2020 年 6 月 27 日静海区教师招聘考试数学学科专业知识答案（部分）

一、单项选择题（共 8 题，每题 2 分，共 16 分）

1.集合 $M=\{x|y=\ln(x+1)\}, N=\{x||x|\le 2\}$, 则 $M\cap N=(\ )$。

A. $(-1,2]$　　B. $[-1,2]$　　C. $\{0,1\}$　　D. $\{-1,0,1\}$

【答案】A. $(-1,2]$

4.等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，公差 $d<0, S_7=7$, 且 $a_2\cdot a_6=-15$, 则 $a_{11}=(\ )$。

A.-13　　B.-14　　C.-15　　D.-16

【答案】A.-13

6.若 $a=2^{0.5}, b=\log_\pi 3$，$c=\log_2\sin\frac{2\pi}{5}$, 则（）。

$A.b>c>a$　　$B.b>a>c$　　$C.c>a>b$　　$D.a>b>c$

【答案】$D.a>b>c$

7.已知函数 $f\ (x)=2\cos\omega x(\omega>0)$ 图象的两相邻对称轴间的距离为 $\frac{\pi}{2}$，若将函数 $y=f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后，再将得到图象上各点的横坐标伸长到原来的 4 倍，纵坐标不变，得到 $y=f(x)$ 的图象，则 $y=f(x)$ 在下列区间上为减函数的是（）。

A. $\left[-\frac{2\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$　　B. $[0,\ \pi]$　　C. $[2\pi,3\pi]$　　D. $\left[\frac{2\pi}{3},\ \pi\right]$

【答案】D $\left[\frac{2\pi}{3},\ \pi\right]$

8.已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点 F_1，过点 F_1 做倾斜角为 30° 的直线与圆 $x^2+y^2=b^2$ 相交的弦长为 $\sqrt{3}a$，则双曲线的离心率为（）。

$A.\frac{\sqrt{21}}{3}$　　$B.\frac{7}{3}$　　$C.\sqrt{5}$　　$D.\frac{\sqrt{5}}{5}$

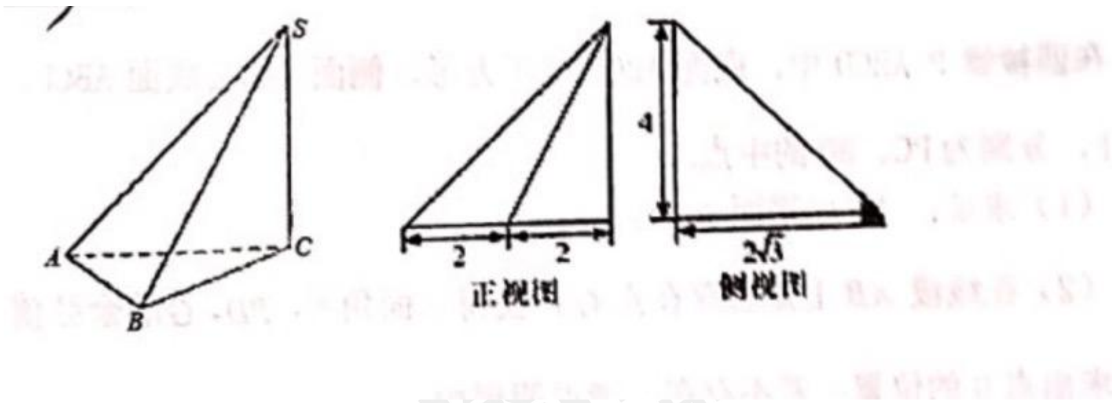
【答案】$A.\dfrac{\sqrt{21}}{3}$

二、填空题（共 6 题，每题 3 分，共 18 分）

9.若复数 z 满足 $zi=1+i$,则 z 的共轭复数是____。

【答案】$1+i$

10.三棱锥 S-ABC 及其三视图中的正视图和侧视图如下图所示，则该三棱锥 S-ABC 的外接球的表面积为______。



【答案】$\dfrac{112\pi}{3}$

11.$\left(\dfrac{1}{x}-x\right)^4$ 展开式中的常数项为____。

【答案】6

12.已知函数 f(x)=sinπx(0<x<1),若 a≠b,且 f(a)=f(b),则 $\dfrac{4}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的最小值为___.

【答案】9

13.在平行四边形 $ABCD$ 中，已知 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$,，已知 $\left|\overrightarrow{AB}\right|=8,\left|\overrightarrow{AD}\right|=5,$ $\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{DC}$ 夹角为 θ 且 $\cos\theta=\dfrac{11}{20}$，点 P 是 CD 上一点，$\overrightarrow{CP}=3\overrightarrow{PD}$, 则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=$______。

【答案】38

14. $f(x)$ 是 R 上的奇函数，$f(x+2)=-f(x)$，当 $x\in(0,1]$ 时，$f(x)=2^x-1$，则方程 $f(x)=\log_7|x-2|$ 解的个数是___

【答案】7 个

三、解答题（共 5 题，共 46 分）

1.（本小题满分 8 分）

在△ABC 中,角 A. B. C 的对边分别为 a、b、c,且$c=\sqrt{3}a\sin C-c\cos A$

（1）求角 A 的大小;

（2）若 a=2,△ABC 的面积为$\sqrt{3}$，求 b、c 的值。

【答案】（1）A=60°；（2）b=c=2.

2.（本小题满分 8 分）

已知等比数列$\{a_n\}$的公比$q\neq1$，前 n 项和为S_n，$a_1+a_3=\frac{S_4}{S_2},a_1-1,a_2-1,a_3-1$分别是一个 等差数列的第 1 项，第 2 项，第 5 项.

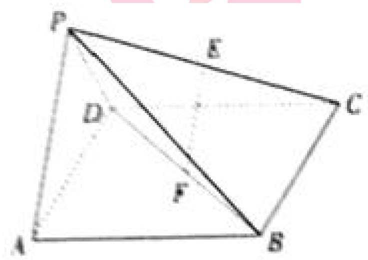
（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式;

（2）设$b_n=a_n\lg a_n$，求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n.

【答案】（1）$a_n=3^{n-1}$；（2）$T_n=\frac{(2n-3)3^n+3}{4}lg3$.

3.（本小题满分 10 分）

在四棱锥中 P−ABCD,底面 ABCD 是正方形,侧面 PAD⊥底面 ABCD,且 PA=PD=$\frac{\sqrt{2}}{2}$AD，E、F 分别为 PC、BD 的中点。



(1)求证：EF∥平面 PAD;

(2)在线段 AB 上是否存在点 G,使得二面角 C−PD−G 的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$，若存在，请求出点 G 的位置；若不存在，请说明理由。

【答案】（1）证明：连接 AC，由正方形性质可知，AC 与 BD 相交于点 F，所以,在△PAC 中,EF∥PA，又 PA⊂平面 PAD,EF⊄平面 PAD，所以 EF∥平面 PAD；（2）线段 AB 上存在点 G,且 G 为 AB 的中点.

4.（本小题满分 10 分）

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$过点$\left(1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，过右焦点且垂直于 x 轴的直线截椭圆所得弦长是 1.

(1)求椭圆 C 的标准方程；

(2)设点 A,B 分别是椭圆 C 的左,右顶点,过点(1,0)的直线 l 与椭圆交于 M,N 两点(M,N 与 A,B 不重合)，证明：直线 AM 和直线 BN 交点的横坐标为定值。

【答案】（1）$\frac{x^2}{4}+y^2=1$；（2）直线 AM 和直线 BN 交点的横坐标为定值 4..

5.（本小题满分 10 分）

已知函数$f(x)=x^2-2ax+e^2+\frac{1}{e}-\frac{\ln x}{x}$（$e$为自然对数的底数）.

（1）当$a=e$时，求曲线$y=f(x)$在点$(e,f(e))$处的切线方程;

（2）证明：当$a\le e$时，不等式$x^3-2ax^2\ge\ln x-\left(e^2+\frac{1}{e}\right)x$恒成立.

【答案】（1）y=0；（2）问题转化为证明$x^2-2ex+e^2+\frac{1}{e}\ge\frac{\ln x}{x}$成立，令$g\left(x\right)=x^2-2ex+e^2+\frac{1}{e}$，$h\left(x\right)=\frac{\ln x}{x}$(x>0)，根据函数的单调性证明即可．．

2020年6月27日静海区教师招聘考试数学学科专业知识

参考答案（部分）：

一、单项选择题（共8题，每题2分，共16分）

1、【答案】A.$(-1,2]$

4、【答案】A.-13

6、【答案】$D.a>b>c$

7、【答案】D$\left[\frac{2\pi}{3}，\pi\right]$

8、【答案】$A.\frac{\sqrt{21}}{3}$

（2、3、5缺失）

二、填空题（共6题，每题3分，共18分）

9、【答案】$1+i$

10、【答案】$\frac{112\pi}{3}$

11、【答案】6

12、【答案】9

13、【答案】38

14、【答案】7个

三、解答题（共5题，共46分）

1.【答案】（1）A=60°；（2）b=c=2.

2.【答案】（1）$a_n=3^{n-1}$；（2）$T_n=\frac{(2n-3)3^n+3}{4}lg3$.

3.【答案】（1）证明：连接AC，由正方形性质可知，AC与BD相交于点F，所以,在△PAC中,EF∥PA，又PA⊂平面PAD,EF⊄平面PAD，所以EF∥平面PAD；（2）线段AB上存在点G,且G为AB的中点.

4.【答案】（1）$\frac{x^2}{4}+y^2=1$；（2）直线AM和直线BN交点的横坐标为定值4..

5.【答案】（1）y=0；（2）问题转化为证明 $x^2-2ex+e^2+\frac{1}{e}\geq\frac{\ln x}{x}$ 成立，令 $g\left(x\right)=x^2-2ex+e^2+\frac{1}{e}$，$h\left(x\right)=\frac{\ln x}{x}$ (x>0)，根据函数的单调性证明即可．．