2020 年教师招聘考试中学数学模拟题

总分：100 分　　考试时间：120 分钟

一、单项选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1.集合 $A=\{x\,|\,|x-1|\le 3\}$，$B=\{x\,|\,2^{x+1}\ge 4\}$，则 $A\cup B=$（　　）

A.$[0,2]$　　B.$(1,3)$　　C.$[1,4]$　　D.$[-2,+\infty)$

2.设 i 是虚数单位，若复数 $z=\dfrac{\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$，则 z 的共轭复数为（　　）

A.$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　B.$1+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　C.$1-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　D.$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$

3.下列命题正确的是（　　）

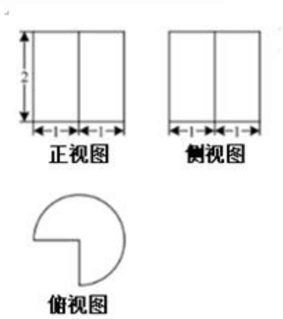
A.若 $a>b$，则 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　B.若 $a>b$，则 $a^2>b^2$

C.若 $a>b$，$c<d$，则 $a-c>b-d$　　D.若 $a>b$，$c>d$，则 $ac>bd$

4.已知在△ABC 中，P 为线段 AB 上一点，且 $\overrightarrow{BP}=3\overrightarrow{PA}$，若 $\overrightarrow{CP}=x\overrightarrow{CA}+y\overrightarrow{CB}$，则 $x+2y=$（　　）

A.$\frac{9}{4}$　　B.$\frac{7}{4}$　　C.$\frac{5}{4}$　　D.$\frac{3}{4}$

5.某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（　　）



A.$3\pi+4$　　B.$\frac{9}{2}\pi+4$　　C.$4\pi+2$　　D.$\frac{11}{2}\pi+4$

6.已知向量 $\boldsymbol{a}=(-1,2)$，$\boldsymbol{b}=(1,m)$，则“$m<\frac{1}{2}$”是“$<\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}>$为钝角”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

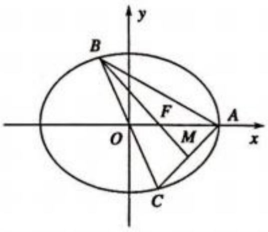
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

7.设 m，n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，则下列结论正确的是（　）

A.若 $m\perp\beta$，$n\perp\beta,n\perp\alpha$，则 $m\perp\alpha$　　B.若 $m//\beta$，$\beta\perp\alpha$，则 $m\perp\alpha$

C.若 $m\perp n$，$n//\alpha$，则 $m\perp\alpha$　　D.若 $m\perp n$，$n\perp\beta$，$\beta\perp\alpha$，则 $m\perp\alpha$

8.如图，设椭圆的右顶点为 A，右焦点为 F，B 为椭圆在第二象限上的点，直线 BO 交椭圆于 C 点，若直线 BF 平分线段 AC 于 M，则椭圆的离心率是（　）



A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{4}$

9.《普通高中数学课程标准》指出：应注意数学知识和实践的联系，发展学生的应用意识和能力。下列几种做法中，与发展学生的应用意识和能力没有直接关系的是（　）

A.通过丰富的实例引入数学知识

B.通过类比等方式使学生体会数学知识之间的联系

C.引导学生应用数学知识解决实际问题

D.向学生介绍数学在社会中的广泛应用

10.关于数学，以下说法不正确的是（　）

A.数学是人类文化的重要组成部分

B.数学是自然科学和技术科学的基础

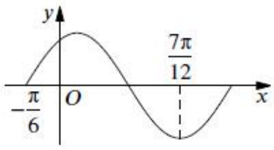
C.数学在形成人类理性思维过程中发挥着重要的作用

D.数学是研究空间形式和数量关系的科学，因而数学是由几何和代数组成的

二、填空题（共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

11.已知 $f(x)$ 是定义域 R 上的奇函数，周期为 4，且当 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=\log_2(x+1)$，则 $f(31)=$______。

12.设函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\phi)$（$A$，$\omega$，$\phi$ 为常数，且 $A>0$，$\omega>0$，$0<\phi<\pi$）的部分图象如图所示，则 ϕ 的值是______。



13.在数列$\{a_n\}$中，$a_1=\frac{1}{2019}$，$a_{n+1}=a_n+\frac{1}{n(n+1)},(n\in N^*)$，则$a_{2019}$的值为______。

14.在空间，方程$x^2+y^2-z^2=1$表示的图形为______。

15.设$z=e^x\cos y$，则$\frac{\partial z}{\partial y}=$______。

三、解答题（共4小题，16-17题7分，18-19题每小题8分，共30分）

16.在锐角△ABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$(b^2+c^2-a^2)\tan A=\sqrt{3}bc$。

（1）求角A；

（2）若$a=3$，则△ABC周长的取值范围。

17.已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+1$。

（1）证明数列$\{a_n+1\}$是等比数列，并求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）令$b_n=3n\cdot(a_n+1)$，求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n。

18.已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，过顶点$A(0,1)$的直线$l$与椭圆$C$相交于两点$A$，$B$。

（1）求椭圆C的方程；

（2）若点M在椭圆上且满足$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{\sqrt{3}}{2}\overrightarrow{OB}$，求直线$l$的斜率$k$的值。

19.已知函数$f(x)=\frac{1}{2}x^2-(a+1)x+a\ln x+1$。

（1）若$x=3$是$f(x)$的极值点，求$f(x)$的极大值；

（2）求a的范围，使得$f(x)\geq 1$恒成立。

四、案例分析（共10分）

20.在“有理数的加法”一节中，对于有理数加法的运算法则的形成过程，两位教师的一些教学环节分别如下：

【教师1】第一步：教师直接给出几个有理数加法算式，引导学生根据有理数的分类标准，将加法算式分成六类，即正数与正数相加，正数与负数相加，正数与0相加，0与0相加，负数与0相加，负数与负数相加。

第二步：教师给出具体情境，分析两个正数相加，两个负数相加，正数与负数相加的情况。

第三步：让学生进行模仿练习。

第四步：教师将学生模仿练习的题目分成四类：同号相加，一个加数是 0，互为相反数的两个数相加，异号相加。分析每一类题目的特点，得到有理数加法法则。

【教师 2】

第一步：请学生列举一些有理数加法的算式。

第二步：要求学生先独立运算，然后小组讨论，再全班交流。对于讨论交流的过程，教师提出具体要求：运算的结果是什么？你是怎么得到结果的？

....

讨论过程中，学生提出利用具体情境来解释运算的合理性.....

第三步：教师提出问题："不考虑具体情境，基于不同情况分析这些算式的运算，有哪些规律？"

....

分组讨论后再全班交流，归纳得到有理数加法法则。

问题：

（1）两个教师均重视分类讨论思想，简要说明并评价这两位教师关于分类讨论思想的教学方法的差异；

（2）请你再列举两个分类讨论的例子，并结合你的例子说说对数学中的分类讨论思想及其教学的理解。

五、教案设计（共 20 分）

21.《义务教育数学课程（2011 年版）》关于平行四边形的性质的教学要求是：探索并证明平行四边形性质的定理——平行四边形的对边与对角相等，请基于该要求，完成下列教学设计任务：

（1）设计平行四边形性质的教学目标；

（2）设计两种让学生发现平行四边形性质的教学流程；

（3）设计平行四边形性质证明的教学过程，使学生领悟证明过程中的数学思想方法。

答案及解析

一、单项选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1.【答案】选 D。

【解析】由题意知 $A=\{x\mid -2\le x\le 4\}$，$B=\{x\mid x\ge 1\}$，故 $A\cup B=[-2,+\infty)$。故本题选 D。

2.【答案】选 D。

【解析】由题意知 $z=\dfrac{\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\dfrac{\mathrm{i}(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=\dfrac{1+\mathrm{i}}{2}$，$\therefore \bar{z}=\dfrac{1-\mathrm{i}}{2}$。故本题选 D。

3.【答案】选 C。

【解析】A 选项：$a=2$，$b=-1$ 时，$\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$，故 A 错误；B 选项：$a>b$，可取 $a=-1$，$b=-2\Rightarrow a^2<b^2$，故 B 错误；C 选项：$a>b$，$c<d$，即 $-c>-d$ 可得 $a-c>b-d$，故 C 正确；D 选项：若 $0>a>b$，$0>c>d\Leftrightarrow -b>-a>0,-d>-c>0$，则 $ac<bd$，故 D 错误。故本题选 C。

4.【答案】选 C。

【解析】由于 $\overrightarrow{BP}=3\overrightarrow{PA}$，所以 $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CP}=3\left(\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{CA}\right)=3\overrightarrow{PC}+3\overrightarrow{CA}\Rightarrow\overrightarrow{CP}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{CA}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{CB}$。由于 $\overrightarrow{CP}=x\overrightarrow{CA}+y\overrightarrow{CB}$ 所以 $x=\dfrac{3}{4}$，$y=\dfrac{1}{4}$，$\therefore x+2y=\dfrac{3}{4}+2\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{4}$。故本题选 C。

5.【答案】选 B。

【解析】由题意知该几何体时一个以四分之三圆为底面的圆柱，且底面半径为 1，高为 2，故其表面积为 $S=2\times\dfrac{3}{4}\times\pi\times 1^2+\dfrac{3}{4}\times 2\pi\times 1\times 2+2\times 2\times 1=\dfrac{9\pi}{2}+4$。故本题选 B。

6.【答案】选 B。

【解析】由题意知 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-1+2m$，若 $m<\dfrac{1}{2}$ 则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}<0$ 当 $m=-2$ 时 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$，$<\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b}>=\pi$ 不是钝角，故充分性不成立；若 $<\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b}>$ 为钝角，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}<0$ 且 $\boldsymbol{a}\ne\lambda\boldsymbol{b}(\lambda\in\boldsymbol{R})\Rightarrow m<\dfrac{1}{2}$ 且 $m\ne -2$，故必要性成立。故本题选 B。

7.【答案】选 A。

【解析】A 选项，$m\perp\beta$，$n\perp\beta$，则由垂直于同一平面的两条直线平行知 $m/\!/n$，又 $n\perp\alpha\Rightarrow m\perp\alpha$，故 A 正确；B 选项，$m/\!/\beta$，$\beta\perp\alpha$ 则 m，α 可能相交，可能平行，也有可

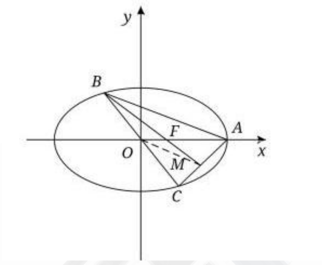
能直线m在平面α上，故 B 错误；C 选项，$m\perp n$，$n/\!/\alpha$则m，α可能相交，可能平行，故 C 错误；D 选项，$n\perp\beta$，$\beta\perp\alpha$知$n/\!/\alpha$或在平面α上，又$m\perp n$则m，α可能相交，可能平行，也有可能直线m在平面α上，故 D 错误。故本题选 A。

8.【答案】选 C。

【解析】如图所示，连接 AB，设 AC 的中点为 M，连接 OM，由于椭圆关于原点对称，所以 O 是 BC 的中点，又 M 是 AC 的中点，所以 OM 是△ABC 的中位线，所以$OM/\!/AB$，

$OM=\dfrac{1}{2}AB$，因此△OFM∽△AFB，则$\dfrac{|OF|}{|AF|}=\dfrac{|OM|}{|AB|}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{c}{a-c}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow a=3c$。所以

$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{3}$。故本题选 C。



9.【答案】选 B。

【解析】应用意识有两个方面的含义，一方面有意识利用数学的概念、原理和方法解释现实世界中的现象，解决现实世界中的问题；另一方面，认识到现实生活中蕴含着大量与数量和图形有关的问题，这些问题可以抽象成数学问题，用数学的方法予以解决。A、C、D 的做法都将数学知识与实际生活相联系，有利于发展学生的应用意识，而 B 的做法只是让学生意识到数学知识之间的练习，与实际生活无关。故本题选 B。

10.【答案】选 D。

【解析】《普通高中数学课程标准》指出：数学科学是自然科学、技术科学等科学的基础，并在经济科学、社会科学、人文科学的发展中发挥越来越大的作用。数学的应用越来越广泛，正在不断地渗透到社会生活的方方面面，它与计算机技术的结合在许多方面直接为社会创造价值，拖动着社会生产力的发展。数学在形成人类理性思维和促进个人治理发展的过程中发挥着独特的，不可替代的作用。数学是人类文化的重要组成部分，数学素质是公民所必须具备的一种基本素质。所以 A、B、C 选项的说法正确。对于 D 选项的说法，数学是研究空间形式和数量关系的科学，但是却不仅仅由几何和代数部分组成，错误。故本题选 D。

二、填空题（共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

11.【答案】-1。

【解析】由于周期为 4，所以 $f(31)=f(31-4\times8)=f(-1)$，$\because f(1)=\log_2(1+1)=1$ 且 $f(x)$ 是定义域 R 上的奇函数，$\therefore f(31)=f(-1)=-f(1)=-1$。

12.【答案】$\frac{\pi}{3}$。

【解析】由图像知 $\frac{3}{4}T=\frac{7}{12}\pi-\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}\pi\Rightarrow T=\pi$，$\therefore\omega=2$，$f(x)=A\sin(2x+\phi)$，$f\left(\frac{7}{12}\pi\right)=A\sin\left(2\times\frac{7}{12}\pi+\phi\right)=-A$，结合 $0<\phi<\pi\Rightarrow\phi=\frac{\pi}{3}$。

13.【答案】1。

【解析】由于 $a_{n+1}=a_n+\frac{1}{n(n+1)},(n\in N^*)\Rightarrow a_{n+1}-a_n=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1},(n\in N^*)$，

$a_2-a_1=1-\frac{1}{2}$

$a_3-a_2=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$

…

$a_{2019}-a_{2018}=\frac{1}{2018}-\frac{1}{2019}$

以上各式相加得 $a_{2019}-a_1=1-\frac{1}{2019}\Rightarrow a_{2019}=1$。

14.【答案】单叶双曲面。

【解析】根据单叶双曲面的定义可知，其方程可表示为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$，令 $a=b=c=1$，所以 $x^2+y^2-z^2=1$ 表示单叶双曲面。

15.【答案】$-e^x\sin y$。

【解析】$\frac{\partial z}{\partial y}$ 对 y 求偏导即可，将 x 看作常数，y 看作变量，进行求导得 $\frac{\partial z}{\partial y}=-e^x\sin y$。

三、解答题（共 4 小题，16-17 题 7 分，18-19 题每小题 8 分，共 30 分）

16.【答案】（1）$\frac{\pi}{3}$；（2）$x\in\left(3+3\sqrt{3},9\right]$。

【解析】(1) 由 $\frac{(b^2+c^2-a^2)}{2bc}\cdot\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{\sqrt{3}bc}{2bc}$，得到 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，又 $A\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $A=\frac{\pi}{3}$。

（2）$A=\frac{\pi}{3}$，$BC=3$，设周长为 x，由正弦定理知 $\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}=\frac{AB}{\sin C}=2R$，由合分

比定理知 $\frac{BC}{\sin A}=\frac{AB+BC+AC}{\sin A+\sin B+\sin C}$，即 $\frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}+\sin B+\sin C}$，

$\therefore 2\sqrt{3}\left[\frac{\sqrt{3}}{2}+\sin B+\sin\left(A+B\right)\right]=x$，即 $x=3+2\sqrt{3}\left[\sin B+\sin\left(B+\frac{\pi}{3}\right)\right]=$

$3+2\sqrt{3}\left(\sin B+\sin B\cos\frac{\pi}{3}+\cos B\sin\frac{\pi}{3}\right)=3+2\sqrt{3}\left(\sin B+\frac{1}{2}\sin B+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B\right)$

$=3+2\sqrt{3}\left(\frac{3}{2}\sin B+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B\right)=3+6\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B+\frac{1}{2}\cos B\right)=3+6\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)$。又因为

$\triangle ABC$ 为锐角三角形，所以 $B\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$，$\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)\in\left(\frac{\sqrt{3}}{2},1\right]$，周长 $x\in\left(3+3\sqrt{3},9\right]$。

17.【答案】（1）$a_n=2^n-1$；（2）$T_n=\left(3n-3\right)2^{n+1}+6$。

【解析】（1）证明：由题意可得：$a_{n+1}+1=2\left(a_n+1\right)\Rightarrow\frac{a_{n+1}+1}{a_n+1}=2$，$\because a_1+1=2$，

故 $\left\{a_n+1\right\}$ 是以首项为 2，公比为 2 的等比数列，所以 $a_n+1=2\times 2^{n-1}=2^n$，$\therefore a_n=2^n-1$

（2）由（1）知 $b_n=3n\times 2^n$，因此 $T_n=3\times 2^1+6\times 2^2+9\times 2^3+\cdots+3\left(n-1\right)2^{n-1}+3n\cdot 2^n$

$2T_n=3\times 2^2+6\times 2^3+\cdots+3\left(n-1\right)2^n+3n\cdot 2^{n+1}$，$-T_n=3\left(2^1+2^2+2^3+\cdots 2^n\right)-3n\cdot 2^{n+1}$，

$\therefore T_n=3\frac{2\left(1-2^{n-1}\right)}{1-2}-3n\cdot 2^{n+1}=\left(3n-3\right)2^{n+1}+6$。

18.【答案】（1）$\frac{x^2}{4}+y^2=1$；（2）$k=\pm\frac{1}{2}$。

【解析】（1）由题意知 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$b=1$，$\therefore a=2$，故椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$。

（2）设 l 的方程为 $y=kx+1$，$A\left(x_1,\ y_1\right)$，$B\left(x_2,\ y_2\right)$，$M\left(m,\ n\right)$，联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}+y^2=1\\ y=kx+1\end{cases}\Rightarrow$

$\left(1+4k^2\right)x^2+8kx=0$，因为直线 l 与椭圆 C 相交于两点，所以

$\varDelta=\left(8k\right)^2>0$，$x_1+x_2=-\frac{8k}{1+4k^2}$，$x_1x_2=0$，由于 $\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}+\frac{\sqrt{3}}{2}\overline{OB}$，所以

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}+\frac{\sqrt{3}}{2}\overline{OB}$，$\begin{cases}m=\frac{1}{2}\left(x_1+\sqrt{3}x_2\right)\\ n=\frac{1}{2}\left(y_1+\sqrt{3}y_2\right)\end{cases}$，点 M 在椭圆上，则

$m^2+4n^2=4$, $\therefore\frac{1}{4}\left(x_1+\sqrt{3}x_2\right)^2+\left(y_1+\sqrt{3}y_2\right)^2=4$，化简得 $x_1x_2+4y_1y_2=x_1x_2+$

$x_1x_2+4y_1y_2=x_1x_2+4\left(kx_1+1\right)\left(kx_2+1\right)=\left(1+4k^2\right)x_1x_2+4k\left(x_1+x_2\right)+4=0$，

$4k\left(-\frac{8k}{1+4k^2}\right)+4=0$

$\Rightarrow k=\pm\frac{1}{2}$。故直线 l 的斜率 $k=\pm\frac{1}{2}$。

19.【答案】（1）$-\frac{5}{2}$；（2）$a\le-\frac{1}{2}$。

【解析】（1）$f'(x)=x-(a+1)+\frac{a}{x}$，$\because x=3$ 是 $f(x)$ 的极值点，

$\therefore f'(3)=3-(a+1)+\frac{a}{3}=0$，解得 $a=3$。当 $a=3$ 时，$f'(x)=\frac{x^2-4x+3}{x}=\frac{(x-1)(x-3)}{x}$，当 x 变化时，

x	$(0,1)$	1	$(1,3)$	3	$(3,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	递增	极大值	递减	极小值	递增

所以 $f(x)$ 的极大值为 $f(1)=-\frac{5}{2}$；

（2）要使得 $f(x)\ge1$ 恒成立，即 $x>0$ 时，$\frac{1}{2}x^2-(a+1)x+a\ln x\ge0$ 恒成立，设

$g(x)=\frac{1}{2}x^2-(a+1)x+a\ln x$，则 $g'(x)=x-(a+1)+\frac{a}{x}=\frac{(x-1)(x-a)}{x}$，

（i）当 $a\le0$ 时，由 $g'(x)<0$ 得单减区间为 $(0,1)$，由 $g'(x)>0$ 得单增区间为 $(1,+\infty)$，故 $g(x)_{\min}=g(1)=-a-\frac{1}{2}\ge0\Rightarrow a\le-\frac{1}{2}$；

（ii）当 $0<a<1$ 时，由 $g'(x)<0$ 得单减区间为 $(a,1)$，由 $g'(x)>0$ 得单增区间为 $(0, a)$，$(1,+\infty)$，此时 $g(1)=-a-\frac{1}{2}<0$，$\therefore$不合题意；

（iii）当 $a=1$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单增，此时 $g(1)=-a-\frac{1}{2}<0$，$\therefore$不合题意；

（iv）当$a>1$时，由$g'(x)<0$得单减区间为$(1,\ a)$，由$g'(x)>0$得单增区间为$(0,1)$，$(a,+\infty)$，此时$g(1)=-a-\frac{1}{2}<0$，∴不合题意。综上所述，$a\le-\frac{1}{2}$时，$f(x)\ge1$恒成立。

四、案例分析（共10分）

20.【参考答案】

（1）第一位教师采用的教学方法是讲授法。将分类讨论思想融入课堂教学之中，教师直接给出几个有理数加法算式并引导学生利用已经学习过的有理数的分类标准对有理数加法算式进行分类，能够使学生快速地完成知识迁移，接受新知识，并用于解决实际问题。

第二位教师采用的教学方法是发现式教学。这位教师在教学过程中并没有直接强调分类，而是发挥学生的主体地位，让学生自行列举一些有理数加法的算式，充分调动学生的主观能动性。然后通过小组讨论，调动学生的学习积极性，在学生交流的过程中，给予了充分的时间与空间，对有理数加法进行分类讨论、计算，这样的教学方法有助于培养学生的发散性思维。

（2）举例一：二次函数$y=ax^2+bx+c(a\ne0)$的图象的开口方向和与x轴交点的个数的判断。当$a>0$时，开口向上，当$a<0$时，开口向下；当$\Delta=b^2-4ac>0$时，函数图象与x轴有两个交点，当$\Delta=b^2-4ac=0$时，函数图象与x轴有一个交点，当$\Delta=b^2-4ac<0$时，函数图象与轴无交点。

举例二：直线AB上有一点C，若$CA=3AB$，则线段$CA:CB=$_____。分为点C在线段AB的延长线上和线段BA的延长线上两种情况进行讨论。若点C在线段AB的延长线上，则$CA:CB=3:2$；若点C在线段BA延长线上，则$CA:CB=3:4$。

分类讨论是对事物共性的抽象过程，在教学活动中，要使学生逐步体会为什么要进行分类，如何分类，如何确定分类的标准等。在分类过程中如何按照对象的不同性质与相同性质对对象进行分类。分类讨论是一种思想方法，它考查学生的逻辑性、周密性和全面性，教学中需要将这种思想渗透到学生的意识中，渗透的过程不是一蹴而就的，而是需要在教学过程中，反复地思考和长时间的积累才能将这种思维方式不断融入知识学习的各个阶段。

五、教案设计（共20分）

21.【参考答案】

（1）教学目标：①知识与技能目标：掌握平行四边形边、角、对角线的有关性质，并会运用平行四边形的性质解决简单问题。

②过程与方法目标：在体会通过数学活动，探索归纳获得数学结论的过程，感受平行四边形性质在解决问题中的作用。通过对问题解决的过程的反思，获得解决问题的经验，积累解决问题的方法。

③情感态度价值观目标：通过积极参与数学活动，让学生学会在独立思考的基础上，积极参与对数学问题的探讨，享受运用知识解决问题的成功体验，增强学好数学的信心。

（2）第一种：观察—猜想—验证—归纳

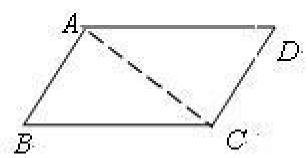
课件展示各种图形，让学生找出平行四边形，并说说自己的理由，当学生说出“两组对边分别平行”之后，教师提问“平行四边形除了两组对边分别平行之外，还有没有其他性质呢？”让学生猜一猜，然后再让学生通过画一画（在格点纸上画一个平行四边形）、量一量、剪一剪（将所画的平行四边形沿其中一条对角线剪开）等活动验证自己的猜想，最后总结出平行四边形对边与对角的性质。

第二种：动手操作—小组讨论—归纳总结

在学生了解平行四边形定义之后，让学生用一张半透明的纸复制学生之前画的平行四边形，并将复制后的四边形绕一个顶点旋转 180°，并提问：你能平移该纸片，使它与你画的平行四边形重合吗？”让学生思考，并讨论“通过以上的活动，你能得到哪些结论？平行四边形的对边、对角分别有什么关系？”用这些问题引导学生发现平行四边形对边相等，对角相等。

（3）你能证明“平行四边形的对边相等，平行四边形的对角相等”吗？

师生共议，写出已知、求证及证明过程



已知：如图，四边形 $ABCD$ 为平行四边形

求证：$AB=CD$，$AD=BC$；$\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle D$

分析：连接对角线将平行四边形的问题通过转化为全等三角形的问题进行解决

设计意图：注重直观操作与逻辑推理的有机结合，把几何论证作为探究活动的自然延续和必然发展。同时，通过证明，验证了猜想的正确性，让学生感受到数学结论的确定性和证明的必要性

总结：性质 1：平行四边形的对边相等.

符号语言:∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形

∴ $AB=CD$，$AD=BC$ 。

性质 2：平行四边形的对角相等.

符号语言:∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形

∴ $\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle D$ 。

师生共议：以上性质为证明（解决）线段相等，角相等，提供了新的理论依据。

设计意图：对平行四边形性质的归纳，使学生对平行四边形特征更深入认识，也是知识的一次升华，突出了教学重点。