识长方体、正方体、圆柱和圆锥，认识长方体、正方体和圆柱的展开图。

(二) 测量

1、能用量角器量指定角的度数，能画指定度数的角，会用三角尺画 30° ， 45° ， 60° ， 90° 角。

2、探索并掌握三角形、平行四边形和梯形的面积公式，并能解决简单的实际问题。

3、知道面积单位：千米²、公顷。

4、通过操作，了解圆的周长与直径的比为定值，掌握圆的周长公式；探索并掌握圆的面积公式，并能解决简单的实际问题。

5、会用方格纸估计不规则图形的面积。

6、通过实例了解体积（包括容积）的意义及度量单位（米³、分米³、厘米³、升、毫升），能进行单位之间的换算，感受1米³、1厘米³以及1升、1毫升的实际意义。

7、结合具体情境，探索并掌握长方体、正方体、圆柱的体积和表面积以及圆锥体积的计算方法，并能解决简单的实际问题。

8、体验某些实物（如土豆等）体积的测量方法。

(三) 图形的运动

1、通过观察、操作等活动，进一步认识轴对称图形及其对称轴，能在方格纸上画出轴对称图形的对称轴；能在方格纸上补全一个简单的轴对称图形。

2、通过观察、操作等，在方格纸上认识图形的平移与旋转，能在方格纸上按水平或垂直方向将简单图形平移，会在方格纸上将简单图形旋转 90° 。

3、能利用方格纸按一定比例将简单图形放大或缩小。

4、能从平移、旋转和轴对称的角度欣赏生活中的图案，并运用它们在方格纸上设计简单的图案。

(四) 图形与位置

- 1、了解比例尺；在具体情境中，会按给定的比例进行图上距离与实际距离的换算。
- 2、能根据物体相对于参照点的方向和距离确定其位置。
- 3、会描述简单的路线图。
- 4、在具体情境中，能在方格纸上用数对（限于正整数）表示位置，知道数对与方格纸上点的对应。

三、统计与概率

（一）简单数据统计过程

- 1、经历简单的收集、整理、描述和分析数据的过程（可使用计算器）。
- 2、会根据实际问题设计简单的调查表，能选择适当的方法（如调查、试验、测量）收集数据。
- 3、认识条形统计图、扇形统计图、折线统计图；能用条形统计图、折线统计图直观且有效地表示数据。
- 4、体会平均数的作用，能计算平均数，能用自己的语言解释其实际意义。
- 5、能从报纸杂志、电视等媒体中，有意识地获得一些数据信息，并能读懂简单的统计图表。
- 6、能解释统计结果，根据结果作出简单的判断和预测，并能进行交流。

（二）随机现象发生的可能性

- 1、在具体情境中，通过实例感受简单的随机现象；能列出简单的随机现象中所有可能发生的结果。
- 2、通过试验、游戏等活动，感受随机现象结果发生的可能性是有大小的，能对一些简单的随机现象发生的可能性大小作出定性描述，并能进行交流。

四、综合与实践

- 1、经历有目的、有设计、有步骤、有合作的实践活动。
- 2、结合实际情境，体验发现和提出问题、分析和解决问题的过程。
- 3、在给定目标下，感受针对具体问题提出设计思路、制定简单的方案解决问题的过程。
- 4、通过应用和反思，进一步理解所用的知识和方法，了解所学知识之间的联系，获得数学活动经验。

第二节 初中

第三学段（7~9 年级）

一、数与代数

（一）数与式

1、有理数

（1）理解有理数的意义，能用数轴上的点表示有理数，能比较有理数的大小。

（2）借助数轴理解相反数和绝对值的意义，掌握求有理数的相反数与绝对值的方法，知道 $|a|$ 的含义（这里 a 表示有理数）。

（3）理解乘方的意义，掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算（以三步以内为主）。

（4）理解有理数的运算律，能运用运算律简化运算。

（5）能运用有理数的运算解决简单的问题。

2、实数

（1）了解平方根、算术平方根、立方根的概念，会用根号表示数的平方根、算术平方根、立方根。

（2）了解乘方与开方互为逆运算，会用平方运算求百以内整数的平方根，会用立方运算求百以内整数（对应的负整数）的立方根，会用计算器求平方根和立方根。

（3）了解无理数和实数的概念，知道实数与数轴上的点一一对应，能求实数的相反数与绝对值。

（4）能用有理数估计一个无理数的大致范围。

（5）了解近似数，在解决实际问题中，能用计算器进行近似计算，并按问题的要求对结果取近似值。

（6）了解二次根式、最简二次根式的概念，了解二次根式（根号下仅限于数）加、减、乘、除运算法则，会用它们进行有关的简单四则运算。

3、代数式

（1）借助现实情境了解代数式，进一步理解用字母表示数的意义。

（2）能分析简单问题中的数量关系，并用代数式表示。

（3）会求代数式的值；能根据特定的问题查阅资料，找到所需要的公式，并代入具体的值进行计算。

4、整式与分式

（1）了解整数指数幂的意义和基本性质；会用科学记数法表示数（包括在计算器上表示）。

（2）理解整式的概念，掌握合并同类项和去括号的法则，能进行简单的整式加法和减法运算；能进行简单的整式乘法运算（其中多项式相乘仅指一次式之间以及一次式与二次式相乘）。

（3）能推导乘法公式： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ； $(a\pm b)^2=a^2+b^2\pm 2ab$ ，了解公式

的几何背景，并能利用公式进行简单计算。

(4) 能用提公因式法、公式法（直接利用公式不超过二次）进行因式分解（指数是正整数）。

(5) 了解分式和最简分式的概念，能利用分式的基本性质进行约分和通分；能进行简单的分式加、减、乘、除运算。

(二) 方程与不等式

1、方程与方程组

(1) 能根据具体问题中的数量关系列出方程，体会方程是刻画现实世界数量关系的有效模型。

(2) 经历估计方程解的过程。

(3) 掌握等式的基本性质。

(4) 能解一元一次方程、可化为一元一次方程的分式方程。

(5) 掌握代入消元法和加减消元法，能解二元一次方程组。

(6) 能解简单的三元一次方程组。

(7) 理解配方法，能用配方法、公式法、因式分解法解数字系数的一元二次方程。

(8) 会用一元二次方程根的判别式判别方程是否有实根和两个实根是否相等。

(9) 了解一元二次方程的根与系数的关系（不要求应用这个关系解决其他问题）。

(10) 能根据具体问题的实际意义，检验方程的解是否合理。

2、不等式与不等式组

(1) 结合具体问题，了解不等式的意义，探索不等式的基本性质。

(2) 能解数字系数的一元一次不等式，并能在数轴上表示出解集；会用数轴确定由两个一元一次不等式组成的不等式组的解集。

(3) 能根据具体问题中的数量关系，列出一元一次不等式，解决简单的问题。

(三) 函数

1、函数

(1) 探索简单实例中的数量关系和变化规律，了解常量、变量的意义。

(2) 结合实例，了解函数的概念和三种表示法，能举出函数的实例。

(3) 能结合图像对简单实际问题中的函数关系进行分析。

(4) 能确定简单实际问题中函数自变量的取值范围，并会求出函数值。

(5) 能用适当的函数表示法刻画简单实际问题中变量之间的关系。

(6) 结合对函数关系的分析，能对变量的变化情况进行初步讨论。

2、一次函数

(1) 结合具体情境体会一次函数的意义，能根据已知条件确定一次函数的表达式。

(2) 会利用待定系数法确定一次函数的表达式。

(3) 能画出一一次函数的图像，根据一次函数的图像和表达式 $y = kx + b (k \neq 0)$ 探索并理解 $k > 0$ 和 $k < 0$ 时，图像的变化情况。

(4) 理解正比例函数。

(5) 体会一次函数与二元一次方程的关系。

(6) 能用一次函数解决简单实际问题。

3、反比例函数

(1) 结合具体情境体会反比例函数的意义，能根据已知条件确定反比例函数的表达式。

(2) 能画出反比例函数的图像，根据图像和表达式 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 探索并理解 $k > 0$ 和 $k < 0$ 时，图像的变化情况。

(3) 能用反比例函数解决简单实际问题。

4、二次函数

(1) 通过对实际问题的分析，体会二次函数的意义。

(2) 会用描点法画出二次函数的图像，通过图像了解二次函数的性质。

(3) 会用配方法将数字系数的二次函数的表达式化为 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式，并能由此得到二次函数图像的顶点坐标，说出图像的开口方向，画出图像的对称轴，并能解决简单实际问题。

(4) 会利用二次函数的图像求一元二次方程的近似解。

(5) *知道给定不共线三点的坐标可以确定一个二次函数。

二、图形与几何

(一) 图形的性质

1、点、线、面、角

(1) 通过实物和具体模型，了解从物体抽象出来的几何体、平面、直线和点等。

(2) 会比较线段的长短，理解线段的和、差，以及线段中点的意义。

(3) 掌握基本事实：两点确定一条直线。

(4) 掌握基本事实：两点之间线段最短。

(5) 理解两点间距离的意义，能度量两点间的距离。

(6) 理解角的概念，能比较角的大小。

(7) 认识度、分、秒，会对度、分、秒进行简单的换算，并会计算角的和、差。

2、相交线与平行线

(1) 理解对顶角、余角、补角等概念，探索并掌握对顶角相等、同角（等角）的余角相等，同角（等角）的补角相等的性质。

(2) 理解垂线、垂线段等概念，能用三角尺或量角器过一点画已知直线的垂线。

(3) 理解点到直线的距离的意义，能度量点到直线的距离。

(4) 掌握基本事实：过一点有且只有一条直线与已知直线垂直。

(5) 识别同位角、内错角、同旁内角。

(6) 理解平行线概念；掌握基本事实：两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么两直线平行。

(7) 掌握基本事实：过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行。

(8) 掌握平行线的性质定理：两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等。*了解平行线性质的证明。

(9) 能用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线。

(10)探索并证明平行线的判定定理:两条直线被第三条直线所截,如果内错角相等(或同旁内角互补),那么两直线平行;平行线的性质定理:两条平行直线被第三条直线所截,内错角相等(或同旁内角互补)。

(11)了解平行于同一条直线的两条直线平行。

3、三角形

(1)理解三角形及其内角、外角、中线、高线、角平分线等概念,了解三角形的稳定性。

(2)探索并证明三角形的内角和定理。掌握它的推论:三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和。证明三角形的任意两边之和大于第三边。

(3)理解全等三角形的概念,能识别全等三角形中的对应边、对应角。

(4)掌握基本事实:两边及其夹角分别相等的两个三角形全等。

(5)掌握基本事实:两角及其夹边分别相等的两个三角形全等。

(6)掌握基本事实:三边分别相等的两个三角形全等。

(7)证明定理:两角及其中一组等角的对边分别相等的两个三角形全等。

(8)探索并证明角平分线的性质定理:角平分线上的点到角两边的距离相等;反之,角的内部到角两边距离相等的点在角的平分线上。

(9)理解线段垂直平分线的概念,探索并证明线段垂直平分线的性质定理:线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等;到线段两端距离相等的点在线段的垂直平分线上。

(10)了解等腰三角形的概念,探索并证明等腰三角形的性质定理:等腰三角形的两底角相等;底边上的高线、中线及顶角平分线重合。探索并掌握等腰三角形的判定定理:有两个角相等的三角形是等腰三角形。探索等边三角形的性质定理:等边三角形的各角都等于,及等边三角形的判定定理:三个角都相等的三角形(或有一个角是 的等腰三角形)是等边三角形。

(11)了解直角三角形的概念,探索并掌握直角三角形的性质定理:直角三角形的两个锐角互余,直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。掌握有两个角互余的三角形是直角三角形。

(12)探索勾股定理及其逆定理,并能运用它们解决一些简单的实际问题。

(13)探索并掌握判定直角三角形全等的“斜边、直角边”定理。

(14)了解三角形重心的概念。

4、四边形

(1)了解多边形的定义,多边形的顶点、边、内角、外角、对角线等概念;探索并掌握多边形内角和与外角和公式。

(2)理解平行四边形、矩形、菱形、正方形的概念,以及它们之间的关系;了解四边形的不稳定性。

(3)探索并证明平行四边形的性质定理:平行四边形的对边相等、对角相等、对角线互相平分;探索并证明平行四边形的判定定理:一组对边平行且相等的四边形是平行四边形;两组对边分别相等的四边形是平行四边形;对角线互相平分的四边形是平行四边形。

(4)了解两条平行线之间距离的意义,能度量两条平行线之间的距离。

(5)探索并证明矩形、菱形、正方形的性质定理:矩形的四个角都是直角,对角线相

等；菱形的四条边相等，对角线互相垂直；以及它们的判定定理：三个角是直角的四边形是矩形，对角线相等的平行四边形是矩形；四边相等的四边形是菱形，对角线互相垂直的平行四边形是菱形。正方形具有矩形和菱形的一切性质。

(6) 探索并证明三角形的中位线定理。

5、圆

(1) 理解圆、弧、弦、圆心角、圆周角的概念，了解等圆、等弧的概念；探索并了解点与圆的位置关系。

(2) 探索并证明垂径定理：垂直于弦的直径平分弦以及弦所对的两条弧。

(3) 探索圆周角与圆心角及其所对弧的关系，了解并证明圆周角定理及其推论：圆周角的度数等于它所对弧上的圆心角度数的一半；直径所对的圆周角是直角； 90° 的圆周角所对的弦是直径；圆内接四边形的对角互补。

(4) 知道三角形的内心和外心。

(5) 了解直线和圆的位置关系，掌握切线的概念，探索切线与过切点的半径的关系，会用三角尺过圆上一点画圆的切线。

(6) 探索并证明切线长定理：过圆外一点所画的圆的两条切线长相等。

(7) 会计算圆的弧长、扇形的面积。

(8) 了解正多边形的概念及正多边形与圆的关系。

6、尺规作图

(1) 能用尺规完成以下基本作图：作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作一个角的平分线；作一条线段的垂直平分线；过一点作已知直线的垂线。

(2) 会利用基本作图作三角形：已知三边、两边及其夹角、两角及其夹边作三角形；已知底边及底边上的高线作等腰三角形；已知一直角边和斜边作直角三角形。

(3) 会利用基本作图完成：过不在同一直线上的三点作圆；作三角形的外接圆、内切圆；作圆的内接正方形和正六边形。

(4) 在尺规作图中，了解作图的道理，保留作图的痕迹，不要求写出作法。

7、定义、命题、定理

(1) 通过具体实例，了解定义、命题、定理、推论的意义。

(2) 结合具体实例，会区分命题的条件和结论，了解原命题及其逆命题的概念。会识别两个互逆的命题，知道原命题成立其逆命题不一定成立。

(3) 知道证明的意义和证明的必要性，知道证明要合乎逻辑，知道证明的过程可以有不同的表达形式，会综合法证明的格式。

(4) 了解反例的作用，知道利用反例可以判断一个命题是错误的。

(5) 通过实例体会反证法的含义。

(二) 图形的变化

1、图形的轴对称

(1) 通过具体实例了解轴对称的概念，探索它的基本性质：成轴对称的两个图形中，对应点的连线被对称轴垂直平分。

(2) 能画出简单平面图形（点，线段，直线，三角形等）关于给定对称轴的对称图形。

(3) 了解轴对称图形的概念；探索等腰三角形、矩形、菱形、正多边形、圆的轴对称

性质。

(4) 认识并欣赏自然界和现实生活中的轴对称图形。

2、图形的旋转

(1) 通过具体实例认识平面图形关于旋转中心的旋转。探索它的基本性质：一个图形和它经过旋转所得到的图形中，对应点到旋转中心距离相等，两组对应点分别与旋转中心连线所成的角相等。

(2) 了解中心对称、中心对称图形的概念，探索它的基本性质：成中心对称的两个图形中，对应点的连线经过对称中心，且被对称中心平分。

(3) 探索线段、平行四边形、正多边形、圆的中心对称性质。

(4) 认识并欣赏自然界和现实生活中的中心对称图形。

3、图形的平移

(1) 通过具体实例认识平移，探索它的基本性质：一个图形和它经过平移所得的图形中，两组对应点的连线平行（或在同一条直线上）且相等。

(2) 认识并欣赏平移在自然界和现实生活中的应用。

(3) 运用图形的轴对称、旋转、平移进行图案设计。

4、图形的相似

(1) 了解比例的基本性质、线段的比、成比例的线段；通过建筑、艺术上的实例了解黄金分割。

(2) 通过具体实例认识图形的相似。了解相似多边形和相似比。

(3) 掌握基本事实：两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例。

(4) 了解相似三角形的判定定理：两角分别相等的两个三角形相似；两边成比例且夹角相等的两个三角形相似；三边成比例的两个三角形相似。*了解相似三角形判定定理的证明。

(5) 了解相似三角形的性质定理：相似三角形对应线段的比等于相似比；面积比等于相似比的平方。

(6) 了解图形的位似，知道利用位似可以将一个图形放大或缩小。

(7) 会利用图形的相似解决一些简单的实际问题。

(8) 利用相似的直角三角形，探索并认识锐角三角函数（ $\sin A$ ， $\cos A$ ， $\tan A$ ），知道 30° ， 45° ， 60° 角的三角函数值。

(9) 会使用计算器由已知锐角求它的三角函数值，由已知三角函数值求它的对应锐角。

(10) 能用锐角三角函数解直角三角形，能用相关知识解决一些简单的实际问题。

5、图形的投影

(1) 通过丰富的实例，了解中心投影和平行投影的概念。

(2) 会画直棱柱、圆柱、圆锥、球的主视图、左视图、俯视图，能判断简单物体的视图，并会根据视图描述简单的几何体。

(3) 了解直棱柱、圆锥的侧面展开图，能根据展开图想象和制作实物模型。

(4) 通过实例，了解上述视图与展开图在现实生活中的应用。

(三) 图形与坐标

1、坐标与图形位置

- (1) 结合实例进一步体会用有序数对可以表示物体的位置。
- (2) 理解平面直角坐标系的有关概念，能画出直角坐标系；在给定的直角坐标系中，能根据坐标描出点的位置、由点的位置写出它的坐标。
- (3) 在实际问题中，能建立适当的直角坐标系，描述物体的位置。
- (4) 会写出矩形的顶点坐标，体会可以用坐标刻画一个简单图形。
- (5) 在平面上，能用方位角和距离刻画两个物体的相对位置。

2、坐标与图形运动

- (1) 在直角坐标系中，以坐标轴为对称轴，能写出一个已知顶点坐标的多边形的对称图形的顶点坐标，并知道对应顶点坐标之间的关系。
- (2) 在直角坐标系中，能写出一个已知顶点坐标的多边形沿坐标轴方向平移后图形的顶点坐标，并知道对应顶点坐标之间的关系。
- (3) 在直角坐标系中，探索并了解将一个多边形依次沿两个坐标轴方向平移后所得到的图形与原来的图形具有平移关系，体会图形顶点坐标的变化。
- (4) 在直角坐标系中，探索并了解将一个多边形的顶点坐标（有一个顶点为原点、有一个边在横坐标轴上）分别扩大或缩小相同倍数时所对应的图形与原图形是位似的。

三、统计与概率

（一）抽样与数据分析

- 1、经历收集、整理、描述和分析数据的活动，了解数据处理的过程；能用计算器处理较为复杂的数据。
- 2、体会抽样的必要性，通过实例了解简单随机抽样。
- 3、会制作扇形统计图，能用统计直观、有效地描述数据。
- 4、理解平均数的意义，能计算中位数、众数、加权平均数，了解它们是数据集中趋势的描述。
- 5、体会刻画数据离散程度的意义，会计算简单数据的方差。
- 6、通过实例，了解频数和频数分布的意义，能画频数直方图，能利用频数直方图解释数据中蕴涵的信息。
- 7、体会样本与总体关系，知道可以通过样本平均数、样本方差推断总体平均数、总体方差。
- 8、能解释统计结果，根据结果作出简单的判断和预测，并能进行交流。
- 9、通过表格、折线图、趋势图等，感受随机现象的变化趋势。

（二）事件的概率

- 1、能通过列表、画树状图等方法列出简单随机事件所有可能的结果，以及指定事件发生的所有可能结果，了解事件的概率。
- 2、知道通过大量地重复试验，可以用频率来估计概率。

四、综合与实践

- 1、结合实际情境，经历设计解决具体问题的方案，并加以实施的过程，体验建立模型、解决问题的过程，并在此过程中，尝试发现和提出问题。
- 2、会反思参与活动的全过程，将研究的过程和结果形成报告或小论文，并能进行交流，进一步获得数学活动经验。

3、通过对有关问题的探讨，了解所学过知识（包括其他学科知识）之间的关联，进一步理解有关知识，发展应用意识和能力。



第三节 高中

一、必修课程

必修课程是整个高中数学课程的基础，包括5个模块，共10学分，是所有学生都要学习的内容。其内容的确定遵循两个原则：一是满足未来公民的基本数学需求；二是为学生进一步的学习提供必要的数学准备。

5个模块的内容为：

数学必修1：集合、函数概念与基本初等函数 I（指数函数、对数函数、幂函数）；

数学必修2：立体几何初步、平面解析几何初步；

数学必修3：算法初步、统计、概率；

数学必修4：基本初等函数 II（三角函数）、平面上的向量、三角恒等变换；

数学必修5：解三角形、数列、不等式。

上述内容覆盖了高中阶段传统的数学基础知识和基本技能的主要部分，其中包括集合、函数、数列、不等式、解三角形、立体几何初步、平面解析几何初步等。不同的是在保证打好基础的同时，进一步强调了这些知识的发生、发展过程和实际应用，而不在技巧与难度上做过高的要求。

此外，基础内容还增加了向量、算法、概率、统计等内容。

向量是近代数学最重要和最基本的概念之一，是沟通几何、代数、三角等内容的桥梁，它具有丰富的实际背景和广泛的应用。

现代社会是一个信息化的社会，人们常常需要根据所获取的数据提取信息，做出合理的决策，在必修课程中将学习统计与概率的基本思想和基础知识，它们是公民的必备常识。

算法是一个全新的课题，已经成为计算科学的重要基础，它在科学技术和社会发展中起着越来越重要的作用。算法的思想和初步知识，也正在成为普通公民的常识。在必修课程中将学习算法的基本思想和初步知识，算法思想将贯穿高中数学课程的相关部分。

必修课程的呈现力求展现由具体到抽象的过程，努力体现数学知识中蕴涵的基本思想方法和内在联系，体现数学知识的发生、发展过程和实际应用。教师和教材编写者应根据具体内容在适当的地方（如统计、简单线性规划等）安排一些实习作业。

二、数学必修1

在本模块中，学生将学习集合、函数概念与基本初等函数 I（指数函数、对数函数、幂函数）。

集合论是德国数学家康托在19世纪末创立的，集合语言是现代数学的基本语言。使用集合语言，可以简洁、准确地表达数学的一些内容。高中数学课程只将集合作为一种语言来学习，学生将学会使用最基本的集合语言表示有关的数学对象，发展运用数学语言进行交流的能力。

函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型。高中阶段不仅把函数看成变量之间的依赖关系，同时还用集合与对应的语言刻画函数，函数的思想方法将贯穿高中数学课程的始终。学生将学习指数函数、对数函数等具体的基本初等函数，结合实际问题，感受运用函数概念建立模型的过程和方法，体会函数在数学和其他学科中的重要性，初步运用函数思想理解和

处理现实生活和社会中的简单问题。学生还将学习利用函数的性质求方程的近似解，体会函数与方程的有机联系。

内容与要求

1、集合

(1) 集合的含义与表示

- ①通过实例，了解集合的含义，体会元素与集合的“属于”关系。
- ②能选择自然语言、图形语言、集合语言（列举法或描述法）描述不同的具体问题，感受集合语言的意义和作用。

(2) 集合间的基本关系

- ①理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集。
- ②在具体情境中，了解全集与空集的含义。

(3) 集合的基本运算

- ①理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集。
- ②理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集。
- ③能使用 Venn 图表达集合的关系及运算，体会直观图示对理解抽象概念的作用。

2、函数概念与基本初等函数 I

(1) 函数

①通过丰富实例，进一步体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型，在此基础上学习用集合与对应的语言来刻画函数，体会对应关系在刻画函数概念中的作用；了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域；了解映射的概念。

②在实际情境中，会根据不同的需要选择恰当的方法（如图象法、列表法、解析法）表示函数。

③通过具体实例，了解简单的分段函数，并能简单应用。

④通过已学过的函数特别是二次函数，理解函数的单调性、最大（小）值及其几何意义；结合具体函数，了解奇偶性的含义。

⑤学会运用函数图象理解和研究函数的性质。

(2) 指数函数

①通过具体实例（如细胞的分裂，考古中所用的 ^{14}C 的衰减，药物在人体内残留量的变化等），了解指数函数模型的实际背景。

②理解有理指数幂的含义，通过具体实例了解实数指数幂的意义，掌握幂的运算。

③理解指数函数的概念和意义，能借助计算器或计算机画出具体指数函数的图象，探索并理解指数函数的单调性与特殊点。

④在解决简单实际问题的过程中，体会指数函数是一类重要的函数模型。

(3) 对数函数

①理解对数的概念及其运算性质，知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数；通过阅读材料，了解对数的发现历史以及对简化运算的作用。

②通过具体实例，直观了解对数函数模型所刻画的数量关系，初步理解对数函数的概念，体会对数函数是一类重要的函数模型；能借助计算器或计算机画出具体对数函数的图象，探索并了解对数函数的单调性与特殊点。

③知道指数函数 $y = a^x$ 与对数函数 $y = \log_a x$ 互为反函数 ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)。

(4) 幂函数

通过实例,了解幂函数的概念;结合函数 $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$ 的图象,了解它们的变化情况。

(5) 函数与方程

①结合二次函数的图象,判断一元二次方程根的存在性及根的个数,从而了解函数的零点与方程根的联系。

②根据具体函数的图象,能够借助计算器用二分法求相应方程的近似解,了解这种方法是求方程近似解的常用方法。

(6) 函数模型及其应用

①利用计算工具,比较指数函数、对数函数以及幂函数增长差异;结合实例体会直线上升、指数爆炸、对数增长等不同函数类型增长的含义。

②收集一些社会生活中普遍使用的函数模型(指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等)的实例,了解函数模型的广泛应用。

(7) 实习作业

根据某个主题,收集 17 世纪前后发生的一些对数学发展起重大作用的历史事件和人物(开普勒、伽利略、笛卡儿、牛顿、莱布尼茨、欧拉等)的有关资料或现实生活中的函数实例,采取小组合作的方式写一篇有关函数概念的形成、发展或应用的文章,在班级中进行交流。具体要求参见数学文化的要求。

说明与建议

1、集合是一个不加定义的概念,教学中应结合学生的生活经验和已有数学知识,通过列举丰富的实例,使学生理解集合的含义。学习集合语言最好的方法是使用,在教学中要创设使学生运用集合语言进行表达和交流的情境和机会,以便学生在实际使用中逐渐熟悉自然语言、集合语言、图形语言各自的特点,进行相互转换并掌握集合语言。在关于集合之间的关系和运算的教学中,使用 Venn 图是重要的,有助于学生学习、掌握、运用集合语言和其他数学语言。

2、函数概念的教学要从实际背景和定义两个方面帮助学生理解函数的本质。函数概念的引入一般有两种方法,一种方法是先学习映射,再学习函数;另一种方法是通过具体实例,体会数集之间的一种特殊的对应关系,即函数。考虑到多数高中学生的认知特点,为了有助于他们对函数概念本质的理解,建议采用后一种方式,从学生已掌握的具体函数和函数的描述性定义入手,引导学生联系自己的生活经历和实际问题,尝试列举各种各样的函数,构建函数的一般概念。再通过对指数函数、对数函数等具体函数的研究,加深学生对函数概念的理解。像函数这样的核心概念需要多次接触、反复体会、螺旋上升,逐步加深理解,才能真正掌握,灵活应用。

3、在教学中,应强调对函数概念本质的理解,避免在求函数定义域、值域及讨论函数性质时出现过于繁琐的技巧训练,避免人为地编制一些求定义域和值域的偏题。

4、指数幂的教学,应在回顾整数指数幂的概念及其运算性质的基础上,结合具体实例,

引入有理指数幂及其运算性质，以及实数指数幂的意义及其运算性质，进一步体会“用有理数逼近无理数”的思想，并且可以让学生利用计算器或计算机进行实际操作，感受“逼近”过程。

5、反函数的处理，只要求以具体函数为例进行解释和直观理解，例如，可通过比较同底的指数函数和对数函数，说明指数函数 $y = a^x$ 和对数函数 $y = \log_a x$ 互为反函数（ $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ）。不要求一般地讨论形式化的反函数定义，也不要求求已知函数的反函数。

6、在函数应用的教学中，教师要引导学生不断地体验函数是描述客观世界变化规律的基本数学模型，体验指数函数、对数函数等函数与现实世界的密切联系及其在刻画现实问题中的作用。

7、应注意鼓励学生运用现代教育技术学习、探索和解决问题。例如，利用计算器、计算机画出指数函数、对数函数等的图象，探索、比较它们的变化规律，研究函数的性质，求方程的近似解等。

三、数学必修2

在本模块中，学生将学习立体几何初步、平面解析几何初步。

几何学是研究现实世界中物体的形状、大小与位置关系的数学学科。人们通常采用直观感知、操作确认、思辨论证、度量计算等方法认识和探索几何图形及其性质。三维空间是人类生存的现实空间，认识空间图形，培养和发展学生的空间想象能力、推理论证能力、运用图形语言进行交流的能力以及几何直观能力，是高中阶段数学必修系列课程的基本要求。在立体几何初步部分，学生将先从对空间几何体的整体观察入手，认识空间图形；再以长方体为载体，直观认识和理解空间点、线、面的位置关系；能用数学语言表述有关平行、垂直的性质与判定，并对某些结论进行论证。学生还将了解一些简单几何体的表面积与体积的计算方法。

解析几何是17世纪数学发展的重大成果之一，其本质是用代数方法研究图形的几何性质，体现了数形结合的重要数学思想。在本模块中，学生将在平面直角坐标系中建立直线和圆的代数方程，运用代数方法研究它们的几何性质及其相互位置关系，并了解空间直角坐标系。体会数形结合的思想，初步形成用代数方法解决几何问题的能力。

内容与要求

1、立体几何初步

(1) 空间几何体

①利用实物模型、计算机软件观察大量空间图形，认识柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征，并能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构。

②能画出简单空间图形（长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱等的简易组合）的三视图，能识别上述的三视图所表示的立体模型，会使用材料（如纸板）制作模型，会用斜二测画法画出它们的直观图。

③通过观察用两种方法（平行投影与中心投影）画出的视图与直观图，了解空间图形的不同表示形式。

④完成实习作业，如画出某些建筑的视图与直观图（在不影响图形特征的基础上，尺寸、线条等不作严格要求）。

⑤了解球、柱、锥、台的表面积和体积的计算公式（不要求记忆公式）。

(2) 点、线、面之间的位置关系

①借助长方体模型，在直观认识和理解空间点、线、面的位置关系的基础上，抽象出空间线、面位置关系的定义，并了解如下可以作为推理依据的公理和定理。

◆公理 1：如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线在此平面内。

◆公理 2：过不在一条直线上的三点，有且只有一个平面。

◆公理 3：如果两个不重合的平面有一个公共点，那么它们有且只有一条过该点的公共直线。

◆公理 4：平行于同一条直线的两条直线平行。

◆定理：空间中如果两个角的两条边分别对应平行，那么这两个角相等或互补。

②以立体几何的上述定义、公理和定理为出发点，通过直观感知、操作确认、思辨论证，认识和理解空间中线面平行、垂直的有关性质与判定。

通过直观感知、操作确认，归纳出以下判定定理。

◆平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，则该直线与此平面平行。

◆一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行，则这两个平面平行。

◆一条直线与一个平面内的两条相交直线垂直，则该直线与此平面垂直。

◆一个平面过另一个平面的垂线，则两个平面垂直。

通过直观感知、操作确认，归纳出以下性质定理，并加以证明。

◆一条直线与一个平面平行，则过该直线的任一个平面与此平面的交线与该直线平行。

◆两个平面平行，则任意一个平面与这两个平面相交所得的交线相互平行。

◆垂直于同一个平面的两条直线平行。

◆两个平面垂直，则一个平面内垂直于交线的直线与另一个平面垂直。

③能运用已获得的结论证明一些空间位置关系的简单命题。

2、平面解析几何初步

(1) 直线与方程

①在平面直角坐标系中，结合具体图形，探索确定直线位置的几何要素。

②理解直线的倾斜角和斜率的概念，经历用代数方法刻画直线斜率的过程，掌握过两点的直线斜率的计算公式。

③能根据斜率判定两条直线平行或垂直。

④根据确定直线位置的几何要素，探索并掌握直线方程的几种形式（点斜式、两点式及一般式），体会斜截式与一次函数的关系。

⑤能用解方程组的方法求两直线的交点坐标。

⑥探索并掌握两点间的距离公式、点到直线的距离公式，会求两条平行直线间的距离。

(2) 圆与方程

①回顾确定圆的几何要素，在平面直角坐标系中，探索并掌握圆的标准方程与一般方程。

②能根据给定直线、圆的方程，判断直线与圆、圆与圆的位置关系。

③能用直线和圆的方程解决一些简单的问题。

(3) 在平面解析几何初步的学习过程中，体会用代数方法处理几何问题的思想。

(4) 空间直角坐标系

①通过具体情境，感受建立空间直角坐标系的必要性，了解空间直角坐标系，会用空间直角坐标系刻画点的位置。

②通过表示特殊长方体（所有棱分别与坐标轴平行）顶点的坐标，探索并得出空间两点间的距离公式。

说明与建议

1、立体几何初步的教学重点是帮助学生逐步形成空间想像能力。本部分内容的设计遵循从整体到局部、具体到抽象的原则，教师应提供丰富的实物模型或利用计算机软件呈现的空间几何体，帮助学生认识空间几何体的结构特征，并能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构，巩固和提高义务教育阶段有关三视图的学习和理解，帮助学生运用平行投影与中心投影，进一步掌握在平面上表示空间图形的方法和技能。

2、几何教学应注意引导学生通过对实际模型的认识，学会将自然语言转化为图形语言和符号语言。教师可以使用具体的长方体的点、线、面关系作为载体，使学生在直观感知的基础上，认识空间中一般的点、线、面之间的位置关系；通过对图形的观察、实验和说理，使学生进一步了解平行、垂直关系的基本性质以及判定方法，学会准确地使用数学语言表述几何对象的位置关系，并能解决一些简单的推理论证及应用问题。

3、立体几何初步的教学中，要求对有关线面平行、垂直关系的性质定理进行证明；对相应的判定定理只要求直观感知、操作确认，在选修系列2中将用向量方法加以论证。

4、有条件的学校应在教学过程中恰当地使用现代信息技术展示空间图形，为理解和掌握图形几何性质（包括证明）的教学提供形象的支持，提高学生的几何直观能力。教师可以指导和帮助学生运用立体几何知识选择课题，进行探究。

5、在平面解析几何初步的教学中，教师应帮助学生经历如下的过程：首先将几何问题代数化，用代数的语言描述几何要素及其关系，进而将几何问题转化为代数问题；处理代数问题；分析代数结果的几何含义，最终解决几何问题。这种思想应贯穿平面解析几何教学的始终，帮助学生不断地体会“数形结合”的思想方法。

四、数学必修3

在本模块中，学生将学习算法初步、统计、概率。

算法是数学及其应用的重要组成部分，是计算科学的重要基础。随着现代信息技术飞速发展，算法在科学技术、社会发展中发挥着越来越大的作用，并日益融入社会生活的许多方面，算法思想已经成为现代人应具备的一种数学素养。需要特别指出的是，中国古代数学中蕴涵了丰富的算法思想。在本模块中，学生将在义务教育阶段初步感受算法思想的基础上，结合对具体数学实例的分析，体验程序框图在解决问题中的作用；通过模仿、操作、探索，学习设计程序框图表达解决问题的过程；体会算法的基本思想以及算法的重要性和有效性，发展有条理的思考与表达的能力，提高逻辑思维能力。

现代社会是信息化的社会，人们常常需要收集数据，根据所获得的数据提取有价值的信息，作出合理的决策。统计是研究如何合理收集、整理、分析数据的学科，它可以为人们制定决策提供依据。随机现象在日常生活中随处可见，概率是研究随机现象规律的学科，它为人们认识客观世界提供了重要的思维模式和解决问题的方法，同时为统计学的发展提供了理论基础。因此，统计与概率的基础知识已经成为一个未来公民的必备常识。在本模块中，学生将在义务教育阶段学习统计与概率的基础上，通过实际问题情境，学习随机抽样、样本估

计总体、线性回归的基本方法，体会用样本估计总体及其特征的思想；通过解决实际问题，较为系统地经历数据收集与处理的全过程，体会统计思维与确定性思维的差异。学生将结合具体实例，学习概率的某些基本性质和简单的概率模型，加深对随机现象的理解，能通过实验、计算器（机）模拟估计简单随机事件发生的概率。

内容与要求

1、算法初步

（1）算法的含义、程序框图

①通过对解决具体问题过程与步骤的分析（如二元一次方程组求解等问题），体会算法的思想，了解算法的含义。

②通过模仿、操作、探索，经历通过设计程序框图表达解决问题的过程。在具体问题的解决过程中（如三元一次方程组求解等问题），理解程序框图的三种基本逻辑结构：顺序、条件分支、循环。

（2）基本算法语句

经历将具体问题的程序框图转化为程序语句的过程，理解几种基本算法语句——输入语句、输出语句、赋值语句、条件语句、循环语句，进一步体会算法的基本思想。

（3）通过阅读中国古代数学中的算法案例，体会中国古代数学对世界数学发展的贡献。

2、统计

（1）随机抽样

①能从现实生活或其他学科中提出具有一定价值的统计问题。

②结合具体的实际问题情境，理解随机抽样的必要性和重要性。

③在参与解决统计问题的过程中，学会用简单随机抽样方法从总体中抽取样本；通过对实例的分析，了解分层抽样和系统抽样方法。

④能通过试验、查阅资料、设计调查问卷等方法收集数据。

（2）用样本估计总体

①通过实例体会分布的意义和作用，在表示样本数据的过程中，学会列频率分布表、画频率分布直方图、频率折线图、茎叶图，体会它们各自的特点。

②通过实例理解样本数据标准差的意义和作用，学会计算数据标准差。

③能根据实际问题的需求合理地选取样本，从样本数据中提取基本的数字特征（如平均数、标准差），并作出合理的解释。

④在解决统计问题的过程中，进一步体会用样本估计总体的思想，会用样本的频率分布估计总体分布，会用样本的基本数字特征估计总体的基本数字特征；初步体会样本频率分布和数字特征的随机性。

⑤会用随机抽样的基本方法和样本估计总体的思想，解决一些简单的实际问题；能通过对数据的分析为合理的决策提供一些依据，认识统计的作用，体会统计思维与确定性思维的差异。

⑥形成对数据处理过程进行初步评价的意识。

（3）变量的相关性

①通过收集现实问题中两个有关联变量的数据作出散点图，并利用散点图直观认识变量间的相关关系。

②经历用不同估算方法描述两个变量线性相关的过程。知道最小二乘法的思想，能根据给出的线性回归方程系数公式建立线性回归方程。

3、概率

(1) 在具体情境中，了解随机事件发生的不确定性和频率的稳定性，进一步了解概率的意义以及频率与概率的区别。

(2) 通过实例，了解两个互斥事件的概率加法公式。

(3) 通过实例，理解古典概型及其概率计算公式，会用列举法计算一些随机事件所含的基本事件数及事件发生的概率。

(4) 了解随机数的意义，能运用模拟方法（包括计算器产生随机数来进行模拟）估计概率，初步体会几何概型的意义。

(5) 通过阅读材料，了解人类认识随机现象的过程。

说明与建议

1、算法是高中数学课程中新内容，其思想是非常重要的，但并不神秘。例如，运用消元法解二元一次方程组、求最大公因数等的过程就是算法。本模块中的算法内容是将数学中的算法与计算机技术建立联系，形式化地表示算法，在条件允许的学校，使其能在计算机上实现。为了有条理地、清晰地表达算法，往往需要将解决问题的过程整理成程序框图；为了能在计算机上实现，还需要将自然语言或程序框图翻译成计算机语言。本模块的主要目的是使学生体会算法的思想，提高逻辑思维能力。不要将此部分内容简单处理成程序语言的学习和程序设计。

2、算法教学必须通过实例进行，使学生在解决具体问题的过程中学习一些基本逻辑结构和语句。有条件的学校，应鼓励学生尽可能上机尝试。

3、算法除作为本模块的内容之外，其思想方法应渗透在高中数学课程其他有关内容中，鼓励学生尽可能地运用算法解决相关问题。

4、教师应引导学生体会统计的作用和基本思想，统计的特征之一是通过部分的数据来推测全体数据的性质。学生应体会统计思维与确定性思维的差异，注意到统计结果的随机性，统计推断是有可能犯错误的。

5、统计是为了从数据中提取信息，教学时应引导学生根据实际需求选择不同的方法合理地选取样本，并从样本数据中提取需要的数字特征。不应把统计处理成数字运算和画图表。对统计中的概念（如“总体”“样本”等）应结合具体问题进行描述性说明，不应追求严格的形式化定义。

6、统计教学必须通过案例来进行。教学中应通过对一些典型案例的处理，使学生经历较为系统的数据处理全过程，并在此过程中学习一些数据处理的方法，并运用所学知识、方法去解决实际问题。例如，在学习线性相关的内容时，教师可以鼓励学生探索用多种方法确定线性回归直线。在此基础上，教师可以引导学生体会最小二乘法的思想，根据给出的公式求线性回归方程。对感兴趣的学生，教师可以鼓励他们尝试推导线性回归方程。

7、概率教学的核心问题是让学生了解随机现象与概率的意义。教师应通过日常生活中的大量实例，鼓励学生动手试验，正确理解随机事件发生的不确定性及其频率的稳定性，并尝试澄清日常生活遇到的一些错误认识（如“中奖率为 $\frac{1}{1000}$ ”的彩票，买1000张一定中

奖。”)。

8、古典概型的教学应让学生通过实例理解古典概型的特征：实验结果的有限性和每一个实验结果出现的等可能性。让学生初步学会把一些实际问题化为古典概型。教学中不要把重点放在“如何计数”上。

9、应鼓励学生尽可能运用计算器、计算机来处理数据，进行模拟活动，更好地体会统计思想和概率的意义。例如，可以利用计算器产生随机数来模拟掷硬币的试验等。

五、数学必修4

在本模块中，学生将学习三角函数、平面上的向量（简称平面向量）、三角恒等变换。

三角函数是基本初等函数，它是描述周期现象的重要数学模型，在数学和其他领域中具有重要的作用。在本模块中，学生将通过实例，学习三角函数及其基本性质，体会三角函数在解决具有周期变化规律的问题中的作用。

向量是近代数学中重要和基本的数学概念之一，它是沟通代数、几何与三角函数的一种工具，有着极其丰富的实际背景。在本模块中，学生将了解向量丰富的实际背景，理解平面向量及其运算的意义，能用向量语言和方法表述和解决数学和物理中的一些问题，发展运算能力和解决实际问题的能力。

三角恒等变换在数学中有一定的应用，同时有利于发展学生的推理能力和运算能力。在本模块中，学生将运用向量的方法推导基本的三角恒等变换公式，由此出发导出其他的三角恒等变换公式，并能运用这些公式进行简单的恒等变换。

内容与要求

1、三角函数

(1) 任意角、弧度

了解任意角的概念和弧度制，能进行弧度与角度的互化。

(2) 三角函数

①借助单位圆理解任意角三角函数（正弦、余弦、正切）的定义。

②借助单位圆中的三角函数线推导出诱导公式（ $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ ， $\pi \pm \alpha$ 的正弦、余弦、正切），

能画出 $y = \sin x$ ， $y = \cos x$ ， $y = \tan x$ 的图象，了解三角函数的周期性。

③借助图象理解正弦函数、余弦函数在 $[0, 2\pi]$ ，正切函数在 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的性质（如单调性、最大和最小值、图象与 x 轴交点等）。

④理解同角三角函数的基本关系式： $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ， $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$ 。

⑤结合具体实例，了解 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的实际意义；能借助计算器或计算机画出 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象，观察参数 A, ω, φ 对函数图象变化的影响。

⑥会用三角函数解决一些简单实际问题，体会三角函数是描述周期变化现象的重要函数模型。

2、平面向量

(1) 平面向量的实际背景及基本概念

通过力和力的分析等实例，了解向量的实际背景，理解平面向量和向量相等的含义，理解向量的几何表示。

(2) 向量的线性运算

①通过实例，掌握向量加、减法的运算，并理解其几何意义。

②通过实例，掌握向量数乘的运算，并理解其几何意义，以及两个向量共线的含义。

③了解向量的线性运算性质及其几何意义。

(3) 平面向量的基本定理及坐标表示

①了解平面向量的基本定理及其意义。

②掌握平面向量的正交分解及其坐标表示。

③会用坐标表示平面向量的加、减与数乘运算。

④理解用坐标表示的平面向量共线的条件。

(4) 平面向量的数量积

①通过物理中“功”等实例，理解平面向量数量积的含义及其物理意义。

②体会平面向量的数量积与向量投影的关系。

③掌握数量积的坐标表达式，会进行平面向量数量积的运算。

④能运用数量积表示两个向量的夹角，会用数量积判断两个平面向量的垂直关系。

(5) 向量的应用

经历用向量方法解决某些简单的平面几何问题、力学问题与其他一些实际问题的过程，体会向量是一种处理几何问题、物理问题等的工具，发展运算能力和解决实际问题的能力。

3、三角恒等变换

(1) 经历用向量的数量积推导出两角差的余弦公式的过程，进一步体会向量方法的作用。

(2) 能从两角差的余弦公式导出两角和与差的正弦、余弦、正切公式，二倍角的正弦、余弦、正切公式，了解它们的内在联系。

(3) 能运用上述公式进行简单的恒等变换（包括引导导出积化和差、和差化积、半角公式，但不要求记忆）。

说明与建议

1、在三角函数的教学中，教师应根据学生的生活经验，创设丰富的情境，使学生体会三角函数模型的意义。例如，通过单摆、弹簧振子、圆上一点的运动，以及音乐、波浪、潮汐、四季变化等实例，使学生感受周期现象的广泛存在，认识周期现象的变化规律，体会三角函数是刻画周期现象的重要模型。

2、在三角函数的教学中，应发挥单位圆的作用。单位圆可以帮助学生直观地认识任意角、任意角的三角函数，理解三角函数的周期性、诱导公式、同角三角函数关系式，以及三角函数的图象和基本性质。借助单位圆的直观，教师可以引导学生自主地探索三角函数的有关性质，培养他们分析问题和解决问题的能力。

3、提醒学生重视学科之间的联系与综合，在学习其他学科的相关内容（如单摆运动、波的传播、交流电）时，注意运用三角函数来分析和理解。

4、弧度是学生比较难接受的概念，教学中应使学生体会弧度也是一种度量角的单位。随着后续课程的学习，他们将会逐步理解这一概念，在此不必深究。

5、向量概念的教学应从物理背景和几何背景入手，物理背景是力、速度、加速度等概念，几何背景是有向线段。了解这些物理背景和几何背景，对于学生理解向量概念和运用向量解决实际问题都是十分重要的。教师还可以引导学生运用向量解决一些物理和几何问题。例如，利用向量计算力使物体沿某方向运动所做的功，利用向量解决平面内两条直线平行与垂直的位置关系等问题。对于向量的非正交分解只要求学生作一般了解，不必展开。

6、在三角恒等变换的教学中，可以引导学生利用向量的数量积推导出两角差的余弦公式，并由此公式推导出两角和与差的正弦、余弦、正切公式，二倍角的正弦、余弦、正切公式。鼓励学生独立探索和讨论交流，引导学生推导积化和差、和差化积、半角公式，以此作为三角恒等变换的基本训练。

7、在本模块的教学中，应鼓励学生使用计算器和计算机探索 and 解决问题。例如，求三角函数值，求解测量问题，分析 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 中参数变化对函数的影响等。在三角函数、平面上的向量和三角恒等变换相应的内容中可以插入数学探究或数学建模活动。

六、数学必修 5

在本模块中，学生将学习解三角形、数列、不等式。

学生将在已有知识的基础上，通过对任意三角形边角关系的探究，发现并掌握三角形中的边长与角度之间的数量关系，并认识到运用它们可以解决一些与测量和几何计算有关的实际问题。

数列作为一种特殊的函数，是反映自然规律的基本数学模型。在本模块中，学生将通过对日常生活中大量实际问题的分析，建立等差数列和等比数列这两种数列模型，探索并掌握它们的一些基本数量关系，感受这两种数列模型的广泛应用，并利用它们解决一些实际问题。

不等关系与相等关系都是客观事物的基本数量关系，是数学研究的重要内容。建立不等观念、处理不等关系与处理等量问题是同样重要的。在本模块中，学生将通过具体情境，感受在现实世界和日常生活中存在着大量的不等关系，理解不等式（组）对于刻画不等关系的意义和价值；掌握求解一元二次不等式的基本方法，并能解决一些实际问题；能用二元一次不等式组表示平面区域，并尝试解决一些简单的二元线性规划问题；认识基本不等式及其简单应用；体会不等式、方程及函数之间的联系。

内容与要求

1、解三角形

(1) 通过对任意三角形边长和角度关系的探索，掌握正弦定理、余弦定理，并能解决一些简单的三角形度量问题。

(2) 能够运用正弦定理、余弦定理等知识和方法解决一些与测量和几何计算有关的实际问题。

2、数列

(1) 数列的概念和简单表示法

通过日常生活中的实例，了解数列的概念和几种简单的表示方法（列表、图象、通项公式），了解数列是一种特殊函数。

(2) 等差数列、等比数列

- ①通过实例，理解等差数列、等比数列的概念。
- ②探索并掌握等差数列、等比数列的通项公式与前 n 项和的公式。
- ③能在具体的问题情境中，发现数列的等差关系或等比关系，并能用有关知识解决相应的问题。
- ④体会等差数列、等比数列与一次函数、指数函数的关系。

3、不等式

(1) 不等关系

通过具体情境，感受在现实世界和日常生活中存在着大量的不等关系，了解不等式(组)的实际背景。

(2) 一元二次不等式

- ①经历从实际情境中抽象出一元二次不等式模型的过程。
- ②通过函数图象了解一元二次不等式与相应函数、方程的联系。
- ③会解一元二次不等式，对给定的一元二次不等式，尝试设计求解的程序框图。

(3) 二元一次不等式组与简单线性规划问题

- ①从实际情境中抽象出二元一次不等式组。
- ②了解二元一次不等式的几何意义，能用平面区域表示二元一次不等式组。
- ③从实际情境中抽象出一些简单的二元线性规划问题，并能加以解决。

(4) 基本不等式：

- ①探索并了解基本不等式的证明过程。
- ②会用基本不等式解决简单的最大(小)值问题。

说明与建议

1、解三角形的教学要重视正弦定理和余弦定理在探索三角形边角关系中的作用，引导学生认识它们是解决测量问题的一种方法，不必在恒等变形上进行过于繁琐的训练。

2、等差数列和等比数列有着广泛的应用，教学中应重视通过具体实例(如教育贷款、购房贷款、放射性物质的衰变、人口增长等)，使学生理解这两种数列模型的作用，培养学生从实际问题中抽象出数列模型的能力。

3、在数列的教学中，应保证基本技能的训练，引导学生通过必要的练习，掌握数列中各量之间的基本关系。但训练要控制难度和复杂程度。

4、一元二次不等式教学中，应注重使学生了解一元二次不等式的实际背景。求解一元二次不等式，首先可求出相应方程的根，然后根据相应函数的图象求出不等式的解；也可以运用代数的方法求解。鼓励学生设计求解一元二次不等式的程序框图。

5、不等式有丰富的实际背景，是刻画区域的重要工具。刻画区域是解决线性规划问题的一个基本步骤，教学中可以从实际背景引入二元一次不等式组。

6、线性规划是优化的具体模型之一。在本模块的教学中，教师应引导学生体会线性规划的基本思想，借助几何直观解决一些简单的线性规划问题，不必引入很多名词。