

4. 若将函数 $f(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$ 的图像上各点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变)

得到函数 $g(x)$ 的图像, 则下列说法不正确的是 ()。

A. 函数 $g(x)$ 的图像关于点 $\left(-\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 对称

B. 函数 $g(x)$ 的周期是 $\frac{\pi}{2}$

C. 函数 $g(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$ 上单调递增

D. 函数 $g(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$ 上的最大值是 1

5. 若 $a = \log_2 0.2, b = 2^{0.2}, c = \log_{0.2} 0.3$, 则 ()。

A. $c > b > a$

B. $b > a > c$

C. $a > b > c$

D. $b > c > a$

6. $\triangle OAB$ 中, C 为 AB 上任意一点, D 为 OC 上靠近 O 的一个三等分点, 若

$\vec{OD} = \lambda \vec{OA} + \mu \vec{OB}$, 则 $\lambda + \mu$ 的值为 ()。

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. 1

7. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 以原点为圆心, 双曲线的实轴长为半径的圆与双

曲线的两条渐近线交于 A、B、C、D 四点, 四边形 ABCD 的面积为 ab , 则双曲线离心率为

()。

15. 已知函数 $f(x) = \frac{2 - \cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}x) + \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}x)}{x^2 + 4x + 5}$, $(-4 \leq x \leq 0)$, 则 $f(x)$ 的最大值为_____。

16. 若 $a + b \neq 0$, 则 $a^2 + b^2 + \frac{1}{(a+b)^2}$ 的最小值为_____。

三、解答题 (共 5 题, 共 42 分)

17. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sqrt{3}a = 2c \sin A$

(1) 求角 C 的大小;

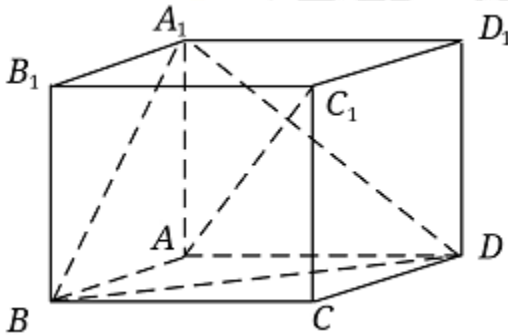
(2) 若 $c = \sqrt{7}$, 且 $S_{\triangle ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $a+b$ 的值。

18. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 \perp ABCD$, 且 $AB=AD=2$, $AA_1=3$,

$\angle BAD = 120^\circ$ 。

(1) 求异面直线 A_1B 与 AC_1 所成角的余弦值;

(2) 求二面角 $B-A_1D-A$ 的正弦值。



19. 已知椭圆 $W: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, 直线 l 过点 $(0, -2)$ 与椭圆 W 交于两点 A, B , O 为坐标原点。

(1) 设 C 为 AB 中点, 当直线 l 的斜率为 $\frac{3}{2}$ 时, 求线段 OC 的长;

(2) 当 $\triangle OAB$ 的面积等于 1 时, 求直线 l 的斜率。

20. 已知函数 $f(x) = x - \frac{1}{x} - a \ln x, a \in R$

(1) 当 $a > 0$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设, 当 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_1 \in (0, e]$ 时, 求 $g(x_1) - g(x_2)$ 的最小值。

21. 在无穷数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 对任意的 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $a_n \in \mathbb{N}^*$, $a_n < a_{n+1}$, 设 $m \in \mathbb{N}^*$,

记使得 $a_n \leq m$ 成立的 n 的最大值为 b_m 。

- (1) 设数列 $\{a_n\}$ 为 1, 3, 5, 7..., 写出 b_1 、 b_2 、 b_3 的值;
- (2) 若 $\{b_n\}$ 为等差数列, 求出所有可能的数列 $\{a_n\}$;
- (3) 设 $a_p = q$, $a_1 + a_2 + \dots + a_p = A$, 求 $b_1 + b_2 + \dots + b_q$ 的值, 用 p 、 q 、 A 表示。

