华图教师
HTEACHER.NET

国考教师资格证

试讲题目

高中数学

（含参考答案）

华图教育

目录

第一篇　《等比数列》

1.题目：必修 5《等比数列》片段教学

2.内容：

观察

上面的数列①②③④有什么共同特点？

可以看到：

对于数列①，从第 2 项起，每一项与前一项的比都等于______；

对于数列②，从第 2 项起，每一项与前一项的比都等于______；

对于数列③，从第 2 项起，每一项与前一项的比都等于______；

对于数列④，从第 2 项起，每一项与前一项的比都等于______.

也就是说，这些数列有一个共同的特点：从第 2 项起，每一项与前一项的比都等于同一常数.

一般地，如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前一项的比等于同一常数，那么这个数列叫做**等比数列**(geometric sequence)❶，这个常数叫做等比数列的**公比**(common ratio)，公比通常用字母 q 表示（$q\neq0$）.

上面的四个数列都是等比数列，公比依次是______，______，______，______.

与等差中项的概念类似，如果在 a 与 b 中间插入一个数 G，使 a，G，b 成等比数列，那么 G 叫做 a 与 b 的**等比中项**. 想一想，这时 a、b 的符号有什么特点？你能用 a 与 b 表示 G 吗？

❶ 一些书籍把等比数列的英文缩写记作 G.P.(Geometric Progression).

既是等差数列又是等比数列的数列存在吗？

3.基本要求：

（1）试讲时间约 10 分钟；

（2）讲解条理清楚、重点突出；

（3）需要适当板书；

（4）学生掌握等比数列的概念。

【试题解析】

一、创设情境，引入新课

利用多媒体放映具体实例：

(1)细胞分裂模型。

提问：通过观察影片中的实例，你能用数字表达出上述实例的含义吗？

学生活动：学生通过观察计算，得出 1，2，4，8，……

提问:这个数列是我们之前学过的等差数列吗？它又有什么特点呢？引出课题——等比数列。

二、归纳探索，形成概念

1.等比数列的概念

大屏幕展示实例：(1)《庄子》中“一尺之棰”的论述。

得出数列：1，1/2，1/4，1/8，......

再直接呈现两个等比数列：

(2)1，20，202，203，......

(3)1000×1.0198，10000×1.01982，10000×1.01983，10000×1.01984，......

引导学生观察这三个案例，得出：

对于数列(1)，从第 2 项起，每一项与前一项的比都等于 1/2；

对于数列(2)，从第 2 项起，每一项与前一项的比都等于 20；

对于数列(3)，从第 2 项起，每一项与前一项的比都等于 1.0198；

提问：这三个数列都有什么共同特点？

师生共同总结出，这些数列的一个共同特点：从第 2 项起，每一项与前一项的比都等于同一个常数。

提问：你能类比等差数列的定义给出等比数列的定义吗？

师生共同总结：一般地，如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前一项的比等于同一个常数，那么这个数列就叫做等比数列。该常数叫做等比数列的公比，公比通常用字母 q 表示。

思考：等比数列的公比 q 有没有限制？

总结：通过等比数列的定义确定。

2.等比中项

提问：你能类比等差中项的概念得出等比中项的概念吗？

总结：如果在由 a 与 b 中间插入一个数 G，使 a，G，b 成等比数列，那么 G 叫做 a 与 b 的等比中项。

三、巩固练习

做课后的做一做。

四、总结体会

提问：今天大家有哪些收获？

五、课后作业

搜集等比数列在生活中的应用。

板书设计：

等比数列

1. 如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前一项的比等于同一个常数，那么这个数列就叫做等比数列。

2. 公比为 q，$q \neq 0$

3. 等比中项

第二篇 《等差数列》

1.题目：必修 5《等差数列》片段教学

2.内容：

可以看到：

对于数列①，从第 2 项起，每一项与前一项的差都等于______；

对于数列②，从第 2 项起，每一项与前一项的差都等于______；

对于数列③，从第 2 项起，每一项与前一项的差都等于______；

对于数列④，从第 2 项起，每一项与前一项的差都等于______.

也就是说，这些数列有一个共同特点：从第 2 项起，每一项与前一项的差都等于同一常数.

一般地，如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前一项的差等于同一个常数，那么这个数列就叫做等差数列(arithmetic sequence)❷，这个常数叫做等差数列的公差(common difference)，公差通常用字母 d 表示.

由三个数 a，A，b 组成的等差数列可以看成最简单的等差数列. 这时，A 叫做 a 与 b 的等差中项（arithmetic mean).

如同我们在前一节看到的，能否确定一个数列的通项公式对研究这个数列有重要的意义.

一般地，如果等差数列$\{a_n\}$的首项是 a_1，公差是 d，我们根据等差数列的定义，可以得到

$$a_2-a_1=d,\ a_3-a_2=d,\ a_4-a_3=d,\ \cdots.$$

所以

$$a_2=a_1+d,$$
$$a_3=a_2+d=(a_1+d)+d=a_1+2d,$$
$$a_4=a_3+d=(a_1+2d)+d=a_1+3d,$$
$$\cdots\cdots$$

由此，请你填空完成下面等差数列的以下通项公式

$$\boxed{a_n=a_1+(\quad\quad)d.}$$

3.基本要求：

（1）试讲时间约 10 分钟；

（2）讲解条理清楚、重点突出；

（3）需要适当板书；

（4）学生理解等差数列的概念以及通项公式。

【试题解析】

一、创设情境，引入新课

1、复习旧知，引入新知

什么叫做数列？数列的一般表示方法有哪些？你能举出一些数列的例子吗？

2、提出问题，探索新知

观察同学们举出的数列，你能发现什么规律吗？

二、探索比较，掌握特征

（一）观察数列的特点。

1、观察数列中各个数之间的大小关系；

2、观察数列的排列顺序。

（二）归纳特征，构建新知

1、通过观察数列引导学生发现以下问题：

a.后数与前数的差符合一定的规律；

b.这些数按照一定的顺序排放。

2、得出等差数列的概念。

等差数列：如果一个数列，从第二项起，每一项与它的前一项的差等于同一个常数，那么这个数列就叫做等差数列；这个常数就叫做等差数列的公差，用字母 d 表示。

例：给定数列如下，你能求出该数列的第五项吗？

1，5，9，13，_

通过观察发现：$a_1=1$

$a_2=1+4=a_1+4$

$a_3=5+4=a_2+4=a_1+4+4=a_1+2\times4$

$a_4=9+4=a_3+4=a_2+4+4=a_1+4+4+4=a_1+3\times4$

$a_5=13+4=a_4+4=a_3+4+4=a_2+4+4+4=a_1+4+4+4+4=a_1+4\times4=17$

通过例题，归纳得出等差数列的通项公式为：$a_n=a_1+(n-1)d$

三、巩固与练习

以下哪些数列是等差数列：

1，3， 5， 7， 9 （ ）

2，4， 8， 16 （ ）

3，9， 15， 21 （ ）

四、小结体会

同学们，你觉得这节课里你表现怎样？有什么收获和体会？

五、课后作业

课后查阅等差数列相关的文献。

板书设计

等差数列

定义：如果一个数列，从第二项起，每一项与它的前一项的差等于同一个常数，那么这个数列就叫做等差数列；这个常数就叫做等差数列的公差，用字母 d 表示。

$$a_n=a_1+(n-1)d$$

第三篇 《古典概型》

1.题目：必修 3《古典概型》片段教学

2.内容：

例 1 从字母 a、b、c、d 中任意取出两个不同字母的试验中，有哪些基本事件？

分析： 为了得到基本事件，我们可以按照某种顺序，把所有可能的结果都列出来.

解： 所求的基本事件共有 6 个：

$A=\{a,b\}$，$B=\{a,c\}$，$C=\{a,d\}$，

$D=\{b,c\}$，$E=\{b,d\}$，

$F=\{c,d\}$.

上述试验和例 1 的共同特点是：

（1）试验中所有可能出现的基本事件只有有限个；

（2）每个基本事件出现的可能性相等.

我们将具有这两个特点的概率模型称为古典概率模型（classical models of probability），简称古典概型.

对于古典概型，任何事件的概率为：

$$P(A)=\frac{A\text{ 包含的基本事件的个数}}{\text{基本事件的总数}}.$$

3.基本要求：

（1）试讲时间约 10 分钟；

（2）讲解条理清楚、重点突出；

（3）需要适当板书；

（4）学生会判断古典概型并求其概率。

【试题解析】

一、创设情境，引入新课

同学们，我们刚刚学习了基本事件的概念，那么什么是基本事件？大家能举一个例子呢？

例 1.列举出下列几个随机事件中的基本事件。

1.从 a，b，c，d，中任取两个不同的字母的试验。

2.有五根细长的木棒，长度分别为 1，3，5，7，9，任取三根。

3.掷两枚硬币，可能出现的结果。

二、归纳探索，形成概念

提问：这三个例子有什么共同点？

通过学生自主探究，合作交流，师生共同归纳总结共同点，引出古典概型概念：

（1）试验中所有可能出现的基本事件只有有限个；（有限性）

（2）每个基本事件出现的可能性相等。（等可能性）

将具有这两个特点的概率模型成为古典概率概型，简称古典概型。

引导学生从 a，b，c，d，中任取两个不同的字母的试验，字母 a 被选中的基本事件是什么？被选中的概率是多少？

字母 a 被选中的基本事件为$(a、b)$、$(a、c)$、$(a、d)$。而基本事件有 6 个，所以字母 a 被选中的基本事件的概率为$\frac{1}{2}$。

进而引出古典概型中，随机事件发生的概率计算公式为

$$P(A)=\frac{A\text{包含的基本事件个数}}{\text{基本事件总数}}$$

三、巩固练习，加深理解

有 5 根细长的木棍，长度分别为 1，3，5，7，9，任取三根，可以组成三角形的概率是多少？

四、总结体会

提问：今天大家有哪些收获？

五、课后作业

运用古典概型解决身边的数学问题。

板书设计

古典概型

$$P(A)=\frac{A\text{包含的基本事件个数}}{\text{基本事件总数}}$$

第四篇　《函数的奇偶性》

1.题目：必修 1《函数的奇偶性》片段教学

2.内容：

请你仿照这个过程，说明函数 $f(x)=|x|$ 也是偶函数.

我们看到，这两个函数的图象都关于 y 轴对称．那么，如何利用函数解析式描述函数图象的这个特征呢?

从函数值对应表可以看到，当自变量 x 取一对相反数时，相应的两个函数值相同.

例如，对于函数 $f(x)=x^2$ 有：

$$f(-3)=9=f(3);$$
$$f(-2)=4=f(2);$$
$$f(-1)=1=f(1).$$

实际上，对于 **R** 内任意的一个 x，都有 $f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$．这时我们称函数 $y=x^2$ 为偶函数.

一般地，如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x，

都有 $f(-x)=f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫做**偶函数**(even function).

请仿照这个过程，说明函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 也是奇函数.

例如，对于函数 $f(x)=x$ 有：

$$f(-3)=-3=-f(3);$$
$$f(-2)=-2=-f(2);$$
$$f(-1)=-1=-f(1).$$

实际上，对于函数 $f(x)=x$ 定义域 **R** 内任意一个 x，都有 $f(-x)=-x=-f(x)$．这时我们称函数 $f(x)=x$ 为奇函数.

一般地，如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫做**奇函数**（odd function).

都有 $f(-x)=f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫做**偶函数**(even function).

3.基本要求：

（1）试讲约 10 分钟；

（2）渗透数形结合等数学思想；

（3）要有讨论环节，

（4）要有适当板书。

【试题解析】

一、展示图片，悬疑导入

多媒体展示喜字、蝴蝶、扑克牌、交通标志四幅图片，请学生观察这些图片具有什么样的共同特征。

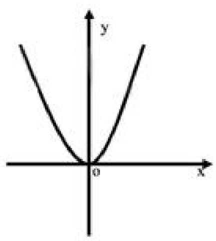
通过观察，老师适当引导，学生能够发现前两幅图是轴对称的，后两幅图是中心对称的。

继续追问数学中这样的对称，请学生举例说明。由于前几节课都在学习函数，会有部分学生想到有些函数的图象是对称的。引入课题：今天我们一起来研究图象具有对称特征的函数的性质——奇偶性

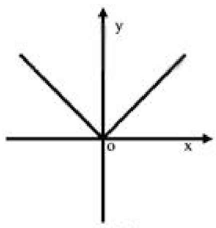
二、合作探究，新课讲授

（一）偶函数

1.观察下列函数的图象：说明图象有什么样的特点。



$y=x^2$



$y=|x|$

思考 1：这两个函数的图象有何共同特征？

思考 2：对于上述两个函数，$f(1)$ 与 $f(-1)$，$f(2)$ 与 $f(-2)$，$f(a)$ 与 $f(-a)$ 有什么关系？

一般地，若函数 $y=f(x)$ 的图象关于 y 轴对称，当自变量 x 任取定义域中的一对相反数时，对应的函数值相等。即 $f(-x)=f(x)$。

思考 3：怎样定义偶函数？

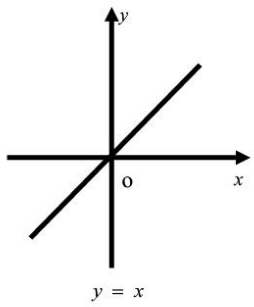
学生先进行独立思考，然后小组讨论形成小组结论，最后展示本组讨论结果。

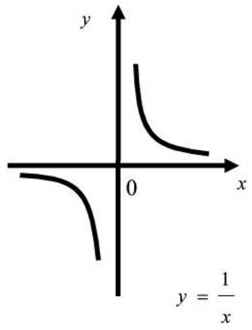
师生互动将学生得到的定义进行补充完善最终得到精确的偶函数的定义：设函数 $f(x)$

的定义域为 D，如果对 D 内的任意一个数 x，都有 $-x\in D$，且 $f(-x)=f(x)$，则这个函数叫做偶函数。

（二）奇函数

观察下面两个函数的图象，回答以下问题。





问题 1：观察图象，从对称的角度思考，它们有什么共同特征？

问题 2：分别求当自变量 $x=\pm1,\pm2$ 时的函数值，从中你能发现什么规律？

问题 3：是否对于定义域内所有的 x，都有类似的情况？

问题 4：类比偶函数的定义给出奇函数的定义。

学生先进行独立思考后，小组内进行交流，形成小组最后结论，最终展示本组成果。

小组代表展示结果后，师生互动得出奇函数的定义：设函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 D，如果对 D 内的任意一个数 x，都有 $-x\in D$，且 $f(-x)=-f(x)$，则这个函数叫做奇函数。

（三）强化内涵

对奇函数、偶函数定义的说明：

（1）如果一个函数 $f\left(x\right)$ 是奇函数或偶函数，那么我们就说函数 $f\left(x\right)$，具有奇偶性。

（2）函数具有奇偶性的前提是：定义域关于原点对称。

（3）若 $f\left(x\right)$ 为奇函数，则 $f(-x)=-f(x)$ 成立；若 $f\left(x\right)$ 为偶函数,则 $f\left(-x\right)=f\left(x\right)$ 成立。

三、巩固应用，内化提高

例 1.利用定义判断下列函数的奇偶性

（1） $f(x)=x^3+2x$

小结：用定义判断函数奇偶性的步骤：

（1）先求定义域，看是否关于原点对称；

（2）再判断 $f(-x)$ 与 $f\left(x\right)$ 的关系；

（3）若 $f(-x)=f(x)$ 则 $f(x)$ 是偶函数；若 $f(-x)=-f(x)$，则 $f(x)$ 是奇函数。

例题 2：利用定义判断下列函数的奇偶性

(1) $f(x)=x-\dfrac{1}{x}$　　　(2) $f(x)=-x^2+1, x\in[-1,1)$

(3) $f(x)=0$　　　(4) $f(x)=x^2+x$

（学生讨论完成，要求学生说明理由。）

四、回顾整理，反思提升

通过今天的实际应用，大家有哪些收获呢，可以说一说，知识上的，方法上的，数学思想上的，等等都行。

引导学生回顾自己的学习过程，畅所欲言，加强反思、提炼及知识的归纳，纳入自己的知识结构。

师生一起回顾函数奇偶性的定义，图象性质，以及如何判断一个函数的奇偶性。

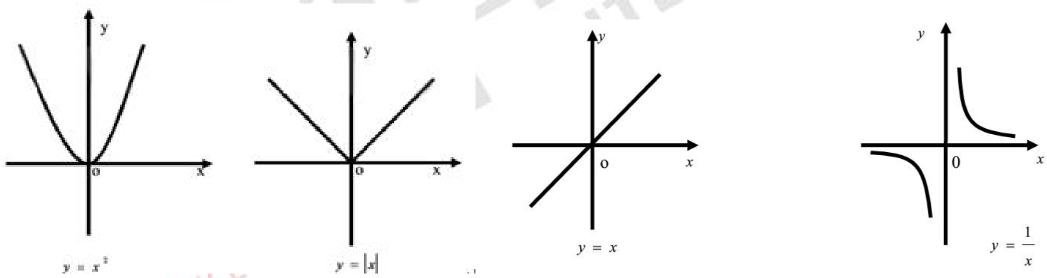
五、知识拓展，布置作业

1.完成课后习题 1 题；

2.思考函数奇偶性的应用，下节课一起展示分享。

板书设计：

函数的奇偶性



偶函数：$f(-x)=-f(x)$；　　　奇函数：$f(-x)=-f(x)$；

判断函数奇偶性步骤：一看

二找

三判断

第五篇 《类比推理》

1.题目：选修 2-2《类比推理》片段教学

2.内容：

除了归纳，在人们的创造发明活动中，还常常应用类比．例如，据说我国古代工匠鲁班类比带齿的草叶和蝗虫的齿牙，发明了锯；人们仿照鱼类的外形和它们在水中的沉浮原

理，发明了潜水艇；等等．事实上，仿生学中许多发明的最初构想都是类比生物机制得到的．

又如，为了回答“火星上是否有生命”这个问题，科学家们把火星与地球作类比，发现火星具有一些与地球类似的特征，如火星也是围绕太阳运行、绕轴自转的行星，也有大气层，在一年中也有季节的变更，而且火星上大部分时间的温度适合地球上某些已知生物的生存，等等．由此，科学家猜想：火星上也可能有生命存在．

思考 科学家做出上述猜想的推理过程是怎样的？

在提出上述猜想的过程中，科学家对比了火星与地球之间的某些相似特征，然后从地球的一个已知特征（有生命存在）出发，猜测火星也可能具有这个特征．

数学研究中也常常进行这样的推理．例如，在研究球体时，我们会自然地联想到圆．对于圆，我们已经有了比较充分的研究，定义了圆的一些概念，发现了圆的一些性质（表 2-1）．由于球与圆在形状上和概念上都有类似的地方，即都具有完美的对称性，都是到定点的距离等于定长的点的集合，因此我们推测对于圆的特征，球也可能具有．

例如，圆有切线，切线与圆只交于一点，切点到圆心的距离等于圆的半径；对于球，我们推测可能存在这样的平面，与球只交于一点，该点到球心的距离等于球的半径[1]；平面内不共线的 3 个点确定一个圆，由此猜想空间中不共面的 4 个点确定一个球；等等．

探究 类比圆的特征，填写表 2-1 中球的相关特征，并说说推理的过程．

表 2-1

圆的概念和性质	球的类似概念和性质
圆的周长	
圆的面积	
圆心与弦（非直径）中点的连线垂直于弦.	
与圆心距离相等的两弦相等；与圆心距离不等的两弦不等，距圆心较近的弦较长.	
以点(x_0,y_0)为圆心，r为半径的圆的方程为$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$.	

这种由两类对象具有某些类似特征和其中一类对象的某些已知特征，推出另一类对象也具有这些特征的推理称为类比推理（简称类比）❶. 简言之，类比推理是由特殊到特殊的推理.

❶ 开普勒（Kepler，1571—1630）说：“我珍视类比胜过任何别的东西，它是我最可信赖的老师，它能揭示自然界的秘密.”

在数学中，我们可以由已经解决的问题和已经获得的知识出发，通过类比而提出新问题和作出新发现. 例如，数学家波利亚（Polya）曾指出：“类比是一个伟大的引路人，求解立体几何问题往往有赖于平面几何中的类比问题.” 数学中还有向量与数的类比，无限与有限的类比，不等与相等的类比，等等.

3.基本要求：

（1）试讲约 10 分钟；

（2）由生活实际中的类比推理引入数学中的类比推理；

（3）根据教学内容适当板书。

【试题解析】

一、问题情境

1.由生活实例初步感知类比推理

引例 1：“火星上是否有生命”

地球	火星
行星、围绕太阳运行、绕轴自传	行星、围绕太阳运行、绕轴自传
有大气层	有大气层
一年中有季节变更	一年中有季节变更
温度适合生物的生存	大部分时间的温度适合地球上某些已知生物的生存
有生命存在	**可能有生命存在**

引例 2：仿照鱼的外形和它们在水中的沉浮原理发明了潜水艇；

引例 3：我国古代工匠鲁班类比带齿的草叶发明了锯。

二、探究新知

（一）初步感知类比推理

数学研究中也常常进行这样的推理。例如：在研究球体的时候我们自然地联想到圆。

圆的定义：平面内到一个定点的距离等于定长的点的集合。

球的定义：到一个定点的距离等于定长的点的集合。

圆　　　球

弦←→截面圆

直径←→大圆

（二）深入探究类比推理

探究一：类比圆的特征，填写下表中的球的相关特征，并说说推理的过程。

圆的概念和性质	球的类似概念和性质
圆的周长	
圆的面积	
圆心与弦（非直径）中点的连线垂直于弦	
与圆心距离相等的两弦相等，与圆心距离不等的两弦不等，距圆心较近的弦较长	
以点（x_0,y_0）为圆心，r为半径的圆的方程为（$x-x_0$）^{2}+（$y-y_0$）^{2}=r^2	

类比推理的定义：

这种由两类对象具有某些类似特征和其中一类对象的某些已知特征，推出另一类对象也具有这些特征的推理称为类比推理（简称类比）。简言之，类比推理是由特殊到特殊的推理。

类比推理的一搬步骤：

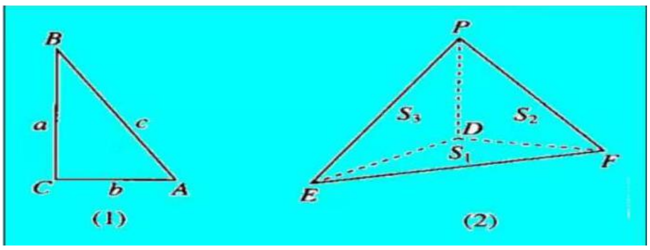
（1）找出两类对象之间可以确切表述的相似特征；

（2）用一类对象的已知特征去推测另一类对象的特征，从而得出一个猜想。

三、巩固练习

例：类比平面内直角三角形的勾股定理，试给出空间中四面体性质的猜想。

解：如图所示，在 Rt△*ABC* 中，∠*C*=90°. 设 *a,b,c* 分别表示三条边的长度，由勾股定理，得 $c^2=a^2+b^2$



于是，类比直角三角形的勾股定理，在四面体 *P-DEF* 中，我们猜想 $S^2=S_1^{\ 2}+S_2^{\ 2}+S_3^{\ 2}$ 成

立。

注意：类比推理是由特殊到特殊的推理；以旧的知识为基础，推测新的结果，具有发现的功能；类比推理的结论不一定成立。

四、课堂小结

(1)类比推理：特殊——→特殊

(2)类比推理的一般步骤：

①找出两类事物之间的相似性或者一致性。

②用一类事物的性质去推测另一类事物的性质，得出一个明确的命题（猜想）。

五、课后作业

课后练习第 3 题。

六、板书设计

类比推理

定义：由两类对象具有某些类似特征和其中一类对象的某些已知特征，推出另一类对象也具有这些特征的推理称为类比推理。

关键：由特殊到特殊的推理。

第六篇　《函数的最大（小）值》

1.题目：必修一《函数的最大（小）值》片段教学

2.内容：

我们再来观察本节的图 1.3-2，比较其中的两个函数图象，可以发现，函数 $f(x)=x^2$ 的图象上有一个最低点（0，0），即对于任意的 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x)\geqslant f(0)$．当一个函数 $f(x)$ 的图象有最低点时，我们就说函数 $f(x)$ 有最小值．而函数 $f(x)=x$ 的图象没有最低点，所以函数 $f(x)=x$ 没有最小值．

思考

你能以函数 $f(x)=-x^2$ 为例说明函数 $f(x)$ 的最大值的含义吗？

一般地，设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 I，如果存在实数 M 满足：

（1）对于任意的 $x\in I$，都有 $f(x)\leqslant M$；

（2）存在 $x_0\in I$，使得 $f(x_0)=M$．

那么，我们称 M 是函数 $y=f(x)$ 的**最大值**（maximum value）．

思考

你能仿照函数最大值的定义，给出函数 $y=f(x)$ 的**最小值**（minimum value）的定义吗？

3.基本要求：

（1）试讲约 10 分钟；

（2）结合生活实际，体现本节内容在生活中的应用价值；

（3）配合教学内容适当板书。

【试题解析】

一、复习导入

1. 教师出示课件：

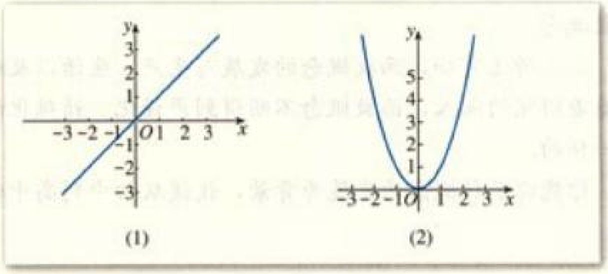


图 1.3-2

引导学生回顾上节课学习的函数的单调性的概念。

2.学生自主回答，教师进一步引导学生思考，这两个图中各自有没有最大值和最小值。

3.学生通过仔细观察可以看到第 2 个图像有个最低点（0,0），即对于任意的 $x\in R$，都有 $f(x)\geq f(0)$，所以第二个图像有一个最低点，就是它的最小值；第 1 个图像没有最低点，所以没有最小值。

二、讲授新课

1.让学生自主动手画出 $f(x)=-x^2$ 的图像，结合上节课所学知识，可知该函数在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，在图像上很容易看出，有一个最高点是在（0,0）处，即对于任意的 $x\in R$，都有 $f(x)\leq f(0)$，所以该最高点就是函数 $f(x)=-x^2$ 的最大值。

2.通过具体函数，抽象出函数最大值和最小值的数学概念：

一般地，设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 I,如果存在实数 M,满足：

（1）对于任意的 $x\in I$，都有 $f(x)\leq M$；

（2）存在 $x_0\in I$，使得 $f(x_0)=M$。

则称 M 是函数 $y=f(x)$ 的最大值。

得出概念后，教师引导学生，进一步强调，函数的最大值必须同时满足这两个条件才能成立，深化概念。

3.鼓励学生尝试自己总结出函数最小值的概念。

4.在得出概念的基础上，进一步让学生根据最大值和最小值的概念重新说一下函数 $f(x)=-x^2$ 和函数 $f(x)=x^2$ 的最大值和最小值。

三、巩固练习

例 3 "菊花"烟花是最壮观的烟花之一．制造时一般是期望在它达到最高点（大约是在距地面高度 25 m 到 30 m 处）时爆裂．如果在距地面高度 18 m 的地方点火，并且烟花冲出的速度是 14.7 m/s.

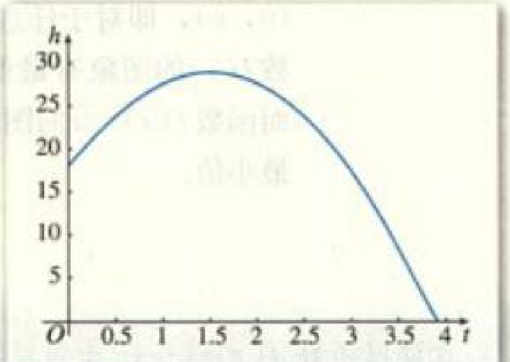
（1）写出烟花距地面的高度与时间之间的关系式.

（2）烟花冲出后什么时候是它爆裂的最佳时刻？这时距地面的高度是多少（精确到 1 m)？

解：（1）设烟花在 t s 时距地面的高度为 h m，则由物体运动原理可知：

$$h(t)=-4.9t^2+14.7t+18.$$

（2）作出函数 $h(t)=-4.9t^2+14.7t+18$ 的图象（图 1.3-5)．显然，函数图象的顶点就是烟花上升的最高点，顶点的横坐标就是烟花爆裂的最佳时刻，纵坐标就是这时距地面的高度.



由二次函数的知识，对于函数 $h(t)=-4.9t^2+14.7t+18$，我们有：

当 $t=-\dfrac{14.7}{2\times(-4.9)}=1.5$ 时，函数有最大值

$$h=\frac{4\times(-4.9)\times18-14.7^2}{4\times(-4.9)}\approx29.$$

于是，烟花冲出后 1.5 s 是它爆裂的最佳时刻，这时距地面的高度约为 29 m.

通过实例，引发学生思考，培养学生应用数学的意识，体会数学与生活的密切联系。

四、课堂小结

学生自主归纳本节课的知识，教师强调重点，升华知识。

五、布置作业

完成课后练习第 2 题

板书设计：

函数的最大（小）值

函数 $y=f(x)$ 的定义域为 I，如果存在实数 M，满足：

（1）对于任意的 $x\in I$，都有 $f(x)\le M$ （$f(x)\ge M$）；

（2）存在 $x_0\in I$，使得 $f(x_0)=M$。

则称 M 是函数 $y=f(x)$ 的最大（小）值

第七篇　《求正弦、余弦、正切值》

1.题目：必修四《求正弦、余弦、正切值》片段教学

2.内容：

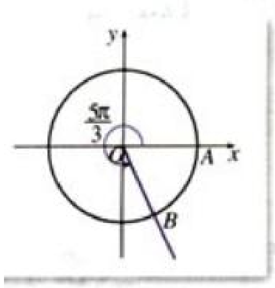


图 1.2-4

例 1　求 $\frac{5\pi}{3}$ 的正弦、余弦和正切值.

解：在直角坐标系中，作 $\angle AOB=\frac{5\pi}{3}$（如图 1.2-4）. 易知 $\angle AOB$ 的终边与单位圆的交点坐标为 $\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. 所以，

$$\sin\frac{5\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\cos\frac{5\pi}{3}=\frac{1}{2},$$

$$\tan\frac{5\pi}{3}=-\sqrt{3}.$$

3.基本要求：

（1）试讲约 10 分钟；

（2）渗透数形结合等数学思想方法；

（3）要有适当板书。

【试题解析】

一、回顾复习，悬疑导入

通过多媒体展示任意角的终边位置，引导学生复习正弦、余弦、正切知识，同时，提出问题，为了更好的解决三角函数的问题，该怎么办？明确：使用单位圆；衔接问题，那么，遇到实际问题，该如何利用所学的正弦、余弦、正切知识以及单位圆的方法解决问题呢？引出课题——求正弦、余弦、正切值。

二、合作探究，新课讲授

ppt 呈现例题，细化导入中的问题，如何求出 $\frac{5\pi}{3}$ 的正弦、余弦、正切值。引导学生同桌讨论。

（一）作图，引出单位圆

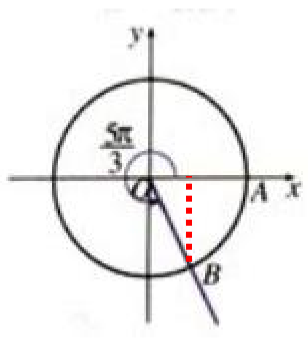
提问：从代数角度没有办法解决的问题，我们还可以从哪些角度出发解决问题呢？

明确：几何，数形结合，画坐标系，作出单位圆。

（二）数形结合求出关键坐标

提问：要求出正弦、余弦、正切值，我们需要得到哪些数据呢？

明确：$\frac{5\pi}{3}$ 的终边和单位圆的交点坐标可以通过做辅助线，构建直角三角形来求解。得出 OB=1, B 点坐标 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$。



（三）利用定义求出正弦、余弦、正切值

问题：那么，现在该如何求出正弦、余弦、正切值呢，大家动手计算一下。

通过问题，引导学生动手操作，利用导入中复习的只是明确所求，同时，请学生扮演结

果，老师给予肯定评价。

$\angle AOB$ 的终边与单位圆的交点坐标为$\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. 所以，

$$\sin\frac{5\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2},$$
$$\cos\frac{5\pi}{3}=\frac{1}{2},$$
$$\tan\frac{5\pi}{3}=-\sqrt{3}.$$

三、巩固应用，内化提高

如何求出$\frac{4\pi}{6}$、$\frac{3\pi}{2}$的正弦、余弦、正切值，引导学生利用例题中的思路类比解决，并认识到特殊角度的三角函数值，可以数形结合，利用几何知识得代数结论。

四、回顾整理，反思提升

通过今天的实际应用，大家有哪些收获呢，可以说一说，知识上的，方法上的，数学思想上的，等等都行。

引导学生自发总结，反思提升。

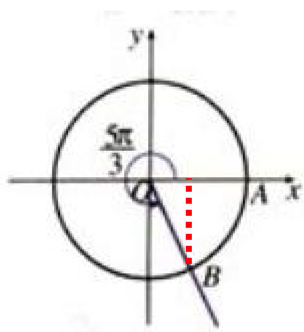
五、知识拓展，布置作业

1.完成课后习题 1-3 题；

2.思考不同象限的三角函数的符合有什么特点，下节课一起分享。

板书设计：

求正弦、余弦、正切值



$\angle AOB$ 的终边与单位圆的交点坐标为$\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. 所以,

$$\sin\frac{5\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\cos\frac{5\pi}{3}=\frac{1}{2},$$

$$\tan\frac{5\pi}{3}=-\sqrt{3}.$$

总结： 1.明确终边上关键点坐标；

2.利用定义求解正弦、余弦、正切值；

3.数形结合的思想

第八篇 《椭圆及其标准方程》

1.题目：选修一《椭圆及其标准方程》片段教学

2.内容：

探究

取一条定长的细绳，把它的两端都固定在图板的同一点处，套上铅笔，拉紧绳子，移动笔尖，这时笔尖（动点）画出的轨迹是一个圆。如果把细绳的两端拉开一段距离，分别固定在图板的两点处（图 2.2-1），套上铅笔，拉紧绳子，移动笔尖，画出的轨迹是什么曲线？

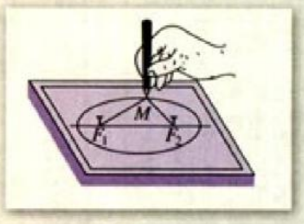


图 2.2-1

在这一过程中，你能说出移动的笔尖（动点）满足的几何条件吗？

把细绳的两端拉开一段距离，移动笔尖的过程中，细绳的长度保持不变，即笔尖到两个定点的距离和等于常数.

我们把平面内与两个定点 F_1，F_2 的距离的和等于常数（大于$|F_1F_2|$）的点的轨迹叫做椭圆（ellipse）．这两个定点叫做椭圆的焦点，两焦点间的距离叫做椭圆的焦距.

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0).\qquad ②$$

从上述过程可以看到，椭圆上任意一点的坐标都满足方程②，以方程②的解(x, y)为坐标的点到椭圆的两个焦点$F_1(-c, 0)$，$F_2(c, 0)$的距离之和为$2a$，即以方程②的解为坐标的点都在椭圆上．由曲线与方程的关系可知，方程②是椭圆的方程，我们把它叫做椭圆的标准方程．它的焦点在x轴上，两个焦点分别是$F_1(-c, 0)$，$F_2(c, 0)$，这里$c^2=a^2-b^2$.

3.基本要求：

（1）试讲约 10 分钟；

（2）理解椭圆的定义；

（3）思路清晰，逻辑性强

（4）配合教学内容适当板书。

【试题解析】

一、创设情境，引入新课

用灯光斜照在圆形桌面上，让学生观察桌子在地面上形成的影子的形状。

提问：在我们日常生活中，椭圆随处可见，你能举出椭圆形的例子吗？

二、讲授新课

1、概念形成

手工操作演示椭圆的形成：取一条定长的细绳，把它的两段固定在画图板上的两点，当绳长大于两点间的距离时，用铅笔把绳子拉近，使笔尖在图板上慢慢移动，就可以画出一个椭圆。

提问：

（1）轨迹上的点是怎么来的？

（2）在这个运动过程中，什么是不变的？

学生回答：（1）两个定点，绳长；（2）不论运动到何处，绳长不变（即轨迹上与两个定点距离之和不变）。

问题：绳长能小于F_1,F_2之间的距离吗？能画出图形吗？

学生观察可以得到：如果绳长小于两图钉之间的距离是不能画出图形的。

师生共同总结出椭圆的定义：平面内与两个定点F_1,F_2的距离之和等于常数的点的轨迹叫做椭圆。这两个定点叫做椭圆的焦点，两焦点间的距离叫做椭圆的焦距。且常数要大于焦距。

2、方程推导

提问：如何求椭圆的方程呢？求椭圆的一般步骤是什么？

（1）复习求轨迹方程的基本步骤；

（2）推导方程：

①建系设点：以两定点 F_1,F_2 所在直线为 x 轴，线段 F_1,F_2 的垂直平分线为 y 轴，建立直角坐标系，设 $|F_1F_2|=2c(c>0)$，$M(x,y)$ 为椭圆上任意一点，则 $F_1(-c,0),F_2(c,0)$。又设 M 与 F_1,F_2 的距离的和等于 $2a$。

②集合表示：动点 M 的集合为：$P=\{M\,\|MF_1|+|MF_2|=2a,|F_1F_2|<2a\}$。

③坐标化：用含有动点坐标的方程表示：$\sqrt{(x-c)^2+y^2}+\sqrt{(x+c)^2+y^2}=2a$。

④化简：对上述式子进行化简，引入 $b^2=a^2-c^2$，得到椭圆的标准方程 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$。

提问：如果焦点在 y 轴上，椭圆的方程又是什么呢？

只要将方程的 x,y 调换（选取方式不同，调换 x,y 轴），即可得 $\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$，此也是椭圆的标准方程。

引导学生比较归纳出两种标准方程的区别。

总结归纳：在两种标准方程中，因为 $a^2>b^2$，所以可以根据分母的大小来判定焦点在哪一个坐标轴上。

三、巩固练习，内化提高

已知椭圆的焦点坐标是 $F_1(-4,0),F_2(4,0)$，椭圆上任一点到 F_1、F_2 的距离之和为 10，求椭圆的标准方程。

（分析后多媒体显示过程）

四、课堂小结

学生自主归纳本节课的知识，教师强调重点。

五、布置作业

完成课后练习第 1 题

板书设计：

椭圆及其标准方程

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$$

第九篇　《相等向量与共线向量》

1.题目：必修四《相等向量与共线向量》片段教学

2.内容：

2.1.3 相等向量与共线向量

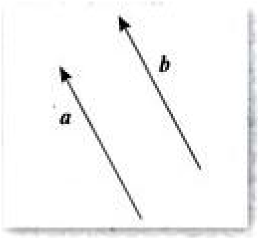


图 2.1-9

长度相等且方向相同的向量叫做**相等向量**（equal vector）．如图 2.1-9，用有向线段表示的向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 相等，记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$．任意两个相等的非零向量，都可用同一条有向线段来表示，并且与有向线段的起点无关．在平面上，两个长度相等且指向一致的有向线段表示同一个向量，因为向量完全由它的方向和模确定．

如图 2.1-10，$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 是一组平行向量，任作一条与 $\boldsymbol{a}$ 所在直线平行的直线 l，在 l 上任取一点 O，则可在 l 上分别作出 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$．这就是说，任一组平行向量都可以移动到同一直线上，因此，平行向量也叫做**共线向量**（collinear vectors）．

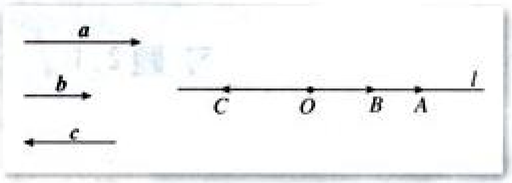


图 2.1-10

3.基本要求：

（1）试讲约 10 分钟；

（2）重点突出，借助几何直观来教学；

（3）渗透类比等数学思想；

（4）要有适当板书。

【试题解析】

一、回顾复习，悬疑导入

通过借助物理情景，如速度和位移，复习前面所学的向量知识，认识到向量和标量之间的区别和联系，类比标量，提出问题：数字之间有数量关系，几何图形之间有位置关系，那么两个向量之间是有也存在着许多的关系呢？以悬疑的形式引出课题——相等向量与共线向量。

二、合作探究，新课讲授

（一）相等向量

ppt 呈现一组向量，借助直观的向量图示，提问：满足什么条件的两个向量是相等向量？单位向量是相等向量吗？

引导学生同桌讨论，明确：向量既有大小，又有方向，只有大小相等，方向相同的向量为相等向量。

说明：（1）向量$\boldsymbol{a}$与向量$\boldsymbol{b}$相等，记作$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$。

（二）共线向量

问题 1：有一组向量，它们的方向相同或相反，这组向量有什么关系？

明确：出共线向量的定义；

问题 2：如果把一组平行向量的起点全部移到一点 0，这是它们是不是平行向量？这时各向量的终点之间有什么关系？

引导学生思考认识到平行向量和共线向量是同种含义，而两直线平行和两直线共线是不同含义。

问题 3:零向量和任何向量之间是什么关系？

引出特殊情况，数学规定：零向量和任何向量平行。

（三）相等向量和共线向量之间的关系

问题：相等向量和共线向量是什么关系呢？

通过问题，引导学生动手操作，借用有向线段的方法直观说明他们之间的关系。

明确：相等向量必是共线向量，共线向量不一定是相等向量。这是因为任一组平行向量都可移到同一直线上（与有向线段的起点无关）

三、巩固应用，内化提高

判断：

（1）平行向量是否一定方向相同？（不一定）

（2）不相等的向量是否一定不平行？（不一定）

（3）与零向量相等的向量必定是什么向量？（零向量）

（4）与任意向量都平行的向量是什么向量？（零向量）

（5）若两个向量在同一直线上，则这两个向量一定是什么向量？（平行向量）

（6）两个非零向量相等的当且仅当什么？（长度相等且方向相同）

（7）共线向量一定在同一直线上吗？（不一定）

利用抢答的形式，增进热闹气氛。

四、回顾整理，反思提升

通过今天的实际应用，大家有哪些收获呢，可以说一说，知识上的，数学思想上的，亦或者情感上的。

引导学生自发总结，反思提升。总结得出：①平行向量不是平面几何中平行线概念的简单移植，这儿的平行是指方向相同或相反的一对向量，与长度无关；②共线向量是指平行向量，与是否真的画在同一条直线上无关；③大小相等且方向相同的向量为相等向量。

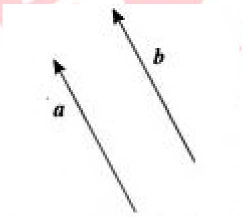
五、知识拓展，布置作业

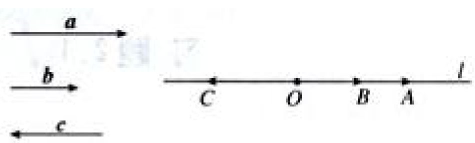
1.完成课后习题 1-3 题；

2.类比数与数之间的运算，思考向量和向量之间存在怎么的运算法则，下节课一起分享。

板书设计：

相等向量与共线向量





方向相同或相反的非零向量叫平行向量（共线向量），记作 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$

长度相等且方向相同的向量叫相等向量，记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

第十篇 《正弦定理的应用》

1.题目：必修五《正弦定理的应用》片段教学

2.内容：

分析正弦定理可知，如果已知三角形的任意两个角与一边，由三角形内角和定理，可以计算出三角形的另一角，并由正弦定理计算出三角形的另两边；如果已知三角形的任意两边与其中一边的对角，应用正弦定理，可以计算出另一边的对角的正弦值，进而确定这个角和三角形其他的边和角.

例 1 在△ABC 中，已知 $A=32.0^\circ$，$B=81.8^\circ$，$a=42.9$ cm，解三角形.

解： 根据三角形内角和定理，

$$C=180^\circ-(A+B)$$
$$=180^\circ-(32.0^\circ+81.8^\circ)$$
$$=66.2^\circ.$$

根据正弦定理，

$$b=\frac{a\sin B}{\sin A}=\frac{42.9\sin 81.8^\circ}{\sin 32.0^\circ}\approx 80.1(\text{cm});$$

根据正弦定理，

$$c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{42.9\sin 66.2^\circ}{\sin 32.0^\circ}\approx 74.1(\text{cm}).$$

对于任意给定的 a，b，A 的值，是否必能确定一个三角形？

例 2 在△ABC 中，已知 $a=20$ cm，$b=28$ cm，$A=40^\circ$，解三角形（角度精确到 1°，边长精确到 1 cm）.

解： 根据正弦定理，

$$\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{28\sin 40^\circ}{20}\approx 0.8999.$$

因为 $0^\circ<B<180^\circ$，所以 $B\approx 64^\circ$，或 $B\approx 116^\circ$.

（1）当 $B\approx 64^\circ$ 时，

$$C=180^\circ-(A+B)\approx 180^\circ-(40^\circ+64^\circ)=76^\circ,$$

$$c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{20\sin 76^\circ}{\sin 40^\circ}\approx 30(\text{cm}).$$

（2）当 $B\approx 116^\circ$ 时，

$$C=180^\circ-(A+B)\approx 180^\circ-(40^\circ+116^\circ)=24^\circ,$$

$$c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{20\sin 24^\circ}{\sin 40^\circ}\approx 13(\text{cm}).$$

3.基本要求：

（1）试讲约 10 分钟；

（2）渗透分类导论的思想；

（3）配合教学内容适当板书。

【试题解析】

一、复习定理

1. 请学生回顾《正弦定理》，并在练习本上默写，同时请学生上台书写。

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$$

写完后请学生思考如何应用正弦定理解三角形问题。

二、应用定理

通过分析定理，回答何时选用正弦定来解三角形以及分析正弦定理的变形及其应用。

（一）分析定理可得，如果已知三角形的任意两个角与一条边，由三角形内角和定理，可以计算出三角形的另外一个角的大小，进一步引用正弦定理即可算出三角形的另两条边；

例题展示：

在△ABC 中，已知 A=32.0°，B=81.8°，a=42.9。解三角形？

分析：

因为已知三角形的两个内角，首先根据三角形内角和定理，得出三角形另外一个角的大小；再根据已知条件 a=42.9, 利用正弦定理即可分别求出三角形的另外两条边长的大小。

解：

根据三角形内角和定理，

C=180°-（A+B）=180°-（32.0°+81.8°）=66。2°

根据正弦定理

$$b=\frac{a\sin B}{\sin A}=\frac{42.9\times\sin 81.8°}{\sin 32.0°}\approx 80.1(\mathrm{cm})$$

根据正弦定理

$$c=\frac{a\sin\mathrm{C}}{\sin A}=\frac{42.9\times\sin 66.2°}{\sin 32.0°}\approx 74.1(\mathrm{cm})$$

（二）如果已知三角形的任意两边与其中一边的对角，应用正弦定理，可以计算出另一边的对角的正弦值，进而确定出这个角和三角形中其他的边和角。

例题展示：

在△ABC 中，已知 a=20cm，b=28cm，A=40°，解三角形（角度精确到 1°，边长精确到 1cm)。

分析：

根据已知条件直接应用正弦定理，可求出∠B 的正弦值，进而求出∠B 的大小；再利用三角形内角和定理求出∠C 的大小；最后再用正弦定理求出边长 c 即可。

解：

根据正弦定理可得

$$\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{28\times\sin 40^\circ}{20}\approx 0.8999$$

因为 $0^\circ<B<180^\circ$，所以 $B\approx 64^\circ$或$B\approx 116^\circ$

①当 $B\approx 64^\circ$ 时

$$C=180^\circ-(A+B)\approx 180^\circ-(40^\circ+64^\circ)=76^\circ$$

$$c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{20\times\sin 76^\circ}{\sin 40^\circ}\approx 30(cm)$$

②当 $B\approx 116^\circ$ 时

$$C=180^\circ-(A+B)\approx 180^\circ-(40^\circ+116^\circ)=24^\circ$$

$$c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{20\times\sin 24^\circ}{\sin 40^\circ}\approx 13(cm)$$

（三）抛出问题:

对于任意给定的 a，b，A 的值，是否一定能确定唯一一个三角形?

通过上述呈现第二个例题很容易看出，答案是否定的，即对于任意给定的 a，b，A 的值，不能确定唯一一个三角形。

三、巩固练习

1. 在△ABC 中，已知下列条件，解三角形（角度精确到 1°，边长精确到 1 cm）：

(1) $A=45^\circ$，$C=30^\circ$，$c=10$ cm；

(2) $A=60^\circ$，$B=45^\circ$，$c=20$ cm.

四、课堂小结

引导学生总结对于正弦定理的应用需要注意两种不同情况下的解三角形问题

五、布置作业

完成课后作业第 2 题的两问

六、板书设计

正弦定理的应用

例 1：

解：根据三角形内角和定理，

$$C=180^\circ-(A+B)$$
$$=180^\circ-(32.0^\circ+81.8^\circ)$$
$$=66.2^\circ.$$

根据正弦定理，

$$b=\frac{a\sin B}{\sin A}=\frac{42.9\sin 81.8^\circ}{\sin 32.0^\circ}\approx 80.1(\text{cm});$$

根据正弦定理，

$$c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{42.9\sin 66.2^\circ}{\sin 32.0^\circ}\approx 74.1(\text{cm}).$$

例 2:

解：根据正弦定理，

$$\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{28\sin 40^\circ}{20}\approx 0.8999.$$

因为 $0^\circ<B<180^\circ$，所以 $B\approx 64^\circ$，或 $B\approx 116^\circ$.

（1）当 $B\approx 64^\circ$时，

$$C=180^\circ-(A+B)\approx 180^\circ-(40^\circ+64^\circ)=76^\circ,$$

$$c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{20\sin 76^\circ}{\sin 40^\circ}\approx 30(\text{cm}).$$

（2）当 $B\approx 116^\circ$时，

$$C=180^\circ-(A+B)\approx 180^\circ-(40^\circ+116^\circ)=24^\circ,$$

$$c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{20\sin 24^\circ}{\sin 40^\circ}\approx 13(\text{cm}).$$