

国考教师资格证

试讲题目

初中数学

(含参考答案)

目录

第一篇	《待定系数法求一次函数》	- 1 -
第二篇	《多边形的内角和》	- 4 -
第三篇	《二元一次方程组》	- 7 -
第四篇	《反比例函数的图像与性质》	- 11 -
第五篇	《分式方程》	- 14 -
第六篇	《蒙古包圆柱圆锥侧面积》	- 18 -
第七篇	《三角形相似的性质》	- 21 -
第八篇	《算术平方根》	- 26 -
第九篇	《一元二次方程的应用》	- 29 -
第十篇	《直线和圆的位置关系》	- 32 -



第一篇 《待定系数法求一次函数》

1.题目：八年级《待定系数法求一次函数》片段教学

2.内容：

例 4 已知一次函数的图象过点 $(3, 5)$ 与 $(-4, -9)$ ，求这个一次函数的解析式。

分析：求一次函数 $y=kx+b$ 的解析式，关键是求出 k, b 的值。从已知条件可以列出关于 k, b 的二元一次方程组，并求出 k, b 。

解：设这个一次函数的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$)。

因为 $y=kx+b$ 的图象过点 $(3, 5)$ 与 $(-4, -9)$ ，所以

$$\begin{cases} 3k+b=5, \\ -4k+b=-9. \end{cases}$$

解方程组得

$$\begin{cases} k=2, \\ b=-1. \end{cases}$$

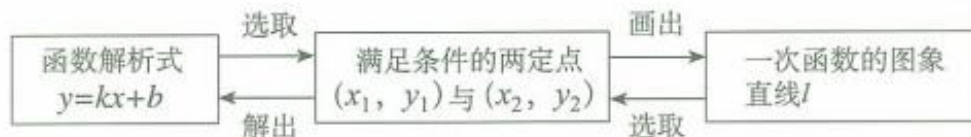
这个一次函数的解析式为 $y=2x-1$ 。

因为图象过 $(3, 5)$ 与 $(-4, -9)$ 点，所以这两点的坐标必适合解析式。

像例 4 这样先设出函数解析式，再根据条件确定解析式中未知的系数，从而得出函数解析式的方法，叫做**待定系数法**。

由于一次函数 $y=kx+b$ 中有 k 和 b 两个待定系数，因此用待定系数法时需要根据两个条件列二元一次方程组（以 k 和 b 为未知数），解方程组后就能具体写出一次函数的解析式。

例 3 与例 4 从两方面说明：



2.基本要求：

- (1) 试讲约 10 分钟；
- (2) 讲解待定系数法的解题步骤；
- (2) 要有讨论环节，

(4) 要有适当板书。

【试题解析】

一、回顾复习，谈话导入

教师在黑板上画出一一次函数的四种类型的图象，要学生判断 k 和 b 的符号。

提问：试画出 $y=x+3$ 的图象，能准确判断出 k 和 b 的符号吗？

预设学生行为：能准确判断出 k 和 b 的符号，大部分同学能画出一一次函数的图象。

提问：我们知道一一次函数的图象是一条直线，而两点确定一条直线，那么，如果我们知道一一次函数经过的两个点的坐标，能求出这一个一一次函数吗？

引出课题“用待定系数法求一一次函数”（板书课题）。

二、合作探究，新课讲授

（一）分析、解决问题

提出问题：给出一一次函数的图象，如何求出函数图象的解析式，学生思考。

预设学生行为：学生可能会想到找两个点，求出 k 和 b 就可以

用 ppt 呈现跟课题相关的数学问题。以教材例 4 为主。

例 4 已知一一次函数的图象过点 $(3, 5)$ 与 $(-4, -9)$ ，求这个一一次函数的解析式。

提出问题：可以利用什么方法求函数的解析式？

预设学生行为：学生能根据给的两个点的坐标代到一一次函数的解析式，并且解出二元一一次方程组，求出 k 和 b ，知道求一一次函数的解析式，只需要求出 k 和 b ，也就是需要找两个条件，实质上就是找两个点。自主计算得出结果。

（请学生板演的形式完成板书。）

（二）待定系数法

提出问题：能总结归纳什么是待定系数法？

引导学生小组讨论探究，总结步骤。

预设学生行为：待定系数法的四个步骤：①设出未知数 k 和 b ，得到一一次函数的解析式为 $y=kx+b$ ；②根据题意列出一元二次方程；③求解一元二次方程；④代入 $y=kx+b$ 求得一一次函数。

多媒体出示四种题型：图象、表格、点的坐标、实际应用，分别用待定系数法求一一次函数的解析式

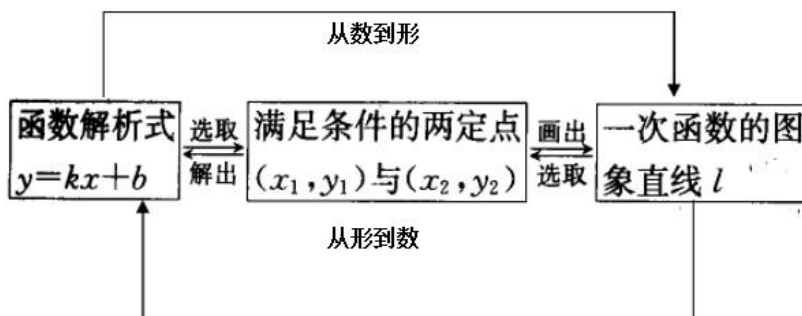
预设学生行为：图象的学生基本能求出，会找两个点；对于利用表格信息确定函数解析

式，学生不知道是求函数的解析式；实际应用问题，学生接触的比较，基本上能找到两个点；利用点的坐标求函数解析式，学生对和横坐标的交点与和纵坐标的交点，理解的不够好，可以借助图形加以理解。

（三）渗透数形结合思想

提出问题：我们在解决与图象相关的一次函数问题，经常会使用到什么思想方法呢？这种思想又是怎么引导我们解决问题的呢？大家能否用流程图的形式去描绘一下呢？

预设学生行为：学生基本能说出这节课学习的主要内容，对于数形结合的思想，学生以前也接触过，并不陌生。数形结合的思想：从数到形和从形到数的思路。



三、巩固应用，内化提高

（课件出示题目：引导学生以小组为单位，竞赛为形式解决）

1. 已知一次函数的图象经过点 $(9, 0)$ 和点 $(24, 20)$ ，写出函数解析式。
2. 一个实验室在 $0:00-2:00$ 保持 20°C 的恒温，在 $2:00-4:00$ 匀速升温，每小时升高 5°C 。写出实验室温度 T （单位： $^\circ\text{C}$ ）关于时间 t （单位： h ）的函数解析式，并画出函数图象。

对于学生的表现给予肯定评价。

四、回顾整理，反思提升

通过今天的实际应用，大家有哪些收获呢？

引导学生回顾自己的学习过程，畅所欲言，总结步骤、思想和方法。

五、知识拓展，布置作业

1. 完成课后习题 1 题；
2. 思考今天所学能解决生活中的哪些问题，下节课一起展示分享。

板书设计：

用待定系数法求一次函数

解：设这个一次函数的解析式为： $y = kx + b$

$\because y = kx + b$ 的图象过点 $(3, 5)$ 与 $(-4, -9)$.

$$\begin{cases} 3k + b = 5 \\ -4k + b = -9 \end{cases} \text{解方程组得} \begin{cases} k = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

这个一次函数的解析式为： $y = 2x - 1$

用待定系数法求函数解析式的步骤：①设；②列；③解；④代。

数形结合的思想

第二篇 《多边形的内角和》

1. 题目：八年级《多边形的内角和》片段教学

2. 内容：



三角形的内角和等于 180° 。正方形、长方形的内角和都等于 360° ，其他四边形的内角和等于多少？



任意画一个四边形，量出它的4个内角，计算它们的和。再画几个四边形，量一量，算一算，你能得出什么结论？能否利用三角形内角和等于 180° 得出这个结论？



图 7.3-8

如图 7.3-8，画出任意一个四边形的一条对角线，都能将这个四边形分为两个三角形。这样，任意一个四边形的内角和，都等于两个三角形的内角和，即 360° 。

从上面的问题，你能想出五边形和六边形的内角和各是多少吗？观察图 7.3-9，请填空：



图 7.3-9

从五边形的一个顶点出发，可以引_____条对角线，它们将五边形分为_____个三角形，五边形的内角和等于 $180^\circ \times$ _____。

从六边形的一个顶点出发，可以引_____条对角线，它们将六边形分为_____个三角形，六边形的内角和等于 $180^\circ \times$ _____。

把一个多边形分成几个三角形，还有其他分法吗？由新的分法，能得出多边形内角和公式吗？

通过以上问题，你能发现多边形的内角和与边数的关系吗？

一般地，怎样求 n 边形的内角和呢？请填写：

从 n 边形的一个顶点出发，可以引_____条对角线，它们将 n 边形分为_____个三角形， n 边形的内角和等于 $180^\circ \times$ _____。

正确地回答出以上问题，就得到了多边形内角和

公式

$$n \text{ 边形内角和等于 } (n-2) \cdot 180^\circ$$

3.基本要求：

- (1) 试讲时间约 10 分钟；
- (2) 条理清晰，重点突出；
- (3) 结合教学内容适当板书；
- (4) 教学过程中要有互动。

【试题解析】

一、创设情境，引入新课

采用多媒体展示一组美丽的图片，同时提出问题：为了美化环境，人们用各种形状的地面砖铺路，请回忆你们所见的地面砖有哪些形状？

二、尝试探究，理解意义

活动 1：在学生回答完之后，我趁机问学生：三角形，正方形，长方形的内角和分别是多少，教师：拿出一个四边形教具，让学生观看，提出问题：

- (1) 分别指出这个四边形的内角，
- (2) 这个四边形的内角和是多少度？你能猜一下吗？你能找到几种方法来加以证实？

让每小组学生代表到讲台，把求四边形内角和的作法画出，并讲述他的想法。

活动 2：接下来教师出示三角形，四边形，五边形，六边形，七边形内角和与边数的关系，请同学们观察并猜想 n 边形的内角和是多少？你又如何来验证呢？

三、解释应用，巩固新知

- (1) 十边形的内角和是_____
- (2) 过六边形的一个顶点的对角线把它分成_____个三角形，过 n 边形的一个顶点的对角线把 n 边形分成_____个三角形。

四、总结体会

通过本节课的学习，你有哪些收获？鼓励学生畅所欲言，各抒己见。引导学生从知识、方法、数学思想等方面小结本节课所学内容。

五、课后作业

搜集对多边形内角和发展具有杰出贡献的数学家。

板书设计

多边形内角和

$$n \text{ 边形内角和公式 } (n-2) \times 180^\circ$$

$$\text{多边形的外角和为 } 360^\circ$$

第三篇 《二元一次方程组》

1. 题目：七年级《二元一次方程组》片段教学

2. 内容：

8.1 二元一次方程组



引言中的问题包含了哪些必须同时满足的条件？设胜的场数是 x ，负的场数是 y ，你能用方程把这些条件表示出来吗？

由问题知道，题中包含两个必须同时满足的条件：

胜的场数 + 负的场数 = 总场数，

胜场积分 + 负场积分 = 总积分。

这两个条件可以用方程

$$x + y = 22,$$

$$2x + y = 40$$

这两个方程有什么特点？与一元一次方程有什么不同？

表示。

上面两个方程中，每个方程都含有两个未知数（ x 和 y ），并且含有未知数的项的次数都是 1，像这样的方程叫做**二元一次方程**（linear equation of two unknowns）。

上面的问题中包含两个必须同时满足的条件，也就是未知数 x 、 y 必须同时满足方程

$$x + y = 22 \quad \text{①}$$

和

$$2x + y = 40, \quad \text{②}$$

把这两个方程合在一起，写成

$$\begin{cases} x + y = 22, \\ 2x + y = 40. \end{cases}$$

【试题解析】

一、情境导入

展示篮球联赛情境：

篮球联赛中，每场比赛都要分出胜负，每队胜一场得 2 分，负一场得 1 分。某队为了争取较好的名次，想在全部 22 场比赛中获得 40 分，那么这个队胜负场数应该分别是多少？

尝试自己列出方程。

二、探究新知

活动一：

学生尝试列方程解决问题，看看在列方程过程中遇到了什么困难？同桌之间互相交流。引导学生发现和思考：要求的是两个未知数，能不能根据题意直接设两个未知数，使列方程变得容易呢？

教师板书表格示意图，引导学生通过题意，发现题干中包含的必须同时满足的条件，得到两组关系式并设出未知数完成表格，写出两个方程： $x + y = 22, 2x + y = 40$ 。

活动二：

学生观察两个方程特点，与一元一次方程有什么不同？并试着下定义。

师生共同总结出二元一次方程的定义：

上面两个方程中，每个方程都含有两个未知数（ x 和 y ），并且含有未知数的项的次数都是 1，像这样的方程叫做二元一次方程。

因为 x 和 y 需要同时满足 $x + y = 22, 2x + y = 40$ ，把这两个方程合在一起： $\begin{cases} x + y = 22 \text{①} \\ 2x + y = 40 \text{②} \end{cases}$ 。

进而引导学生得出二元一次方程组的定义：

像这样，把具有相同未知数的两个二元一次方程合在一起，就组成了一个二元一次方程组。

活动三：

满足方程①，且符合问题的实际意义的 x, y 的值有哪些？把它们填入表中。

x										
y										

上表中哪对 x, y 的值还满足方程②？

完成表格，以二元一次方程组中的一个方程为例。小组合作，找出几组整数解，并观察

哪一组解也符合另一个方程。

师生共同总结出二元一次方程的解与二元一次方程组的解的定义。

三、巩固练习

练习：对下面的问题，列出二元一次方程组，并根据问题的实际意义，找出问题的解。

加工某种产品需经两道工序，第一道工序每人每天可完成 900 件，第二道工序每人每天可完成 1200 件。现有 7 位工人参加这两道工序，应怎样安排人力，才能使每天第一、第二道工序所完成的件数相等？

四、小结作业

提问：今天有什么收获？

引导学生回顾二元一次方程组的定义与二元一次方程组的解。

五、课后作业：

思考：除了用列表找二元一次方程组的解，还有什么方法能找出解，能不能将它变成我们熟悉的一元一次方程求解。

六、板书设计

二元一次方程组

二元一次方程： $x + y = 22, 2x + y = 40$

二元一次方程组：
$$\begin{cases} x + y = 22 \\ 2x + y = 40 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x = 18 \\ y = 4 \end{cases}$$

第四篇 《反比例函数的图像与性质》

1.题目：八年级《反比例函数的图像与性质》片段教学

2.内容：

例 2 画出反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 与 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象.

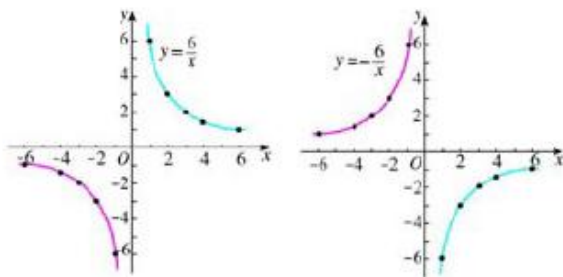
解：列表表示几组 x 与 y 的对应值（填空）：

你还记得如何
用“描点”的
方法画出函数的
图象吗？

x	...	-6	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5	6	...
$y = \frac{6}{x}$...	-1	-1.5	-2				6	2		1.2			...
$y = -\frac{6}{x}$...	1	1.2		2	3		-6	-2	-1.5		-1		...

描点连线：以表中各对对应值为坐标，画出各点，并用平滑的曲线顺次把这些点连接起来，就得到函数 $y = \frac{6}{x}$ 与 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象（图 17.1-1）.

利用信息技术
工具，可以很
容易地画出反比
例函数的图象.



思考

反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 与 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象有什么共同特征？它们之间有什么关系？

比较反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 与 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象可以发现，它们都由两条曲线组成，并且随着 x 的不断增大（或减小），曲线越来越接近坐标轴。反比例函数的图象属于**双曲线**（hyperbola）.

反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 与 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象关于 x 轴对称，也关于 y 轴对称.

3.基本要求:

- (1) 试讲时间约 10 分钟;
- (2) 条理清晰, 重点突出;
- (3) 结合教学内容适当板书;
- (4) 教学过程中要有互动。

【试题解析】

一、复习导入

通过上节课的学习, 大家学到了哪些知识?

教师提出问题, 学生回忆, 选一位同学作答, 其他同学补充。

二、自主探究

师: 那么大家能不能给出反比例函数准确的定义呢?

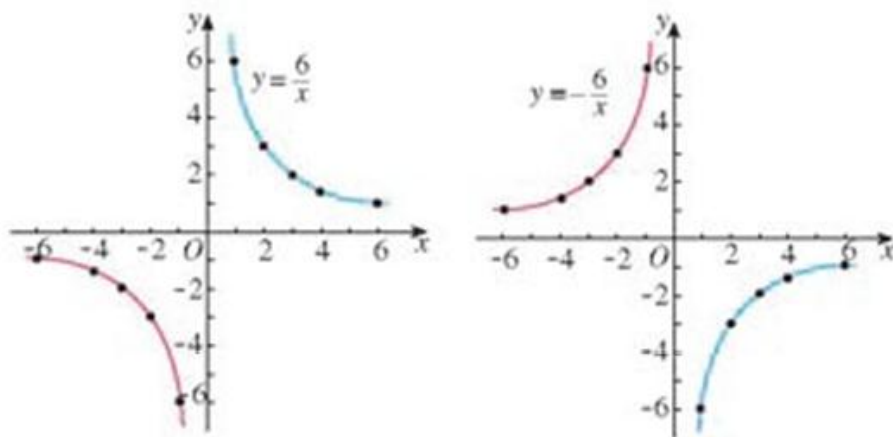
生: 形如为 $y = \frac{k}{x}$ (k 常数, $k \neq 0$) 的函数称之为反比例函数, 其中 x 是自变量, y 是函数

师: 同学们能不能采用描点法绘制出反比例函数与的图象。

生: 列表表示几组 x 与 y 的对应值

X	...	-3	-2	-1	1	2	3	...
$y = \frac{6}{x}$...	-2	-3	-6	6	3	2	...
$y = -\frac{6}{x}$...	2	3	6	-6	-3	-2	...

采用描点法绘制 $y = \frac{6}{x}$ 与 $y = -\frac{6}{x}$ 的图形如图所示:



师: 观察函数解析式和图象, 同学们有没有发现他们之间有没有什么特点和联系呢?

生：对于反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ ，其中 $k > 0$ 时，函数图象在一三象限，并且是单调递减的，无线的接近坐标轴；当 $k < 0$ 时，函数图象在二四象限，并且是单调递增的，无线的接近坐标轴。

三、反馈练习

教师在多媒体上呈现练习题，巩固反比例函数的性质。

四、课堂小结

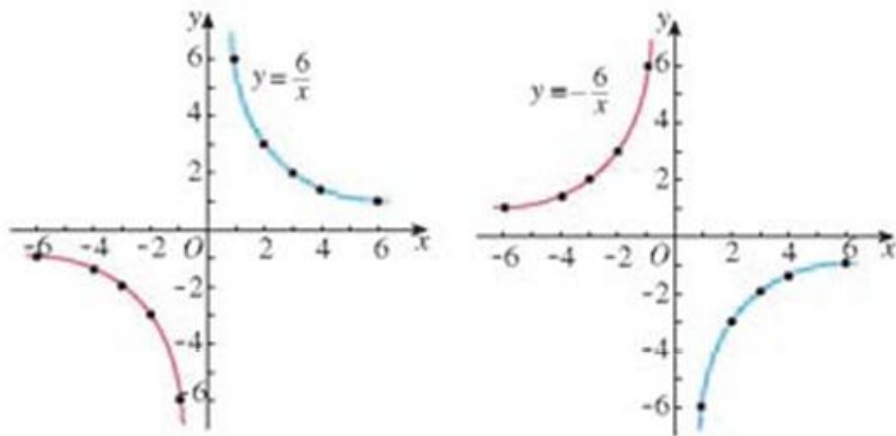
通过本课的学习，大家有什么新的收获和体会？学生小结，教师进行查漏补缺。

五、布置作业

反比例函数在我们实际生活中的应用，第二天与同学一起分享。

板书设计

反比例函数的图像与性质



当 $k > 0$ 时，函数图象在一三象限，并且是单调递减的，
 当 $k < 0$ 时，函数图象在二四象限，并且是单调递增的。

第五篇 《分式方程》

1. 题目：八年级《分式方程》片段教学

2. 内容：

15.3 分式方程

现在回到本章引言中的问题。

为解决引言中提出的问题，我们得到了方程

$$\frac{90}{30+v} = \frac{60}{30-v} \quad \text{①}$$

方程①的分母中含未知数 v ，像这样分母中含未知数的方程叫做**分式方程** (fractional equation)。我们以前学习的方程都是整式方程，它们的未知数不在分母中。



思考

如何解分式方程①？

我们已经熟悉一元一次方程等整式方程的解法，但是分式方程的分母中含未知数，因此解分式方程是一个新的问题。能否将分式方程化为整式方程呢？我们自然会想到通过“去分母”实现这种转变。

分式方程①中各分母的最简公分母是 $(30+v)(30-v)$ ，把方程①的两边乘最简公分母可化为整式方程，解这个整式方程可得方程①的解。

解：方程①两边乘 $(30+v)(30-v)$ ，得

$$90(30-v) = 60(30+v).$$

解得

$$v = 6.$$

检验：将 $v=6$ 代入①中，左边 $= \frac{5}{2}$ = 右边，因此 $v=6$ 是分式方程①的解。

由上可知，江水的流速为 6 km/h。

将方程①化成整式方程的关键步骤是什么？



归纳

解分式方程①的基本思路是将分式方程化为整式方程，具体做法是“去分母”，即方程两边乘最简公分母，这也是解分式方程的一般方法。

练习

解下列方程：

(1) $\frac{5}{x} = \frac{7}{x-2}$;

(2) $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x-1}$.

下面我们再讨论一个分式方程

$$\frac{1}{x-5} = \frac{10}{x^2-25} \quad \text{②}$$

为去分母，在方程两边乘最简公分母 $(x-5)(x+5)$ ，得整式方程

$$x+5=10.$$

解得

$$x=5.$$

x=5 是原分式方程的解吗?

将 $x=5$ 代入原分式方程检验，发现这时分母 $x-5$ 和 x^2-25 的值都为 0，相应的分式无意义。因此， $x=5$ 虽是整式方程 $x+5=10$ 的解，但不是原分式方程 $\frac{1}{x-5} = \frac{10}{x^2-25}$ 的解。实际上，这个分式方程无解。



思考

上面两个分式方程中，为什么 $\frac{90}{30+v} = \frac{60}{30-v}$ ① 去分母后所得整式方程的解就是①的解，而 $\frac{1}{x-5} = \frac{10}{x^2-25}$ ② 去分母后所得整式方程的解却不是②的解呢？

解分式方程去分母时，方程两边要乘同一个含未知数的式子（最简公分母）。方程①两边乘 $(30+v)(30-v)$ ，得到整式方程，它的解 $v=6$ 。当 $v=6$ 时， $(30+v)(30-v) \neq 0$ ，这就是说，去分母时，①两边乘了同一个不为 0 的式子，因此所得整式方程的解与①的解相同。

方程②两边乘 $(x-5)(x+5)$ ，得到整式方程，它的解 $x=5$ 。当 $x=5$ 时， $(x-5)(x+5)=0$ ，这就是说，去分母时，②两边乘了同一个等于 0 的式子，这时所得整式方程的解使②出现分母为 0 的现象，因此这样的解不是②的解。

3.基本要求：

- (1) 试讲约 10 分钟；
- (2) 教学过程注重渗透转化的数学思想；
- (3) 配合教学内容适当板书。

【试题解析】

一、创设情境，导入新课

课件出示 5 个问题情境，让学生自主写出方程（其中有整式方程，有分式方程）：

① $3x+4=7$ ，② $\frac{2}{x}-3=9$ ，③ $\frac{2}{3}y+1=5$ ，④ $\frac{7}{2y}\div 4=6$ ，⑤ $\frac{6p}{5}-2=9$

写出后引导学生仔细观察，能不能把这五个方程进行分组，此时会有学生把分母上带字母的分到一组，即①③⑤为一组，②④为一组，顺势引出本节内容。

二、讲授新课

（一）分式方程

分母中含有未知数的方程叫做分式方程。

之前学习过的① $3x+4=7$ ，③ $\frac{2}{3}y+1=5$ ，⑤ $\frac{6p}{5}-2=9$ 都是整式方程，它们的未知数都不在分母中。

趁热打铁：

下列是关于 x 的分式方程的有（ ）个。

① $\frac{ax+b}{3}=4$ ，② $\frac{2-x}{3}+2=\frac{x+4}{2}$ ，③ $\frac{m+x}{n}=\frac{x-m}{m}-2$ ，④ $\frac{2x}{2x-1}=\frac{3}{2x+1}+1$ 。

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

分析：分母中含有未知数的方程只有④。

解：选 A。

（二）分式方程的解法

引导学生回顾之前的一元一次方程的解法，思考如何解分式方程？教师提示：能否把分式方程化为整式方程，再进行求解。学生相互讨论，想到：必须“去分母”才能达到“由分式方程到整式方程的转化”。

以例题为例带领学生一起探究求解分式方程的方法，例题：求解 $\frac{90}{30+v}=\frac{60}{30-v}$ 。

引导学生观察该方程的最简公分母是 $(30+v)(30-v)$ ，方程两边同时乘最简公分母即可把分式方程化为整式方程。

解：原分式方程两边乘 $(30+v)(30-v)$ ，得

$$90(30-v)=60(30+v),$$

解得

$$v=6$$

求解出结果后，紧接着抛出问题：6一定是这个分式方程的解吗？引发学生思考，在求解分式方程时，最后一定记得检验。检验：将6代入分式方程，左边=右边= $\frac{5}{2}$ ，因此6是原分式方程的根。

（三）分式方程的增根

此时有的学生可能还是有疑问，为什么要检验。为消除疑问，给出第二个例题

下面我们再讨论一个分式方程

$$\frac{1}{x-5} = \frac{10}{x^2-25} \quad \text{②}$$

为去分母，在方程两边乘最简公分母 $(x-5)(x+5)$ ，得整式方程

$$x+5=10.$$

解得

$$x=5.$$

x=5 是原分式方程的解吗？

将 $x=5$ 代入原分式方程检验，发现这时分母 $x-5$ 和 x^2-25 的值都为0，相应的分式无意义。因此， $x=5$ 虽是整式方程 $x+5=10$ 的解，但不是原分式方程 $\frac{1}{x-5} = \frac{10}{x^2-25}$ 的解。实际上，这个分式方程无解。

通过这个例题凸显出在解分式方程时，检验是必不可少的步骤。并归纳结论：解分式方程时，去分母后所得的整式方程的解有可能使原分式方程中分母为零，因此要做如下检验，将正式方程的解代入最简公分母，如果最简公分母的值不是零，则整式方程的解是原分式方程的解；否则，这个解不是原分式方程的解。

三、巩固练习

解分式方程 (1) $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$;

(2) $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$ 。

四、课堂小结

学生自主总结，教师进一步强调：解分式方程切记要检验。

五、布置作业

课后练习第1题的(1)(3)

六、板书设计

分式方程

分式方程：分母中含有未知数的方程。

分式方程求解：去分母；解整式方程；检验。

第六篇 《蒙古包圆柱圆锥侧面积》

1.题目：九年级《蒙古包圆柱圆锥侧面积》片段教学

2.内容：

例3 蒙古包可以近似地看作由圆锥和圆柱组成. 如果想用毛毡搭建 20 个底面积为 12 m^2 , 高为 3.2 m , 外围高 1.8 m 的蒙古包, 至少需要多少平方米的毛毡 (π 取 3.142 , 结果取整数)?

解：图 24.4-7 是一个蒙古包的示意图.

根据题意, 下部圆柱的底面积为 12 m^2 , 高 $h_2 = 1.8 \text{ m}$; 上部圆锥的高 $h_1 = 3.2 - 1.8 = 1.4(\text{m})$.

圆柱的底面圆的半径

$$r = \sqrt{\frac{12}{\pi}} \approx 1.954(\text{m}),$$

侧面积为

$$2\pi \times 1.954 \times 1.8 \approx 22.10(\text{m}^2).$$

圆锥的母线长

$$l = \sqrt{1.954^2 + 1.4^2} \approx 2.404(\text{m}),$$

侧面展开扇形的弧长为

$$2\pi \times 1.954 \approx 12.28(\text{m}),$$

圆锥的侧面积为

$$\frac{1}{2} \times 2.404 \times 12.28 \approx 14.76(\text{m}^2).$$

因此, 搭建 20 个这样的蒙古包至少需要毛毡 $20 \times (22.10 + 14.76) \approx 738(\text{m}^2)$.

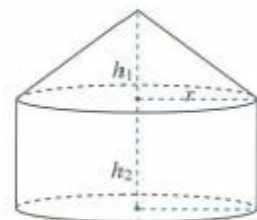


图 24.4-7

3.基本要求：

- (1) 试讲约 10 分钟;
- (2) 有分析、解决问题的过程;
- (3) 要有讨论环节,
- (4) 要有适当板书。

【试题解析】

一、创设情境，悬疑导入

问题 1：同学能举出生活中见到的圆柱、圆锥吗？我们能计算这些物体的那些量呢？

把问题重点放在侧面积的计算上。

回顾复习：圆柱、圆锥侧面积计算的思路以及公式。

问题 2：生活中有这么多的圆柱、圆锥、必然在生活会有关于它们的数学计算，今天，我们一起来走进关于圆柱和圆锥侧面积的应用。引出课题《蒙古包圆柱圆锥侧面积》。

二、合作探究，新课讲授

（一）呈现情境，提出问题

创设蒙古包的情境问题，PPT 呈现直观图片。



提出问题 1：这个问题的突破口在哪里？

诱导学生思考明确：求出一个蒙古包需要用的毛毡的面积。

问题 2：那么，一个蒙古包需要用的毛毡的面积该怎么计算呢？

引导学生小组讨论，思考解决方案

（二）画示意图，明确思路

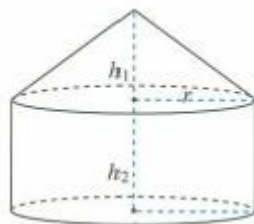
把实际问题抽象成数学问题。ppt 呈现几何直观图。

问题 1：我们要求是圆柱和圆锥的那些面积呢？

明确：求圆锥和圆柱的侧面积。不需要求底面积，点出易错点。

问题 2：我们已知哪些数学量，会利用哪些公式求解呢？

明确：先要利用圆的面积公式求出底面圆的半径，使用圆柱和圆锥的侧面积公式求一个蒙古包的侧面积。



（三）完成解题

问题：那么大家会计算了吗，给大家 5 分钟时间，大家自主或合作完成，待会请代表上

台板演？

学生自主完成解题。

根据题意，下部圆柱的底面积为 12 m^2 ，高 $h_2 = 1.8 \text{ m}$ ；上部圆锥的高 $h_1 = 3.2 - 1.8 = 1.4(\text{m})$ 。

圆柱的底面圆的半径

$$r = \sqrt{\frac{12}{\pi}} \approx 1.954(\text{m}),$$

侧面积为

$$2\pi \times 1.954 \times 1.8 \approx 22.10(\text{m}^2).$$

圆锥的母线长

$$l = \sqrt{1.954^2 + 1.4^2} \approx 2.404(\text{m}),$$

侧面展开扇形的弧长为

$$2\pi \times 1.954 \approx 12.28(\text{m}),$$

圆锥的侧面积为

$$\frac{1}{2} \times 2.404 \times 12.28 \approx 14.76(\text{m}^2).$$

思考：大家求出结果了吗？这个结果就是我们问题所求吗？

点出易错点：容易忘记实际问题是要要求 20 个蒙古包所需要的毛毡面积。

因此，搭建 20 个这样的蒙古包至少需要毛毡 $20 \times (22.10 + 14.76) \approx 738(\text{m}^2)$ 。

问题：大家可以总结一下在解决实际问题时的一般思路吗？

明确步骤：①审题，明确题意和所求；②把实际问题抽象为数学问题；③思考确定解题思路；④动手实践完善解题过程，发现解决过程的易错点；⑤检验结果，解决问题。

三、巩固应用，内化提高

1.ppt 呈现应用题，引导学生以小组为单位解决问题，以小组 pk 的形式，提高解决问题的热情，对于学生积极表现给予肯定评价。不仅要重结果，更加需要注重学生过程的点播。

1. 圆锥的底面直径是 80 cm，母线长 90 cm，求它的侧面展开图的圆心角和圆锥的总面积。

2. 如图，圆锥形的烟囱帽的底面圆的直径是 80 cm，母线长是 50 cm，制作 100 个这样的烟囱帽至少需要多少平方米的铁皮？



(第 2 题)

(要求学生说明理由。)

四、回顾整理，反思提升

通过今天的实际应用，大家有哪些收获呢，可以说一说，知识上的，方法上的，数学思想上的，等等都行。

引导学生回顾自己的学习过程，畅所欲言，加强反思、提炼及知识的归纳，纳入自己的知识结构。

总结解决问题的一般步骤：①审题，明确题意和所求；②把实际问题抽象为数学问题；③思考确定解题思路；④动手实践完善解题过程，发现解决过程的易错点；⑤检验结果，解决问题。

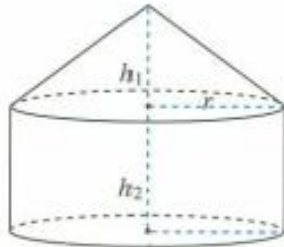
五、知识拓展，布置作业

1.完成课后习题 1 题；

2.思考生活中圆柱、圆锥侧面积的应用，下节课一起展示分享。

板书设计：

蒙古包圆柱圆锥侧面积



解题思路：①求底面半径 r ，②求圆柱侧面积，③求圆锥母线长；④圆锥底面周长；⑤求圆锥侧面积；⑥求出所求。

总结：

- ①审题，明确题意和所求；
- ②把实际问题抽象为数学问题；
- ③思考确定解题思路；
- ④动手实践完善解题过程，发现解决过程的易错点；
- ⑤检验结果，解决问题。

第七篇 《三角形相似的性质》

1.题目：九年级《三角形相似的性质》片段教学

2.内容:

 **探究**

如图 27.2-13, $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, 相似比为 k , 它们对应高、对应中线、对应角平分线的比各是多少?

如图 27.2-13, 分别作 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的对应高 AD 和 $A'D'$.

$\because \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$,

$\therefore \angle B = \angle B'$.

又 $\triangle ABD$ 和 $\triangle A'B'D'$ 都是直角三角形,

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$.

$\therefore \frac{AD}{A'D'} = \frac{AB}{A'B'} = k$.

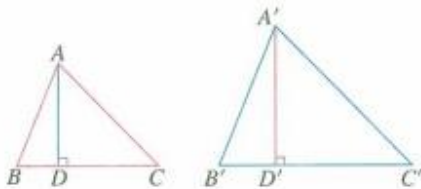


图 27.2-13

类似地, 可以证明相似三角形对应中线的比、对应角平分线的比也等于 k .

这样, 我们得到:

相似三角形对应高的比, 对应中线的比与对应角平分线的比都等于相似比.

一般地, 我们有:

相似三角形对应线段的比等于相似比.

相似三角形的
周长有什么关系?

 **思考**

相似三角形面积的比与相似比有什么关系?

如图 27.2-13, 由前面的结论, 我们有

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot AD}{\frac{1}{2}B'C' \cdot A'D'} = \frac{BC}{B'C'} \cdot \frac{AD}{A'D'} = k \cdot k = k^2.$$

这样, 我们得到:

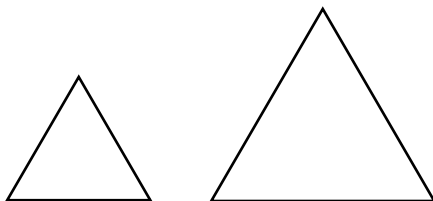
相似三角形面积的比等于相似比的平方.

3.基本要求:

- (1) 试讲约 10 分钟;
- (2) 突出重难点;
- (3) 要有讨论环节,
- (4) 要有适当板书。

【试题解析】

一、创设情境，悬疑导入



问题 1：三角形相似有哪些判定方法呢？

复习：三角形相似的判定。

问题 2：三角形中有各种各样的几何量，如三条边的长度，三个内角的度数，高、中线、角平分线的长度，以及周长、面积等等。我们逆向思维一下，如果两个三角形相似了，我们又能得出哪些关系呢？

引出课题：研究相似三角形的这些几何量之间的关系。

二、合作探究，新课讲授

(一) 对应角相等，对应边成比例

回顾：从相似三角形的定义出发，能够得到相似三角形的什么性质？

诱导学生逆向思考得出：相似三角形的对应角相等，对应边成比例。

(二) 对应线段之比等于相似比

问题 1：相似三角形的其他几何量可能具有哪些性质？

探究：如图 1， $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，相似比为 k ，它们对应高、对应中线、对应角平分线的比各是多少。

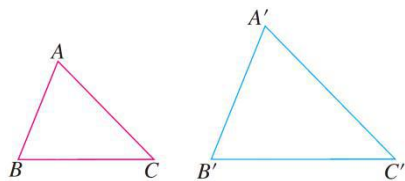


图 1

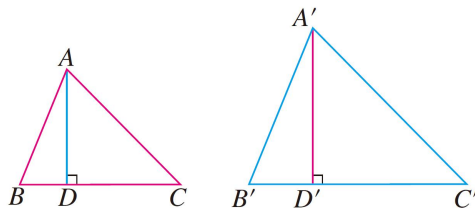


图 2

问题 2：如图 2， $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，相似比为 k ，分别作 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 对应高 AD 和 $A'D'$ 。 AD 和 $A'D'$ 的比是多少？

追问：对应高在哪两个三角形中，它们相似吗？如何证明？

$$\text{解：} \because \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

$$\therefore \angle B = \angle B'$$

$\because \triangle ABD$ 和 $\triangle A'B'D'$ 都是直角三角形

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$

$$\therefore \frac{AD}{A'D'} = \frac{AB}{A'B'} = k$$

问题 3: 它们的对应中线、角平分线的比是否也等于相似 k ?

结论: 相似三角形对应高的比, 对应中线的比与对应角平分线的比都等于相似比。

问题 3: 如果 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, 相似比为 k , 对应线段的比呢?

推广: 相似三角形对应线段的比等于相似比。

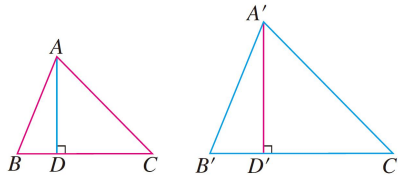
(三) 对应周长之比等于相似比, 面积比等于相似比的平方

问题: 如果 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, 相似比为 k , 它们的周长有什么关系?

结论: 相似三角形的周长比等于相似比。

思考: 相似三角形面积比与相似比有什么关系? 引导学生小组讨论, 得出猜想并验证如下:

如图, $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, 相似比为 k , 分别作 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 对应高 AD 和 $A'D'$ 。



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} BC \cdot AD}{\frac{1}{2} B'C' \cdot A'D'} = \frac{BC}{B'C'} \cdot \frac{AD}{A'D'} = k \cdot k = k^2$$

结论: 相似三角形面积比等于相似比的平方。

三、巩固应用, 内化提高

1. 判断

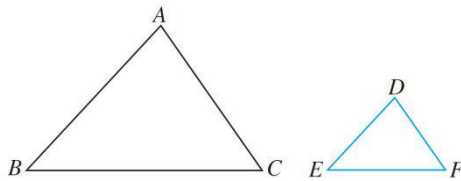
(1) 一个三角形的各边长扩大为原来的 5 倍, 这个三角形的角平分线也扩大为原来的 5 倍; (对)

(2) 一个三角形的各边长扩大为原来的 9 倍, 这个三角形的面积也扩大为原来的 9 倍。 (错)

2. 应用

如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $AB = 2DE$, $AC = 2DF$, $\angle A = \angle D$ 。若 $\triangle ABC$ 的边 BC 上

的高是 6，面积为 $12\sqrt{5}$ ，求 $\triangle DEF$ 的边 EF 上的高和面积。



解：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $\because AB=2DE, AC=2DF, \therefore \frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC} = \frac{1}{2}, \therefore \angle A = \angle D,$
 $\therefore \triangle DEF \sim \triangle ABC, \triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 的相似比为 $\frac{1}{2}, \therefore \triangle ABC$ 的边 BC 上的高是 6，面积为 $12\sqrt{5}, \therefore \triangle DEF$ 的边 EF 上的高为 $\frac{1}{2} \times 6 = 3$ ，面积为 $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 12\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$ 。

（在学生独立完成后，要求学生说明理由。）

四、回顾整理，反思提升

通过今天的实际应用，大家有哪些收获呢，可以说一说，知识上的，方法上的，数学思想上的，等等都行。

引导学生回顾自己的学习过程，畅所欲言，加强反思、提炼及知识的归纳，纳入自己的知识结构。

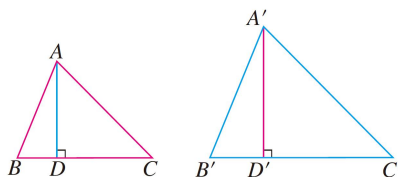
总结知识得出相似三角形的性质：①对应角相等，对应边成比例（对应边的比等于相似比）；②对应高线、对应中线、对应角平分线的比等于相似比；③对应周长比等于相似比；④对应面积比等于相似比的平方。

五、知识拓展，布置作业

- 1.完成课后习题 1 题；
- 2.思考生活中有哪些地方以利用到了三角形相似的性质，下节课一起展示分享。

板书设计：

三角形相似的性质



总结知识得出：

- ①对应角相等，对应边成比例（对应边的比等于相似比）；
- ②对应高线、对应中线、对应角平分线的比等于相似比；
- ③对应周长比等于相似比；
- ④对应面积比等于相似比的平方。

第八篇 《算术平方根》

1.题目：七年级《算术平方根》片段教学

2.内容：



问题 学校要举行美术作品比赛，小鸥很高兴，他想裁出一块面积为 25 dm^2 的正方形画布，画上自己的得意之作参加比赛，这块正方形画布的边长应取多少？

很容易，你一定会算出边长应取 5 dm 。说一说，你是怎样算出来的？

因为 $5^2 = 25$ ，
所以这个正方形画框的边长应取 5 dm 。

填表：

正方形的面积	1	9	16	36	$\frac{4}{25}$
边长					

上面的问题，实际上是已知一个正数的平方，求这个正数的问题。

一般地，如果一个正数 x 的平方等于 a ，即 $x^2 = a$ ，那么这个正数 x 叫做 a 的**算术平方根**（arithmetic square root）， a 的算术平方根记为 \sqrt{a} ，读作“根号 a ”， a 叫做**被开方数**（radicand）。

规定： 0 的算术平方根是 0 。

3.基本要求:

- (1) 试讲约 10 分钟;
- (2) 需有师生互动环节;
- (3) 配合教学内容适当板书。

【试题解析】

一、情境导入

1. 我们知道, 要求正方形的面积, 只要知道边长, 利用面积公式即可求出; 知道面积, 怎样求边长呢? 如: “学校要举行美术作品比赛, 小欧想裁出一块面积为 25 平方分米的正方形画布, 画上自己的得意之作参加比赛, 这块正方形画布的边长应取多少分米?”

(1) 谁来说这块正方形画布的边长应取多少分米? 你是怎么算出来的?

(2) 大家说了很多方法, 我们知道 $5^2=25$, 所以这个正方形画布的边长应取 5 分米; 现在请同学们根据这一方法填写下表:

正方形面积 (dm ²)	1	9	16	36	$\frac{4}{25}$
正方形边长 (dm)					

2、想一想: 如果正方形的面积是 10 dm², 它的边长是多少? 表中的数, 我们很容易知道是什么数的平方, 但 10 是什么数的平方呢? 这就是我们今天要学习的“算术平方根”, 学习后大家说知道了。

二、感知新知

1、算术平方根的概念

(1) 从填表知道正数 3 的平方等于 9, 我们把正数 3 叫做 9 的算术平方根; 正数 4 的平方等于 16, 我们把正数 4 叫做 16 的算术平方根。

(2) 归纳概念: 一般地, 如果一个正数 x 的平方等于 a , 即 $x^2=a$, 那么这个正数 x 叫做 a 的算术平方根。 a 的算术平方根记为 \sqrt{a} , 读作“根号 a ”, a 叫做被开方数, 规定: 0 的算术平方根是 0。

(3) 上述概念可归纳为: 在等式 $x^2=a$ ($x \geq 0$) 中, 规定 $x = \sqrt{a}$

三、巩固练习

1、我们再回到“正方形的面积是 10 dm², 它的边长是多少?” 现在学习了算术平方根, 你能说出 10 的算术平方根吗?

- (1) 同桌交流讨论；
(2) 根据讨论结果，说出下列各数的算术平方根：

2 5 15

2、思考：负数有算术平方根吗？为什么？

(学生思考后，抽几名学生回答，再根据回答的情况进行讲解。)

四、课堂小结

这节课我们学习了“算术平方根”，你有哪些收获，能总结一下吗？ 学生自由发表对本节课的理解，教师归纳如下：

- (1) 算术平方根是非负数；
- (2) 被开方数是非负数；
- (3) 规定：零的算术平方根是零；

五、布置作业

课后练习第 1 题

六、板书设计

算术平方根

$$x^2=a \quad (x \geq 0), \text{ 规定 } x = \sqrt{a}$$

第九篇 《一元二次方程的应用》

1. 题目：九年级《一元二次方程的应用》片段教学

2. 内容：



如图 22.3-1，要设计一本书的封面，封面长 27 cm，宽 21 cm，正中央是一个与整个封面长宽比例相同的矩形。如果要使四周的彩色边衬所占面积是封面面积的四分之一，上、下边衬等宽，左、右边衬等宽，应如何设计四周边衬的宽度（精确到 0.1 cm）？



22.3-1

分析：封面的长宽之比为 $27 : 21 = 9 : 7$ ，中央矩形的长宽之比也应是 $9 : 7$ ，由此判断上下边衬与左右边衬的宽度之比也是 $9 : 7$ 。

设上、下边衬的宽均为 $9x$ cm，左、右边衬的宽均为 $7x$ cm，则中央矩形的长为 $(27 - 18x)$ cm，宽为 _____ cm。

要使四周的彩色边衬所占面积是封面面积的四分之一，则中央矩形的面积是封面面积的四分之三，于是可列出方程

$$(27 - 18x)(21 - 14x) = \frac{3}{4} \times 27 \times 21.$$

SINCE 2006

整理，得

$$16x^2 - 48x + 9 = 0.$$

解方程，得

$$x = \frac{6 \pm 3\sqrt{3}}{4},$$

方程的哪个根合乎实际意义？为什么？

上、下边衬的宽均为_____ cm，左、右边衬的宽均为_____ cm.



思考

如果换一种设未知数的方法，是否可以更简单地解决上面的问题？请你试试。

3.基本要求：

- (1) 试讲时间约 10 分钟；
- (2) 条理清晰，重点突出；
- (3) 结合教学内容适当板书；
- (4) 教学过程中要有互动。

【试题解析】

一、复习导入

通过上节课的学习，大家学到了哪些知识？

教师提出问题，学生回忆，选一位同学作答，其他同学补充。

二、自主探究

教师展示课件（或展示图片，如教科书图 22.3-1），

请一位同学朗读题目。

要设计一本书的封面，封面长 27cm，宽 21cm，正中央是一个与整个封面长宽比例相同的矩形，如果要使四周的彩色边衬所占面积是封面面积的四分之一，上下边衬等宽，左右边衬等宽，应如何设计四周边衬的宽度（精确到 0.1cm）。

问题（1）本题中有哪些数量关系？

学生分析，请一位同学回答，教师在题目中指出数量关系。

问题（2）正中央是一个与整个封面长宽比例相同的矩形如何理解？

学生思考，请一位同学回答，可举简单例子说明，最后引导学生得出正中央矩形的长宽比是 9 : 7。

问题（3）如何利用已知的数量关系选取未知数并列方程？

学生分组讨论，选代表上台演示、回答，每位同学要着重分析对题目中的数量关系的处理方法。其中，设左右边衬和上下边衬为 $7x$ 和 $9x$ 的方法，教师要配合图形的平移加以电脑演示。

（4）解方程并得出结论，对比几种方法各有什么特点？

学生分组，分别按问题三中所列的方程来解答，选代表展示解答过程，并讲解解题过程和应注意问题。

三、反馈练习

教师在多媒体上呈现习题，师生一起探究，如何用一元二次方程的思想解题。

四、课堂小结

通过本课的学习，大家有什么新的收获和体会？学生小结，教师进行查漏补缺。

五、布置作业

寻找生活中还有哪些应用一元二次方程解题的例子，第二天与同学一起分享。

板书设计

实际问题与一元二次方程

设上、下边衬的宽均为 $9x$ cm，左、右边衬的宽度均为 $7x$ cm，则中央矩形的长为

$(27-18x)$ cm，宽为 $(21-14x)$ cm

根据题意，可列方程 $(27-18x)(21-14x) = \frac{3}{4} \times 27 \times 21$

整理得 $16x^2 - 48x + 9 = 0$

解方程得 $x = \frac{6 \pm 3\sqrt{3}}{4}$

因为中央矩形的长和宽均为正数，所以 $x = \frac{6-3\sqrt{3}}{4}$

第十篇 《直线和圆的位置关系》

1. 题目：九年级《直线和圆的位置关系》片段教学

2. 内容：

24.2.2 直线和圆的位置关系

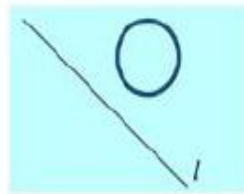


观察

(1) 如图 24.2-6 (1)，在太阳升起的过程中，太阳和地平线会有几种位置关系？如果我们把太阳看作一个圆，把地平线看作是一条直线，由此你能得出直线和圆的位置关系吗？



(1)



(2)

图 24.2-6

(2) 如图 24.2-6 (2)，在纸上画一条直线 l ，把钥匙环看作一个圆，在纸上移动钥匙环，你能发现在钥匙环移动的过程中，它与直线 l 的公共点个数的变化情况吗？

可以发现，直线和圆有三种位置关系（图 24.2-7）：

利用信息技术工具，可以画出动态的图形，便于研究直线和圆的位置关系，有条件的同学可以试一试。

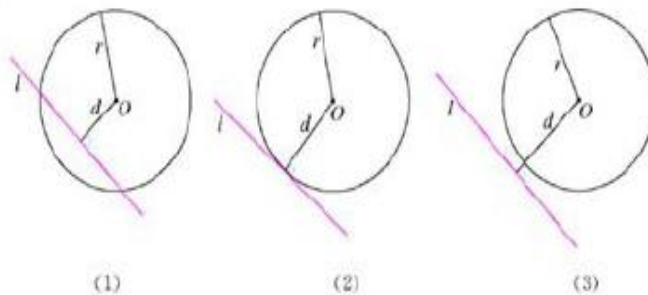


图 24.2-7

如图 24.2-7(1), 直线和圆有两个公共点, 这时我们说这条直线和圆**相交**, 这条直线叫做圆的**割线**.

如图 24.2-7(2), 直线和圆有一个公共点, 这时我们说这条直线和圆**相切**, 这条直线叫做圆的**切线** (tangent line), 这个点叫做**切点**.

如图 24.2-7(3), 直线和圆没有公共点, 这时我们说这条直线和圆**相离**.



图 24.2-7 中, 设 $\odot O$ 的半径为 r , 直线 l 到圆心 O 的距离为 d , 在直线和圆的不同位置关系中, d 与 r 具有怎样的大小关系? 反过来, 你能根据 d 与 r 的大小关系来确定直线和圆的位置关系吗?

根据直线和圆相交、相切、相离的定义, 容易得到:

直线 l 和 $\odot O$ 相交 $\Leftrightarrow d < r$;

直线 l 和 $\odot O$ 相切 $\Leftrightarrow d = r$;

直线 l 和 $\odot O$ 相离 $\Leftrightarrow d > r$.

3. 基本要求:

- (1) 试讲约 10 分钟;
- (2) 需要师生互动环节;
- (3) 要有适当板书。

【试题解析】

一、情境导入



先复习点和圆的三种位置关系及圆心到点的距离 d 与半径 r 的关系由此引出本节课直线与圆的位置关系。

观察一轮红日从海平面升起的三幅照片，提出问题：

师：请仔细观察“日出”的运动过程，描绘出其运动轨迹是怎样的几何图形？

请同学们猜想并动手画一画。能不能结合我们学过的知识，把它们抽象出几何图形，总结出直线和圆有几种位置关系？

二、探究新知

师：下面老师先画一个圆。

师：我们把直尺的边缘看作一条直线，任意移动直尺。同学们想一想，这一过程中直线和圆的公共点可能有多少个？

生：直线和圆公共点可能有 0 个，1 个，2 个。

师：根据公共点的个数，我们把直线和圆位置关系分成三种，即没有公共点叫相离，唯一公共点叫相切，两个公共点叫相交。

师：我们知道要判断点和圆的位置关系可以根据点到圆心的距离与半径的大小来判断，那么要判断直线和圆的位置关系可不可以用类似的方法呢？下面请一位同学画出圆心到直线的距离 d ？

师：看图形你发现了什么？

生：我发现了直线与圆相离时， $d > r$ ；相切时， $d = r$ ；相交时， $d < r$ 。

师：这是已知了直线与圆的位置关系，得出对应的数量关系，反过来，如果已知数量关系，可不可以得出对应的位置关系呢？用这种数量关系来判断直线与圆的位置关系，关键是

要知道 d 和 r ，然后比较 d 与 r 大小，从而确定位置关系。

三、巩固练习

在码头 A 的北偏东 60° 方向有一个海岛，离该岛中心 P 的 15 海里范围内是一个暗礁区。货船从码头 A 由西向东方向航行，行驶了 18 海里到达 B，这时岛中心 P 在北偏东 30° 方向。若货船不改变航向，问货船会不会进入暗礁区？

让学生完整解答。

四、归纳小结

今天你有哪些收获？师生共同总结。

五、布置作业

寻找身边有哪些设计体现了直线与圆的位置关系。

板书设计：

直线与圆的位置关系

相离： $d > r$;

相切： $d = r$;

相交： $d < r$

