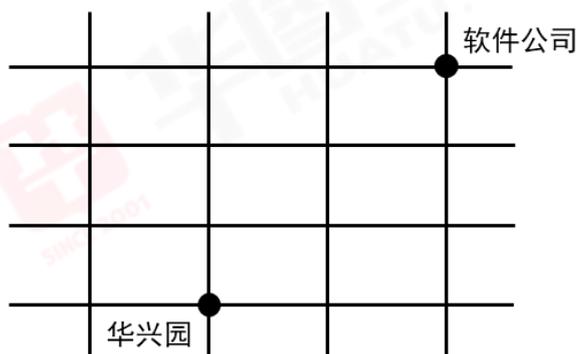


行测数量关系：平面路径问题

在平面几何中，我们常常会碰到与路径相关的问题，主要有三种表现形式：第一，对于给定的平面几何图形，如果已知起点和终点，按照指定的规则，求不同路径的数量；第二，对于给定的平面几何图形，要求走完每一段路，求最短路径；第三，计算平面图形中两点之间的最短距离。由于平面路径系列问题内容较多，计划分三次来给大家呈现，本次主要介绍第一类：

对于给定的平面几何图形，如果已知起点和终点，按照指定的规则，求不同路径的数量。一般通用的方式是逐点标数（本质为递推和数列）。具体方法：①确定起点和终点，在起点处标1；②确定运动方向（转化成上下左右）后转换角度，即每一点可能来的路径数；③由起点到终点（由近及远）逐级求和，每一个点的路径数等于可能到达它的点的路径数之和。理论比较抽象，我们通过几道例题一起来看一下：

【例1】小张从华兴园到软件公司上班要经过多条街道（软件公司在华兴园的东北方）。假如他只能向东或者向北行走，则他上班不同走法共有：



A.12 种

B.15 种

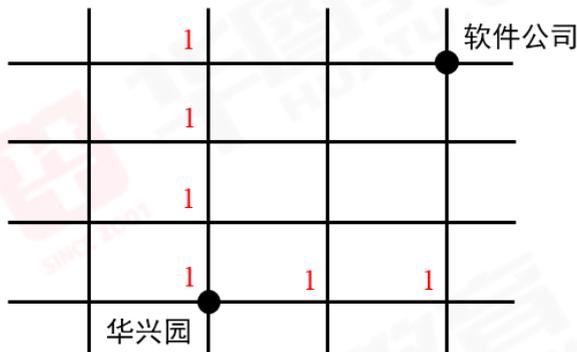
C.20 种

D.10 种

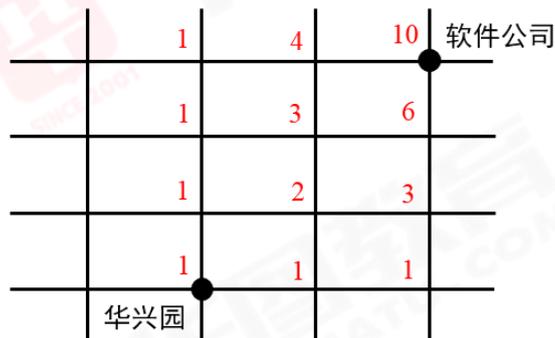
【答案】D

【解析】

第一步，已知了起点和终点，并确定了向东和向北的运动方向，求不同走法的总数，采用**逐点标数法**。先在起点处标 1，并在正东和正北方向标 1，如下图所示：

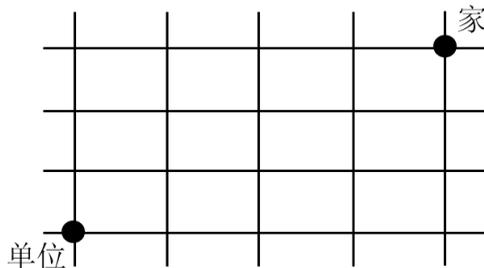


第二步，除起点外，任何一点只能从它的左边和下边过来（因为要求路程最短），分析之后，接着可以标记余下点的路径数。如下图：



因此，选择 D 选项。

【例 2】（2019 河北）小赵从家出发去单位上班要经过多条街道（如图），假如他只能向西或向南行走。则他上班有多少种不同的走法？



A.6

B.24

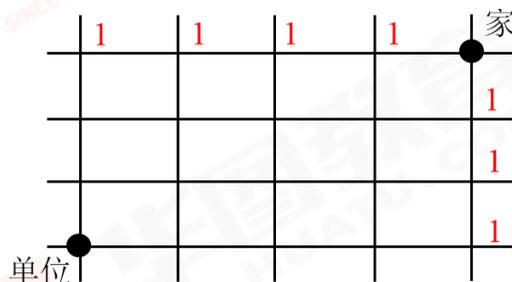
C.32

D.35

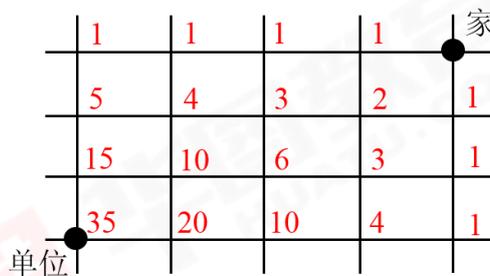
【答案】D

【解析】

第一步，已知了起点和终点，并确定了向西和向南的运动方向，求不同走法的总数，采用**逐点标数法**。先在起点处标1，并在正西和正南方向标1，如下图所示：



第二步，除起点外，任何一点只能从它的上边和右边过来（因为要求路程最短），分析之后，接着可以标记余下点的路径数。如下图：

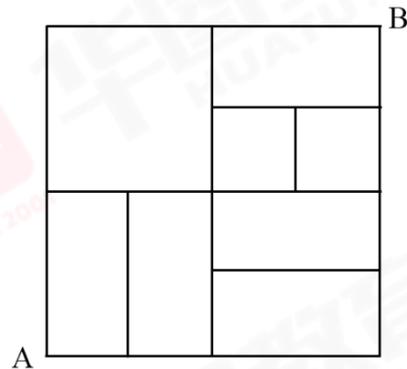


因此，选择 D 选项。

除了标数法之外，还有部分同学会想到用排列组合的方式来求解。如例 1 种根据“从华兴园到软件公司上班只能向东或者向北行走，至少要走过两条横向马路，三条纵向马路，共 5 段路”，只要从 5 段路中，选择 2 段路走横向即可，故共 $C_5^2 = 10$ 种。同理，例 2 也可以使用排列组合的方式，即四条横向道路，三条纵向道路，共 7 段路，只需要从 7 段路中，选择 3 段路走纵向即可，

共 $C_7^3 = 35$ 种。但此类方式有其局限性，并不是通用的解法，如下面的例题使用排列组合的方式会比较困难，而标数法却比较简单。

【例 3】（2015 黑龙江）从 A 地到 B 地的道路如图所示，所有转弯均为直角，问如果要以最短距离从 A 地到达 B 地，有多少种不同的走法可以选择？



A.14

B.15

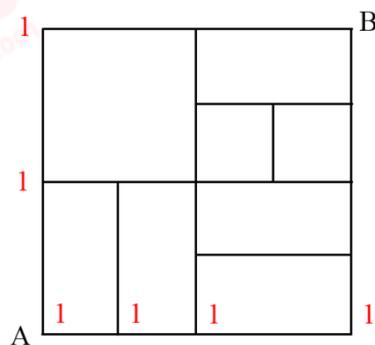
C.18

D.21

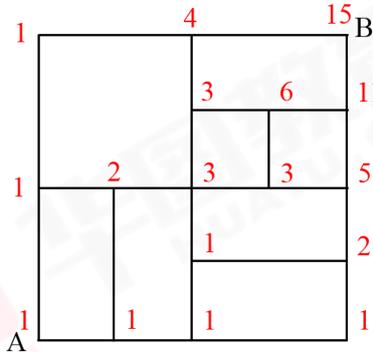
【答案】 B

【解析】

第一步，已知了起点和终点，题干要求最短距离只能向右或向上行进，求不同走法的总数，采用**逐点标数法**。先在起点 A 处标 1，并在正东和正北方向标 1，如下图：

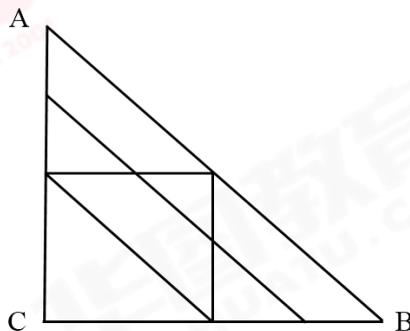


第二步，除起点外，任何一点只能从它的左边和下边过来（因为要求路程最短），分析之后，接着可以标记余下点的路径数。如下图：



因此，选择 B 选项。

【例 4】（2014 山东）A、B、C 三地的地图如下图所示，其中 A 在 C 正北，B 在 C 正东，连线处为道路。如要从 A 地到达 B 地，且途中只能向南、东和东南方向行进，有多少种不同的走法：



A.9

B.11

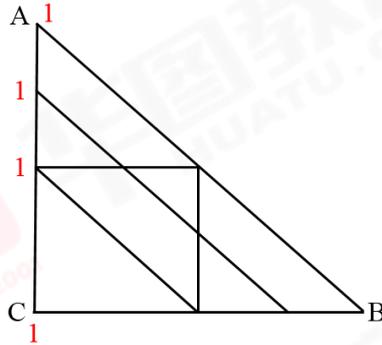
C.13

D.15

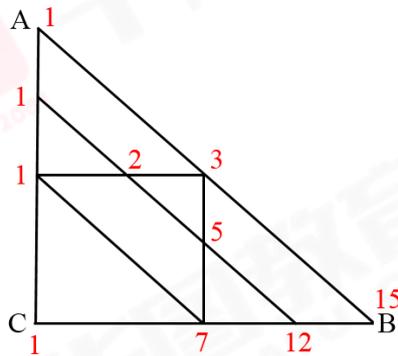
【答案】D

【解析】

第一步，已知了起点 A 和终点 B，题干要求最短距离只能向南、向东或东南行进，求不同走法的总数，采用**逐点标数法**。先在起点 A 处标 1，并在正南方向标 1，如下图：



第二步，任何一点只能从它的上边、左边和左上方向过来（因为要求路程最短），分析明白之后，接着可以标记余下点的路径数。如下图：



因此，选择 D 选项。

对于平面几何中的路径类问题，即给定一个平面几何图形，已知起点和终点，按照指定的规则，求不同路径的数量的题目，虽然针对部分简单图形，排列组合可以使用，但并不是最常用的解法，我们最常用的解法是标数法（本质为递推和数列）。当然，需要各位同学把握好题目特征以及具体方法的操作步骤，只有熟练掌握才能灵活自如地运用。