



2020 年吉林省事业单位教师招聘

数学考前三十分

关注吉林华图**微博**&**微信**



科目：数学

目 录

第一章 函数.....	1
第二章 数列.....	5
第三章 平面几何.....	7
第四章 解析几何.....	12

第一章 函数

考点 1：单调性

1. 对于复合函数 $y = f[g(x)]$ ，令 $u = g(x)$ ， $f(x)$ 与 $g(x)$ 同增函数或减函数时复合函数为增函数，若一个为增函数，一个减函数时，复合函数为减函数，即“同增异减”

考点 2：奇偶性

1. 一般地，对于函数 $f(x)$ 的定义域内的任意一个 x ，若：有 $f(-x) = f(x)$ ，那么 $f(x)$ 就叫做偶函数；有 $f(-x) = -f(x)$ ，那么 $f(x)$ 就叫做奇函数。

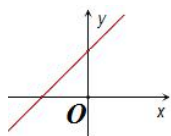
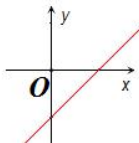
2. 偶函数的图象关于 y 轴对称；奇函数的图象关于原点对称。

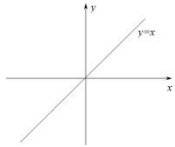
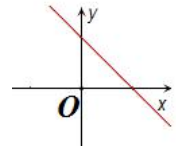
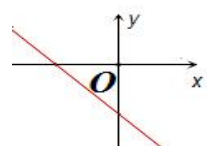
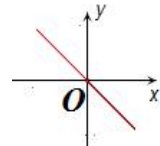
考点 3：周期性

若 T 为非零常数，对于定义域内的任意 x ，使 $f(x+T) = f(x)$ 恒成立，则 $f(x)$ 叫做周期函数， T 叫做这个函数的一个周期。

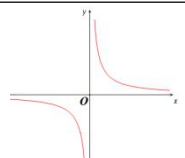
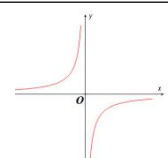
由此可见，周期函数有无穷多个周期，如果在所有正周期中有一个最小的，则称它是函数 $f(x)$ 的最小正周期。

考点 4：一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$

k 的符号	b 的符号	函数图象	函数性质
$k > 0$	$b > 0$		定义域 R ； 值域 R ； 单调递增； 图象过第一、二、三象限
	$b < 0$		定义域 R ； 值域 R ； 单调递增； 图象过第一、三、四象限

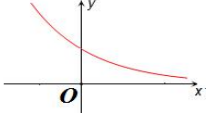
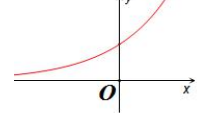
	$b = 0$		定义域 R ; 值域 R ; 单调递增; 奇函数; 图象过第一、三象限
$k < 0$	$b > 0$		定义域 R ; 值域 R ; 单调递减; 图象过第一、二、四象限
	$b < 0$		定义域 R ; 值域 R ; 单调递减; 图象过第二、三、四象限
	$b = 0$		定义域 R ; 值域 R ; 单调递减; 奇函数; 图象过第二、四象限
$b = 0$ 为正比例函数 (一次函数的特例), 斜率不存在不是一次函数, 但是图象也为直线			

考点 5: 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$

k 的符号	$k > 0$	$k < 0$
函数图象		
图象特点	经过第一、三象限	经过第二、四象限
定义域	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
值域	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
单调性	$(-\infty, 0) \downarrow, (0, +\infty) \downarrow$	$(-\infty, 0) \uparrow, (0, +\infty) \uparrow$
奇偶性	奇函数	奇函数
对称中心	$(0, 0)$	$(0, 0)$

考点 6: 指数函数

1. 指数函数: $y = a^x (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$

a 的范围	$0 < a < 1$	$a > 1$
图象		
恒过点	(0,1)	(0,1)
定义域	R	R
值域	$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$
单调性	↓	↑
奇偶性	非奇非偶	非奇非偶

2. 运算性质:

$$(1) a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a > 0, m, n \in N^+, n > 1)$$

$$(2) a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} \quad (a > 0, m, n \in N^+, n > 1)$$

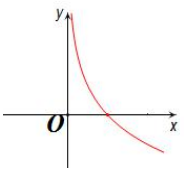
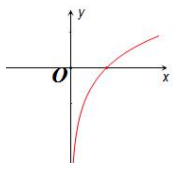
口诀：底数取倒数，指数取相反数。

$$(3) a^r a^s = a^{r+s} \quad (a > 0, r, s \in R)$$

$$(4) (a^r)^s = a^{rs} \quad (a > 0, r, s \in R)$$

$$(5) (ab)^r = a^r b^r \quad (a, b > 0, r \in R)$$

考点 7: 对数函数
1. 对数函数: $y = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1, x > 0)$

a 的范围	$0 < a < 1$	$a > 1$
图象		
恒过点	(1,0)	(1,0)
定义域	$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$

值域	R	R
单调性	↓	↑
奇偶性	非奇非偶	非奇非偶

2. 运算性质：设 $a > 0$ ，且 $a \neq 1$ ， $M、N > 0$ ，

乘法： $\log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$

除法： $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

数乘： $\log_{a^n} M^m = \frac{m}{n} \log_a M$ ($m \in R, n \neq 0$)

换底公式： $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ($c > 0$ ，且 $c \neq 1, b > 0$)

$$a^{\log_a M} = M$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad (b > 0)$$

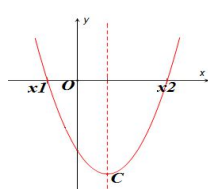
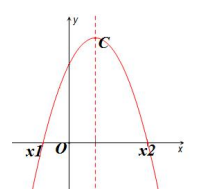
注意特殊值：① $\log_a 1 = 0$ ，② $\log_a a = 1$ 。

考点 8：二次函数

1. 一般地，如果 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数， $a \neq 0$)，那么 y 叫做 x 的二次函数。

$y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数， $a \neq 0$) 叫做二次函数的一般式。

2. 二次函数的性质

函数解析式	$y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$	
a 的符号	$a > 0$	$a < 0$
图象		
开口方向	开口向上	开口向下
顶点坐标	$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ (最低点)	$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ (最高点)

定义域	R	R
值域	$\left[\frac{4ac-b^2}{4a}, +\infty \right)$	$\left(-\infty, \frac{4ac-b^2}{4a} \right]$
单调性	$\left(-\infty, -\frac{b}{2a} \right) \downarrow, \left(-\frac{b}{2a}, +\infty \right) \uparrow$	$\left(-\infty, -\frac{b}{2a} \right) \uparrow, \left(-\frac{b}{2a}, +\infty \right) \downarrow$
奇偶性	当 $b=0$ 时, 偶函数	当 $b=0$ 时, 偶函数
对称轴	$x = -\frac{b}{2a}$	$x = -\frac{b}{2a}$
对称中心	无	无

3. 二次函数与一元二次方程的关系

一元二次方程的解是其对应的二次函数的图象与 x 轴的交点坐标。

一元二次方程中的 $\Delta = b^2 - 4ac$, 可以判断二次函数图象与 x 轴是否有交点, 当 $\Delta > 0$ 时, 图象与 x 轴有两个交点; 当 $\Delta = 0$ 时, 图象与 x 轴有唯一一个交点; 当 $\Delta < 0$ 时, 图象与 x 轴没有交点。

第二章 数列

考点 9: 等差数列的概念及通项公式

1. 一般地, 如果一个数列从第 2 项起, 每一项与它的前一项的差等于同一个常数, 这个数列就叫做等差数列。这个常数叫做等差数列的公差, 公差通常用字母 d 表示。

2. 等差数列通项公式: $a_n = a_1 + (n-1)d (n \in N^*)$

考点 10: 等差数列求和

1. 等差数列前 n 项和公式: $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{1}{2}n(n-1)d$

2. 等差数列的性质

① $a_m - a_n = (m-n)d$, a_m, a_n 为第 m, n 项;

② 等差中项: a, b, c 成等差数列, b 叫做 a 与 c 的等差中项, 则 $2b = a + c$;

③若 $m+n=p+q$ ，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$ ；

④ $S_n, S_{2n}-S_n, S_{3n}-S_{2n}, \dots$ 成等差数列。

考点 11：等比数列的概念及通项公式

1. 一般地，如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前一项的比等于同一个常数，这个数列就叫做等比数列。这个常数叫做等比数列的公比，公比通常用字母 q 表示，且 $q \neq 0$ 。

2. 等比数列通项公式： $a_n = a_1 q^{n-1} (n \in N^*, a_1 \neq 0, q \neq 0)$

考点 12：等比数列求和

1. 等比数列前 n 项和：
$$S_n = \begin{cases} \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1 - qa_n}{1-q} (q \neq 1) \\ na_1 (q = 1) \end{cases}$$

2. 等比数列的性质

(1) $\frac{a_m}{a_n} = q^{m-n}$ ， a_m, a_n 为第 m, n 项；

(2) 下标成等差数列的项成等比数列；

(3) 若三个数等比，常设 $a_1/q, a_1, a_1q$ ；

(4) 等比中项： a, b, c 成等比数列， b 叫做 a 与 c 的等比中项，则 $b^2 = a \cdot c$ ；

(5) $m+n=p+q$ ，则 $a_m \cdot a_n = a_p \cdot a_q$ ，两个下标和相等；

(6) $S_n, S_{2n}-S_n, S_{3n}-S_{2n}, \dots$ 成等比数列。

考点 13：特殊数列求通项

1. 数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和 S_n 与通项 a_n 的关系式：
$$a_n = \begin{cases} S_1, n = 1 \\ S_n - S_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$$

2. 求通项常用方法

①
$$a_n = \begin{cases} S_1, n = 1 \\ S_n - S_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$$

②累加法；③累积法；④构造新数列法：作等差数列与等比数列；⑤倒数变换法

考点 14：特殊数列求和

1. 公式法

2. 裂项相消法：将数列的通项分成两个式子的代数和，即 $a_n = f(n+1) - f(n)$ ，然后累加时抵消中间的许多项。

3. 错项相减法： $c_n = a_n \cdot b_n$ ， $\{a_n\}$ 是等差数列， $\{b_n\}$ 是等比数列。 S_n 乘等比数列的公比后与原来的前 n 项和相减，求 S_n 。

4. 分组求和法：将数列求和公式中的各项进行分类，合并“同类项”，构造为多个等差数列或等比数列求和。

5. 倒序相加法：适用于求和公式中到首尾距离相等的两项和具有典型的规律的数列，采取把正着写与倒着写的两个和式相加，然后求和。

第三章 平面几何

考点 15：三角形

1. 三角形的分类

(1) 按边的关系分类：三角形 $\left\{ \begin{array}{l} \text{不等边三角形} \\ \text{等腰三角形} \left\{ \begin{array}{l} \text{底和腰不相等的等腰三角形} \\ \text{等边三角形} \end{array} \right. \end{array} \right.$

(2) 按角的关系分类：三角形 $\left\{ \begin{array}{l} \text{直角三角形(有一个角是直角)} \\ \text{斜三角形} \left\{ \begin{array}{l} \text{锐角三角形(三个角都是锐角)} \\ \text{钝角三角形(有一个角是钝角)} \end{array} \right. \end{array} \right.$

把边和角联系在一起，我们又有一种特殊的三角形：等腰直角三角形，它是两条直角边相等的直角三角形。

2. 三角形中的主要线段

①三角形的一个角的平分线与这个角的对边相交，这个角的顶点和交点间的线段叫做三角形的角平分线。（三角形的三条角平分线的交点称为三角形的内心）

②在三角形中，连接一个顶点和它对边的中点的线段叫做三角形的中线。（三角形的三

条中线的交点称为三角形的重心)

③从三角形一个顶点向它的对边做垂线，顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高线（简称三角形的高）。（三角形的三条高的交点称为三角形的垂心）

注：三角形三条边上的垂直平分线上的交点称为三角形的外心。

3. 三角形的中位线

①连接三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线。

②三角形中位线定理：三角形的中位线平行于第三边，并且等于它的一半。

③三角形中位线定理的作用：

位置关系：可以证明两条直线平行。

数量关系：可以证明线段的倍分关系。

4. 等腰三角形

①性质

定理：等腰三角形的两个底角相等（简称：等边对等角）。

②判定

定理：如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等（简称：等角对等边）。这个判定定理常用于证明同一个三角形中的边相等。

5. 直角三角形

①性质

两个锐角互余： $\angle C=90^\circ \Rightarrow \angle A + \angle B=90^\circ$ 。

在直角三角形中， 30° 角所对的直角边等于斜边的一半。

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。

勾股定理：直角三角形两直角边 a ， b 的平方和等于斜边 c 的平方，即 $a^2 + b^2 = c^2$ 。

②判定

有一个角是直角的三角形是直角三角形。

如果三角形一边上的中线等于这边的一半，那么这个三角形是直角三角形。

勾股定理的逆定理：如果三角形的三边长 a ， b ， c 有关系 $a^2 + b^2 = c^2$ ，那么这个三角形是以 $\angle C$ 为直角的直角三角形。

考点 16：平行四边形

②性质

性质 1: 平行四边形的邻角互补, 对角相等。

性质 2: 平行四边形的对边平行且相等。

推论: 夹在两条平行线间的平行线段相等。

性质 3: 平行四边形的对角线互相平分。

性质 4: 若一直线过平行四边形两对角线的交点, 则这条直线被一组对边截下的线段以对角线的交点为中点, 并且这两条直线二等分此平行四边形的面积。

③平行四边形的判定

定义: 两组对边分别平行的四边形是平行四边形。

判定定理 1: 两组对角分别相等的四边形是平行四边形。

判定定理 2: 两组对边分别相等的四边形是平行四边形。

判定定理 3: 对角线互相平分的四边形是平行四边形。

判定定理 4: 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形。

考点 17: 矩形

②矩形的性质

性质 1: 具有平行四边形的一切性质。

性质 2: 矩形的四个角都是直角。

性质 3: 矩形的对角线相等。

性质 4: 矩形是轴对称图形。

③矩形的判定

判定定理 1: 有三个角是直角的四边形是矩形。

判定定理 2: 对角线相等的平行四边形是矩形。

考点 18: 菱形

1. 菱形的性质

性质 1: 具有平行四边形的一切性质。

性质 2: 菱形的四条边相等。

性质 3: 菱形的对角线互相垂直, 并且每一条对角线平分一组对角。

性质 4：菱形是轴对称图形。

2. 菱形的判定

判定定理 1：四边都相等的四边形是菱形。

判定定理 2：对角线互相垂直的平行四边形是菱形。

考点 19：正方形

1. 正方形的判定

判定一个四边形是正方形的主要依据是定义，途径有两种：

方法一：先证它是矩形，再证有一组邻边相等。

方法二：先证它是菱形，再证有一个角是直角。

判定一个四边形为正方形的一般顺序如下：

先证明它是平行四边形；再证明它是菱形（或矩形）；最后证明它是矩形（或菱形）。

考点 20：垂径定理及其推论

垂径定理：垂直于弦的直径平分这条弦并且平分弦所对的弧。

垂径定理及其推论可概括为：

直径 $\left\{ \begin{array}{l} \text{过圆心} \\ \text{垂直于弦} \\ \text{平分弦} \end{array} \right\}$ 知二推三

考点 21：弧、弦、弦心距、圆心角之间的关系定理及其推论

1. 圆心角：顶点在圆心的角。

2. 弦心距：从圆心到弦的距离。

3. 在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦的弦心距相等。

考点 22：圆周角定理

1. 圆周角：顶点在圆上，并且两边都和圆相交的角。

2. 圆周角定理：一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半。

考点 23: 点和圆的位置关系

设 $\odot O$ 的半径是 r , 点 P 到圆心 O 的距离为 d , 则有:

①点 P 在 $\odot O$ 内 $\Leftrightarrow d < r$;

②点 P 在 $\odot O$ 上 $\Leftrightarrow d = r$;

③点 P 在 $\odot O$ 外 $\Leftrightarrow d > r$ 。

考点 24: 三角形与圆

①过三点的圆: 不在同一直线上的三个点确定一个圆。

②三角形的外接圆: 经过三角形的三个顶点的圆叫做三角形的外接圆。

三角形的外接圆的圆心是三角形三条边的垂直平分线的交点, 它叫做这个三角形的外心。

③三角形的内切圆: 与三角形的各边都相切的圆叫做三角形的内切圆。

三角形的内切圆的圆心是三角形的三条内角平分线的交点, 它叫做三角形的内心。

考点 25: 直线与圆的位置关系

如果 $\odot O$ 的半径为 r , 圆心 O 到直线 l 的距离为 d , 那么:

直线 l 与 $\odot O$ 相交 $\Leftrightarrow d < r$;

直线 l 与 $\odot O$ 相切 $\Leftrightarrow d = r$;

直线 l 与 $\odot O$ 相离 $\Leftrightarrow d > r$ 。

考点 26: 切线的判定和性质

①切线的判定定理: 经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

②切线的性质定理: 圆的切线垂直于经过切点的半径。

考点 27: 圆和圆的位置关系**1. 圆和圆的位置关系**

设两圆的半径分别为 R 和 r , 圆心距为 d , 那么

两圆外离 $\Leftrightarrow d > R + r$;

两圆外切 $\Leftrightarrow d = R + r$;

两圆相交 $\Leftrightarrow |R - r| < d < R + r$;

两圆内切 $\Leftrightarrow d = |R - r|$;

两圆内含 $\Leftrightarrow 0 < d < |R - r|$ 。

2. 圆心距：两圆圆心的距离叫做两圆的圆心距。

第四章 解析几何

考点 28：直线方程

1. 直线方程的三种形式

名称	方程	常数的几何含义	适用范围
点斜式	$y - y_0 = k(x - x_0)$	(x_0, y_0) 是直线上一定点, k 为斜率	不能表示垂直于 X 轴的直线
斜截式	$y = kx + b$	k 表示斜率, b 表示在 y 轴的截距	不能表示垂直于 X 轴的直线
两点式	$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$	$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 是直线上两定点	不能表示垂直于坐标轴的直线
截距式	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	a 表示在 x 上的截距, b 表示在 y 轴上的截距	不能表示垂直于坐标轴和经过原点的直线
一般式	$Ax + By + C = 0$	当 $A \neq 0$ 且 $B \neq 0$ 时, 斜率为 $-\frac{A}{B}$; 在 x 轴上的截距为 $-\frac{C}{B}$ 在 y 轴上的截距为 $-\frac{C}{A}$	任意直线

2. 点到直线的距离

已知点 (x_0, y_0) 与直线 $Ax + By + C = 0$, 则点到直线的距离为 $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ 。

3. 平行线间距离: 若 $l_1: Ax + By + C_1 = 0$, $l_2: Ax + By + C_2 = 0$, 则 $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ 。

注意： x ， y 对应项系数应相等。

4. 两直线间位置关系

设直线 $l_1: y = k_1x + b_1$ 或 $A_1x + B_1y + C_1 = 0$,

直线 $l_2: y = k_2x + b_2$ 或 $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ 。

1. 平行： $k_1 = k_2$ 且 $b_1 \neq b_2$ ；或者 $A_1B_2 - A_2B_1 = 0$ 且 $A_1C_2 - A_2C_1 \neq 0$ 。

2. 重合： $k_1 = k_2$ 且 $b_1 = b_2$ ；或者 $A_1B_2 - A_2B_1 = 0$ 且 $A_1C_2 - A_2C_1 = 0$ 。

3. 相交： $k_1 \neq k_2$ ；或者 $A_1B_2 - A_2B_1 \neq 0$ 。

4. 垂直： $k_1 \cdot k_2 = -1$ ；或者 $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$ 。

考点 29: 圆的方程

1. 标准方程： $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$,

(a, b) ——圆心， r ——半径。

2. 一般方程： $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ ，($D^2 + E^2 - 4F > 0$)

$\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$ ——圆心， $r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$ ——半径。

3. 直线 $Ax + By + C = 0$ 与圆 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 的位置关系有三种：

若 $d = \frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$,

$d > r \Leftrightarrow$ 相离 $\Leftrightarrow \Delta < 0$;

$d = r \Leftrightarrow$ 相切 $\Leftrightarrow \Delta = 0$;

$d < r \Leftrightarrow$ 相交 $\Leftrightarrow \Delta > 0$;

考点 30: 椭圆

1. 定义：若 F_1 ， F_2 是两定点， P 为动点，且 $|PF_1| + |PF_2| = 2a > |F_1F_2|$ (a 为常数)，

则 P 点的轨迹是椭圆。

2. 椭圆上的点有时常用到三角换元（椭圆的参数方程）：
$$\begin{cases} x = a \cos \theta \\ y = b \sin \theta \end{cases};$$

考点 31：双曲线

1. 定义：若 F_1 、 F_2 是两定点， $\left| |PF_1| - |PF_2| \right| = 2a < |F_1F_2|$ （ a 为常数），则动点 P 的轨迹是双曲线。

2. 标准方程：
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > 0, b > 0)$$

3. 参数方程：
$$\begin{cases} x = a \sec \theta \\ y = b \tan \theta \end{cases}.$$

考点 32：抛物线

1. 定义：到定点 F 与定直线 l 的距离相等的点的轨迹是抛物线。即：到定点 F 的距离与到定直线 l 的距离之比是常数 e （ $e=1$ ）。

2. 标准方程： $y^2 = 2px$ （ $p > 0$ ）， p ——焦参数；

3. 参数方程：
$$\begin{cases} x = 2pt^2 \\ y = 2pt \end{cases}.$$