版权所有
复制必究

国家教师资格证考试
中学数学学科专业知识
科目（三）

准考证号 _____

姓名 _____

重要提示

为维护您的个人权益，确保教师资格证考试的公平公正，请您协助我们监督考试实施工作。

本场考试规定：监考老师要向本考场全体考生展示题本密封情况，并邀请 2 名考生代表验封签字后，方能开启试卷袋。

条形码粘贴处

请将此条形码揭下，贴在答题卡指定位置

注意事项

一、 本试卷分满分 150 分，总时限 120 分钟，各部分不单独计时，答题时请注意合理分配时间。

二、 请按照要求在答题卡上填写好自己的姓名，涂写好准考证号，严禁折叠答题卡。

三、 必须在答题卡上答题：在题本上答题，一律无效。

四、 监考人员宣布考试开始时，方可答题；宣布考试结束时，应立即停止答题。题本、答题卡、草稿纸一律留在桌上，待监考人员确认数量无误，允许离开后，方可离开考场。如果违反了以上任何一项要求，都将影响你的成绩。

五、 在本套试卷中，可能有些试题较难，因此你不要在一道题上思考时间太久，遇到不会答的题目可先逃过去，如果有时间再去思考，否则，你可能没有时间完成后面的题目。

六、 试题答错不倒扣分。

停！请不要往下翻！听候监考老师的指示。否则，会影响你的成绩。

机密★启用前

2019 年上半年中小学教师资格考试

数学学科知识与教学能力试题（高级中学）

（科目代码：404）

注意事项：

1. 考试时间为 120 分钟，满分为 150 分。

2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效，不予评分。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案字母按要求涂黑。错选、多选和未选均无分。

1. 设两平面方程分别为 $x-2y+2z+1=0$ 和 $-x+y+5=0$，则两平面的夹角为（　　）。

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\left(x\sin\frac{1}{x}-\frac{1}{x}\sin x\right)=$（　　）。

A. -1　　B. 1

C. 0　　D. ∞

3. 设 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的向量积为（　　）。

A. $\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+2\boldsymbol{k}$　　B. $8\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+2\boldsymbol{k}$

C. $8\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}+2\boldsymbol{k}$　　D. $8\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$

4. 若 $f(x)$ 的一个原函数为 e^{-x^2}，则 $\int xf'(x)\mathrm{d}x$ 等于（　　）

A. $-2x^2\mathrm{e}^{-x^2}+C$　　B. $-2x^2\mathrm{e}^{-x^2}$

C. $\mathrm{e}^{-x^2}(-2x^2-1)+C$　　D. $xf(x)-\int f'(x)\mathrm{d}x$

5. 已知 3×4 矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行向量组线性无关，则秩（$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$）等于（　　）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

6. λ_1，λ_2 都是 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值，$\lambda_1\neq\lambda_2$，且 $\boldsymbol{X}_1$ 和 $\boldsymbol{X}_2$ 分别是对应于 λ_1 和 λ_2 的特征向量，当 k_1，k_2 满足（　　）时，$\boldsymbol{X}=k_1\boldsymbol{X}_1+k_2\boldsymbol{X}_2$ 必是矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征向量。

A. $k_1=0$ 且 $k_2=0$　　B. $k_1\neq 0$ 且 $k_2\neq 0$

C. $k_1k_2=0$　　D. $k_1\neq 0$ 且 $k_2=0$

7. 在学习数学和应用数学的过程中，学生能发展数学抽象、（　　）、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析等数学学科核心素养。

A. 数学思想　　B. 逻辑推理

C. 数学观念　　D. 数学文化

8. 预备知识是高中必修课程的五个主题之一，下面不属于预备知识的单元是（　　）

A. 集合　　B. 常用逻辑用语

C. 函数　　D. 相等关系与不等关系

二、简答题（本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分）

9. 若球的半径以 5 cm / s 的速率增加，当半径为 60 cm 时，球的表面积和体积的增加

率各是多少？

10. 试求曲面 $z=x^2+y^2$ 与平面 $2x+4y-z=0$ 平行的切平面方程。

11. 设 $y=f(x)$ 是在 $[0,1]$ 上的任一非负连续函数，试证明存在 $x_0\in(0,1)$，使得 $[0,x_0]$ 上以 $f(x_0)$ 为高的矩形面积等于 $[x_0,1]$ 上以 $y=f(x)$ 为曲边的梯形的面积；又 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 可导，$f'(x)>-\dfrac{2f(x)}{x}$，证明 x_0 唯一。

12. 教师应坚持以学生发展为本，以积极的态度促进学生不断发展，请你简述日常数学教学中对学生进行学习评价应遵循的原则。

13. 简述平面解析几何教学的主要环节。

三、解答题（本大题 1 小题，10 分）

14. 设 $X\sim U[-1,2]$，求 $Y=|X|$ 的概率密度函数。

四、论述题（本大题 1 小题，15 分）

15. 在数学教学实践中，要将数学学科核心素养的培养贯穿于教学活动的全过程。请结合新课程基本理念，谈谈情境创设和问题设计对发展数学学科核心素养的必要性。

五、案例分析题（本大题 1 小题，20 分）阅读案例，并回答问题。

16. 案例：

下面是高中“等比数列”知识复习课上的部分教学片段：

学生做如下练习题： 已知各项为正数的等比数列 $\{a_n\}$，$a_1+a_4=27$，$S_6=189$，求公比 q。 师：可以对公比 q 作分类讨论，根据条件列出关于首项 a_1 和公比 q 的方程组，解出 a_1 和 q。

没有几个学生会解方程组。其实当 $q\neq 1$ 时，$\begin{cases} a_1(1+q^3)=27 & ① \\ \dfrac{a_1(1-q^6)}{1-q}=189 & ② \end{cases}$

由 $\dfrac{②}{①}$ 式得：$\dfrac{1-q^3}{1-q}=7$，由于初中阶段去掉了立方差公式，所以只能通过两边同乘以 $1-q$，移项得到 $q^3-7q+6=0$，通过分解并提取公因式得

$(q-1)(q^2+q-6)=0$，因前提 $q\neq 1$，故得到 $q^2+q-6=0$，解得 $q=2$ 或者 $q=-3$（舍）。

师：同学们，谁还有其他解法？

生甲:老师，我有其他解法，上黑板写：

$$\begin{aligned} S_6 &= a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6 \\ &= a_1(1+q+q^2)+a_3(1+q+q^2) \\ &= (a_1+a_3)(1+q+q^2) \\ &= 27(1+q+q^2)=189 \end{aligned}$$

所以 $q^2+q-6=0$，解得 $q=2$ 或 $q=-3$（舍）。

这时全班学生的掌声自动响起来。

师：这位同学的想法很巧妙，通过构造和提取公因式 $(1+q+q^2)$，充分利用已知条件，$a_1+a_4=27$，而且避免了对公比 q 的分类讨论。其他同学还有另外的解法吗？

生乙：老师，我有，上黑板写：

$$S_6 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$$
$$= (a_1 + a_4) + (a_2 + a_5) + (a_3 + a_6)$$
$$= (a_1 + a_4) + (a_1 + a_4)q + (a_1 + a_4)q^2$$
$$= 27 + 27q + 27q^2 = 189$$

这时全班更热烈的掌声响起来了。

师：这位同学通过重新组合，充分利用等比数列的通项特征，构造公因式 $a_1 + a_4 = 27$，抓住整体代换思想，有化腐朽为神奇的力量。

问题：

（1）分析案例中的教学过程，你有什么启发？(8 分)

（2）根据此案例说明数学课堂教学中解决问题策略多样化的原则。(12 分)

三、教学设计题（本大题共 1 小题，共 30 分）

17. 通过模拟实验、观察类比，总结归纳出古典概型的概念及其计算公式，并能解决概率的计算问题。

请你完成以下任务：

（1）请你设计一个问题情境引入此概念，并说明设计意图；（10 分）

（2）请你设计概念形成的教学片段，并说明设计意图；（10 分）

（3）请你设计一个习题（不必解答），进一步巩固和理解古典概型的计算公式，并说明设计意图。（10 分）