2020年教师招聘考试中学数学模拟题

总分：100 分　　考试时间：120 分钟

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1.设 $z=\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}+2\mathrm{i}$，则 $\bar{z}+|z|=$（　　）

A. $-1-\mathrm{i}$　　B. $1+\mathrm{i}$　　C. $1-\mathrm{i}$　　D. $-1+\mathrm{i}$

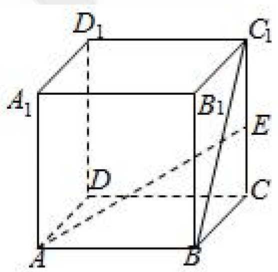
2.双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{3}$，则其渐近线方程为（　　）

A. $y=\pm\sqrt{2}x$　　B. $y=\pm\sqrt{3}x$　　C. $y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$　　D. $y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$

3.维空间中圆的一维测度（周长）$l=2\pi r$，二维测度（面积）$S=\pi r^2$，观察发现 $S'(r)=l$；三维空间中球的二维测度（表面积）$S=4\pi r^2$，三维测度（体积）$V=\dfrac{4}{3}\pi r^3$，观察发现 $V'(r)=S$。则由四维空间中“超球”的三维测度 $V=8\pi r^3$，猜想其四维测度 $W=$（　　）

A. $2\pi r^4$　　B. $\dfrac{8}{3}\pi r^2$　　C. $\dfrac{1}{4}\pi r^5$　　D. $2\pi r^4$

4.长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 $AB=AA_1=2$，$AD=1$，E 为 CC_1 的中点，则异面直线 BC_1 与 AE 所成角的余弦值为（　　）



A. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$　　B. $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$　　C. $\dfrac{2\sqrt{15}}{10}$　　D. $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

5.当 $x>4$ 时，不等式 $x+\dfrac{4}{x-4}\geq m$ 恒成立，则 m 的取值范围是（　　）

A. $m\leq 8$　　B. $m<8$　　C. $m\geq 8$　　D. $m>8$

6.设 $M=\left(\dfrac{1}{a}-1\right)\left(\dfrac{1}{b}-1\right)\left(\dfrac{1}{c}-1\right)$，且 $a+b+c=1$（其中 a，b，$c\in\mathbf{R}_+$），则 M 的范围是（　　）

A. $\left[0,\dfrac{1}{8}\right)$　　B. $\left[\dfrac{1}{8},1\right)$　　C. $[1,8)$　　D. $[8,+\infty)$

7.如果数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n=\frac{3}{2}a_n-3$，则这个数列的通项公式是（　　）

A. $a_n=2\left(n^2+n+1\right)$　　B. $a_n=2\cdot 3^n$

C. $a_n=3\cdot 2^n$　　D. $a_n=3n+1$

8.若直线$y=kx-2$与抛物线$y^2=8x$交于A，B两个不同的点，抛物线的焦点为F，且$|AF|,4,|BF|$成等差数列，则$k=$（　　）

A. 2 或-1　　B. -1　　C. 2　　D. $1\pm\sqrt{5}$

9.就微分学与积分学的起源而言（　　）

A.积分学早于微分学　　B.微分学早于积分学

C.积分学与微分学同期　　D.不确定

10.创新意识的培养是现代数学教育的基本任务，应体现在数学教与学的过程之中。学生创新的基础是（　　）

A.发现和提出问题　　B.独立思考、学会思考

C.归纳概括得到猜想　　D.验证结论

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

11.已知$\triangle ABC$的一个内角为$120°$，并且三边长构成公差为 4 的等差数列，则$\triangle ABC$的面积为_______。

12.设S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和，且$a_1=-1$，$a_{n+1}=S_nS_{n+1}$，则$S_n=$_______。

13.设$n\geq 2$，$n\in\mathbf{N}^*$，$\left(2x+\frac{1}{2}\right)^n-\left(3x+\frac{1}{3}\right)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$，将$|a_k|(0\leq k\leq n)$的最小值记为$T_n$。则当$n$是偶数时，$T_n=$_______；当$n$是奇数时，$T_n=$_______。

14._______的建立是学生体会和理解数学与外部世界联系的基本途径。

15.《普通高中数学新课程标准（2017 年版）》提出：地方实施课程标准应注意的几个问题，下面正确的是：_______。

①重视顶层设计，建立有效的数学教研体系

②示范引领，整体推进数学课程的实施

③集中力量研究解决课程标准实施中的关键问题

④重视过程性评价

三、解答题（本大题共 7 小题，第 16-20 题每小题 8 分，第 21、22 小题各 10 分，共 60 分）

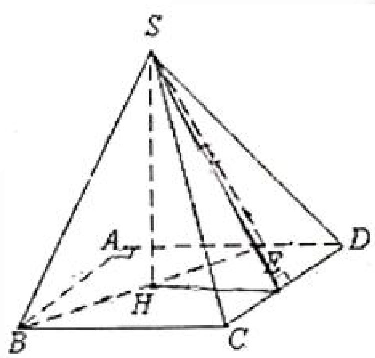
16.已知数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$满足，$a_1=2$，$b_1=1$，$a_{n+1}=2a_n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，

$b_1+\frac{1}{2}b_2+\frac{1}{3}b_3+\cdots+\frac{1}{n}b_n=b_{n+1}-1$，$n\in\mathbf{N}^*$

（1）求a_n与b_n；

（2）记数列$\{a_nb_n\}$的前n项和为T_n，求T_n。

17.如图，在矩形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=3$，点E是边AD上一点，且$AE=2ED$，点H是BE的中点，将$\triangle ABE$沿着BE折起，使点A运动到点S处，且满足$SC=SD$。



（1）证明：$SH\perp$平面$BCDE$；

（2）求二面角$C-SB-E$的余弦值。

18.设相互垂直的直线AB，CD分别过椭圆$E:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$的左、右焦点$F_1$，$F_2$，且与椭圆$E$的交点分别为$A$、$B$和$C$、$D$。

（1）当AB的倾斜角为$45°$时，求以AB为直径的圆的标准方程；

（2）问是否存在常数λ，使得$|AB|+|CD|=\lambda|AB|\cdot|CD|$恒成立？若存在，求$\lambda$的值；若不存在，请说明理由。

19.设函数$f(x)=\frac{e^x}{x^2}-k(\frac{2}{x}+\ln x)$（$k$为常数，$e=2.71828\cdots$是自然对数的底数）。

（1）当$k\le 0$时，求函数$f(x)$的单调区间；

（2）若函数$f(x)$在（0，2）内存在两个极值点，求k的取值范围。

20.在直角坐标系xOy中，曲线C_1：$\begin{cases}x=\sqrt{5}\cos\alpha\\ y=2+\sqrt{5}\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数）。以原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C_2$：$\rho^2=4\rho\cos\theta-3$。

（1）求 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程；

（2）若曲线 C_1 与 C_2 交于 A，B 两点，A，B 的中点为 M，点 $P(0,-1)$，求 $|PM|\cdot|AB|$ 的值。

21.论述题

《教学课程标准》中指出要发展四基：数学的基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验，简述如何基于学生立场进行“基本活动经验”的培养。

22.教学设计

阅读下面的材料：人教版高中数学必修五 3.4《基本不等式》

图 3.4-1

探究

图 3.4-1 是在北京召开的第 24 届国际数学家大会的会标，会标是根据中国古代数学家赵爽的弦图设计的，颜色的明暗使它看上去像一个风车，代表中国人民热情好客．你能在这个图中找出一些相等关系或不等关系吗？

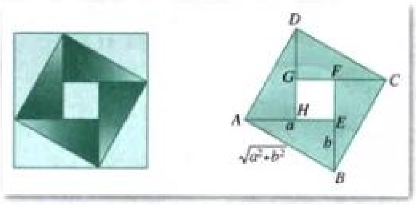


图 3.4-2

将图 3.4-1 中的“风车”抽象成图 3.4-2，在正方形 $ABCD$ 中有 4 个全等的直角三角形．设直角三角形的两条直角边的长为 a、b，那么正方形的边长为 $\sqrt{a^2+b^2}$．这样，4 个直角三角形的面积和为 $2ab$，正方形的面积为 a^2+b^2．由于 4 个直角三角形的面积和小于正方形 $ABCD$ 的面积，我们就得到了一个不等式

$$a^2+b^2\geqslant 2ab.$$

当直角三角形变为等腰直角三角形，即 $a=b$ 时，正方形 $EFGH$ 缩为一个点，这时有

$$a^2+b^2=2ab.$$

一般地，对于任意实数 a，b，我们有

$$a^2+b^2\geqslant 2ab,$$

当且仅当 $a=b$ 时，等号成立．

你能给出它的证明吗？

根据材料，回答以下问题。

（1）针对该片段，写出教学目标。

（2）针对该片段，设计教学过程。

答案及解析

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1.【答案】选 C。

【解析】$\because z=\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}+2\mathrm{i}=\dfrac{(1-\mathrm{i})^2}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}+2\mathrm{i}=\dfrac{-2\mathrm{i}}{2}+2\mathrm{i}=\mathrm{i}$，$\therefore \bar{z}+|z|=-\mathrm{i}+1=1-\mathrm{i}$，故本题选 C。

2.【答案】选 A。

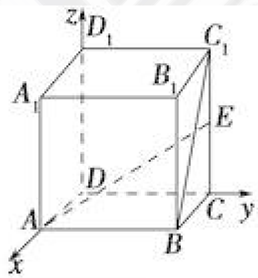
【解析】$\because e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{3}$，$\therefore \dfrac{b^2}{a^2}=\dfrac{c^2-a^2}{a^2}=e^2-1=3-1=2$，$\therefore \dfrac{b}{a}=\sqrt{2}$，因为渐近线方程为 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$，所以渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{2}x$，故本题选 A。

3.【答案】选 D。

【解析】$W=\int 8\pi r^3\mathrm{d}r=\dfrac{1}{4}8\pi r^4=2\pi r^4$，故本题选 D。

4.【答案】选 B。

【解析】建立坐标系如图所示：



则 A（1，0，0），E（0，2，1），B（1，2，0），C_1（0，2，2），$\overrightarrow{BC_1}=(-1,0,2)$，$\overrightarrow{AE}=(-1,2,1)$

$\cos\langle\overrightarrow{BC_1},\overrightarrow{AE}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{BC_1}\cdot\overrightarrow{AE}}{|\overrightarrow{BC_1}|\cdot|\overrightarrow{AE}|}=\dfrac{\sqrt{30}}{10}$。所以异面直线 $\overrightarrow{BC_1}$ 与 $\overrightarrow{AE}$ 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$。故本题选 B。

5.【答案】选 A。

【解析】$\because x>4$，$\therefore x-4>0$，$\therefore x+\dfrac{4}{x-4}=x-4+\dfrac{4}{x-4}+4\geq 2\sqrt{(x-4)\cdot\dfrac{4}{x-4}}+4=8$。

当且仅当 $x-4=\dfrac{4}{x-4}$，即 $x=6$ 时取等号，$\because$ 当 $x>4$ 时，不等式 $x+\dfrac{4}{x-4}\geq m$ 恒成立，$\therefore$ 只需 $m\leq\left(x+\dfrac{4}{x-4}\right)_{\min}=8$。$\therefore m$ 的取值范围为：$(-\infty,8]$。故本题选 A。

6.【答案】选 D。

【解析】$\because a+b+c=1 \therefore M=\left(\frac{a+b+c}{a}-1\right)\left(\frac{a+b+c}{b}-1\right)\left(\frac{a+b+c}{c}-1\right)=\frac{b+c}{a}\cdot\frac{a+c}{b}\cdot\frac{a+b}{c}$

由均值不等式得 $b+c\geq 2\sqrt{bc}$，$a+c\geq 2\sqrt{ac}$，$b+a\geq 2\sqrt{ba}$，$M\geq\frac{2\sqrt{bc}\cdot 2\sqrt{ac}\cdot 2\sqrt{ab}}{abc}=8$。故本题选 D。

7.【答案】选 B。

【解析】数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n=\frac{3}{2}a_n-3$，取 $n=1$ 解得 $a_1=6$，$S_{n-1}=\frac{3}{2}a_{n-1}-3\Rightarrow a_n=\frac{3}{2}a_n-\frac{3}{2}a_{n-1}\Rightarrow a_n=3a_{n-1}$。$\{a_n\}$ 是首项为 6 公比为 3 的等比数列，$a_n=2\cdot 3^n$ 验证 $n=1$，成立。故本题选 B。

8.【答案】选 C。

【解析】设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$．由 $\begin{cases}y=kx-2\\ y^2=8x\end{cases}$ 消去 y，得 $k^2x^2-4(k+2)x+4=0$，

故 $\Delta=16(k+2)^2-16k^2=64(1+k)>0$，解得 $k>-1$，且 $x_1+x_2=\frac{4(k+2)}{k^2}$。由 $|AF|=x_1+\frac{p}{2}=x_1+2$，$|BF|=x_2+\frac{p}{2}=x_2+2$，且 $|AF|,4,|BF|$ 成等差数列，得 $x_1+2+x_2+2=8$，得 $x_1+x_2=4$，所以 $\frac{4(k+2)}{k^2}=4$，解得 $k=-1$ 或 $k=2$，又 $k>-1$，故 $k=2$，故本题选 C。

9.【答案】选 A。

【解析】《数学史概论》中指出积分学的起源早于微分学。故本题选 A。

10.【答案】选 A。

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 版）》指出：创新意识的培养是现代数学教育的基本任务，应体现在数学教与学的过程之中。学生自己发现和提出问题是创新的基础；独立思考、学会思考是创新的核心；归纳概括得到猜想和规规律，并加以验证，是创新的重要方法。创新意识的培养应该从义务教育阶段做起，贯穿数学教育的始终。故本题选 A。

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

11.【答案】$15\sqrt{3}$

【解析】设三角形的三边长为 $a-4$，$b=a$，$c=a+4$，$(a<b<c)$，根据题意可知三边长构成公差为 4 的等差数列，可知 $a+c=2b$，$C=120°$，则由余弦定理 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，$\therefore a=10$，

∴三边长为 6，10，14，由正弦定理得：$\sin B=\frac{5\sqrt{3}}{14}$，可知 $S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times 6\times 14\times\frac{5\sqrt{3}}{14}=15\sqrt{3}$ 。

12.【答案】$-\frac{1}{n}$

【解析】$a_{n+1}=S_nS_{n+1}\Leftrightarrow S_{n+1}-S_n=S_nS_{n+1}$，整理为：$\frac{1}{S_n}-\frac{1}{S_{n+1}}=1$，即 $\frac{1}{S_{n+1}}-\frac{1}{S_n}=-1$，即数列 $\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$ 是以 -1 为首项，-1 为公差的等差的数列，所以 $\frac{1}{S_n}=-1+(n-1)(-1)=-n$，即 $S_n=-\frac{1}{n}$ 。

13.【答案】（1）0；（2）$\frac{1}{2^n}-\frac{1}{3^n}$

【解析】根据 T_n 的定义，列出 $\{T_n\}$ 的前几项：$T_0=0$，$T_1=\frac{1}{6}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$，$T_2=0$，$T_3=\frac{1}{2^3}-\frac{1}{3^3}$，$T_4=0$，$T_5=\frac{1}{2^5}-\frac{1}{3^5}$，$T_6=0$，…，由此规律，我们可以推断：当 n 为偶数时，$T_n=0$；当 n 为奇数时，$T_n=\frac{1}{2^n}-\frac{1}{3^n}$。故答案为：0；$\frac{1}{2^n}-\frac{1}{3^n}$。

14.【答案】模型思想

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》中提出：模型思想的建立是学生体会和理解数学与外部世界联系的基本途径。

15.【答案】①②③④

【解析】《普通高中数学新课程标准（2017 年版）》提出：地方实施课程标准应注意的几个问题，①重视顶层设计，建立有效的数学教研体系；②示范引领，整体推进数学课程的实施；③集中力量研究解决课程标准实施中的关键问题；④重视过程性评价

三、解答题（本大题共 7 小题，第 16-20 题每小题 8 分，第 21、22 小题各 10 分，共 60 分）

16.【答案】（1）$a_n=2^n$；$b_n=n$；（2）$T_n=(n-1)2^{n+1}+2(n\in\mathbf{N}^*)$

【解析】（1）由 $a_1=2$，$a_{n+1}=2a_n$，得 $a_n=2^n$。当 $n=1$ 时，$b_1=b_2-1$，故 $b_2=2$。当 $n\ge 2$ 时，$\frac{1}{n}b_n=b_{n+1}-b_n$，整理得 $\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{n+1}{n}$，所以 $b_n=n$ 。

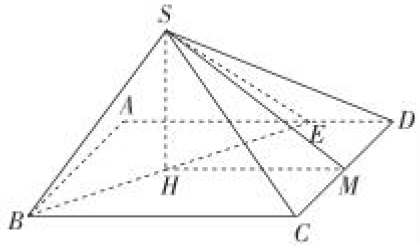
（2）由（1）知，$a_nb_n=n\cdot 2^n$ 所以 $T_n=2+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\cdots+n\cdot 2^n$

$2T_n=2^2+2\cdot 2^3+3\cdot 2^4+\cdots+(n-1)\cdot 2^n+n\cdot 2^{n+1}$，

所以 $T_n-2T_n=-T_n=2+2^2+2^3+\cdots+2^n-n\cdot 2^{n+1}=(1-n)2^{n+1}-2$，所以 $T_n=(n-1)2^{n+1}+2$ 。

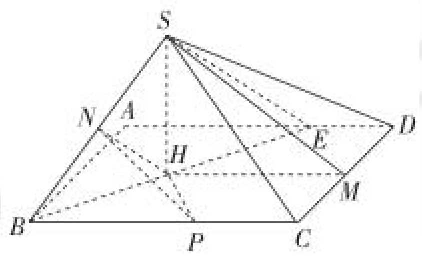
17.【答案】(1)见解析;(2)$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】(1)证明:取 CD 的中点 M,连接 HM,SM,由已知得 $AE=AB=2$,所以 $SE=SB=2$,又点 H 是 BE 的中点,所以 $SH\perp BE$。



因为 $SC=SD$,点 M 是线段 CD 的中点,所以 $SM\perp CD$。又因为 $HM\perp BC$,所以 $HM\perp CD$,从而 $CD\perp$ 平面 SHM,所以 $CD\perp SH$,又 CD,BE 不平行,所以 $SH\perp$ 平面 $BCDE$。

(2)取 BS 的中点 N,BC 上的点 P,使 $BP=2PC$,连接 HN,PN,PH,易知 $HN\perp BS$,$HP\perp BE$。



由(1)得 $SH\perp HP$,所以 $HP\perp$ 平面 BSE,所以 $HP\perp SB$,又 $HN\perp BS$,所以 $BS\perp$ 平面 PHN,所以二面角 $C-SB-E$ 的平面角为 $\angle PNH$。又计算得 $NH=1$,$PH=\sqrt{2}$,$PN=\sqrt{3}$,所以 $\cos\angle PNH=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$。

18.【答案】(1)$\left(x+\dfrac{4}{7}\right)^2+\left(y-\dfrac{3}{7}\right)^2=\dfrac{144}{49}$;(2)$\lambda=\dfrac{7}{12}$,理由见解析

【解析】(1)由题意可设 AB 的方程为 $y=x+1$,代入 E 可得 $7x^2+8x-8=0$。所以 AB 的中点坐标为 $\left(-\dfrac{4}{7},\dfrac{3}{7}\right)$。又 $|AB|=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\left(-\dfrac{8}{7}\right)^2-4\times\left(-\dfrac{8}{7}\right)}=\dfrac{24}{7}$,所以,以 AB 为直径的圆的方程为 $\left(x+\dfrac{4}{7}\right)^2+\left(y-\dfrac{3}{7}\right)^2=\dfrac{144}{49}$。

(2)假设存在常数 λ,使得 $|AB|+|CD|=\lambda|AB|\cdot|CD|$ 恒成立。

①当 AB 与 x 轴垂直或 CD 与 x 轴垂直时，$\lambda=\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|CD|}=\frac{1}{\frac{2\times3}{2}}+\frac{1}{2\times2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$；

②设直线 AB 的方程为 $y=k(x+1)$，则直线 CD 的方程为 $y=-\frac{1}{k}(x+1)$。将 AB 的方程代入 E 得：$\left(3+4k^2\right)x^2+8k^2x+4k^2-12=0$。由韦达定理得：$x_1+x_2=-\frac{8k^2}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{4k^2-12}{3+4k^2}$，所以 $|AB|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1\cdot x_2}=\frac{12\left(k^2+1\right)}{3+4k^2}$。同理可得 $|CD|=\frac{12\left(k^2+1\right)}{4+3k^2}$。所以 $\lambda=\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|CD|}=\frac{3+4k^2}{12\left(k^2+1\right)}+\frac{4+3k^2}{12\left(k^2+1\right)}=\frac{7}{12}$。因此，存在 $\lambda=\frac{7}{12}$，使得 $|AB|+|CD|=\lambda|AB|\cdot|CD|$ 恒成立。

19.【答案】（1）单调递减区间为 $(0,2)$，单调递增区间为 $(2,+\infty)$；（2）$\left(e,\frac{e^2}{2}\right)$。

【解析】（1）函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=\frac{x^2e^x-2xe^x}{x^4}-k(-\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x})$
$=\frac{xe^x-2e^x}{x^3}-\frac{k(x-2)}{x^2}=\frac{(x-2)(e^x-kx)}{x^3}$。由 $k\le0$ 可得 $e^x-kx>0$，所以当 $x\in(0,2)$ 时，$f'(x)<0$，函数 $y=f(x)$ 单调递减，当 $x\in(2,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，函数 $y=f(x)$ 单调递增。所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(0,2)$，单调递增区间为 $(2,+\infty)$。

（2）由（1）知，$k\le0$ 时，函数 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 内单调递减，故 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 内不存在极值点；当 $k>0$ 时，设函数 $g(x)=e^x-kx，x\in[0,+\infty)$，因为 $g'(x)=e^x-k=e^x-e^{\ln k}$，当 $0<k\le1$ 时，当 $x\in(0,2)$ 时，$g'(x)=e^x-k>0$，$y=g(x)$ 单调递增，故 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 内不存在两个极值点；当 $k>1$ 时，得 $x\in(0,\ln k)$ 时，$g'(x)<0$，函数 $y=g(x)$ 单调递减，

$x\in(\ln k,+\infty)$ 时，$g'(x)>0$，函数 $y=g(x)$ 单调递增，所以函数 $y=g(x)$ 的最小值为 $g(\ln k)=k(1-\ln k)$，函数 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 内存在两个极值点；当且仅当 $\begin{cases}g(0)>0\\g(\ln k)<0\\g(2)>0\\0<\ln k<2\end{cases}$，解得 $e<k<\frac{e^2}{2}$，综上所述，函数在 $(0,2)$ 内存在两个极值点时，k 的取值范围为 $(e,\frac{e^2}{2})$。

20.【答案】（1）C_1 的普通方程为 $x^2+\left(y-2\right)^2=5$，C_2 的直角坐标方程为 $x^2+y^2-4x+3=0$；

（2）3。

【解析】（1）曲线C_1的普通方程为$x^2+(y-2)^2=5$。由$\rho^2=x^2+y^2$，$\rho\cos\theta=x$，得曲线C_2的直角坐标方程为$x^2+y^2-4x+3=0$。

（2）将两圆的方程$x^2+(y-2)^2=5$与$x^2+y^2-4x+3=0$作差得直线AB的方程为$x-y-1=0$。点$P(0,-1)$在直线AB上，设直线AB的参数方程为$\begin{cases}x=\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=-1+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$为参数），代入$x^2+y^2-4x+3=0$化简得$t^2-3\sqrt{2}t+4=0$，所以$t_1+t_2=3\sqrt{2}$，$t_1t_2=4$。因为点$M$对应的参数为$\frac{t_1+t_2}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，所以$|PM|\cdot|AB|=\left|\frac{t_1+t_2}{2}\right|\cdot|t_1-t_2|=\frac{3\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=3$。

21.【参考答案】

在教学中，应从以下几个方面来主动探索学习过程，不断积累数学活动经验。①从已有生活经验入手，积累数学活动经验。因知识来源于生活，来源于数学活动经验的积累，把数学知识与学生已有经验有机结合，让学生在主动参与学习的过程中不断积累数学活动经验是学生主动探索数学活动的过程。②从问题入手，生成数学活动经验。教学中，教师引导学生从问题入手，通过独立思考，合作交流，不断探讨新知识的学习，从而积累数学活动经验。③从兴趣入手，提升数学活动经验。教学中，要激发小学生探求数学知识的兴趣。让学生在兴趣中分析信息来源、交流数学信息。④从方法入手，获取数学活动经验。这样学生自主探究的活动经验就记得牢、印象深，且不容易忘记。

22.【参考答案】

（1）教学目标：①创设用代数与几何两方面背景，用数形结合的思想理解基本不等式；②尝试让学生从不同角度探索基本不等式的证明过程；③将探索过程设计为较典型的具有挑战性的问题，激发学生去积极思考，从而培养他们的数学学习兴趣；④学习过程中，通过对问题的探究思考，广泛参与，培养学生严谨的思维习惯，主动、积极的学习品质，从而提高学习质量。

（2）教学过程

（一）导入新课

PPT 呈现第 24 届国际数学家大会的会标，提出问题：会标是根据中国古代数学家赵爽的

弦图设计的，颜色的明暗使它看上去像一个风车，代表中国人民热情好客，你能在这个图中找出一些相等关系或不等关系吗？

（二）循序渐进，探索不等式 $a^2+b^2\geq 2ab$

1.引导学生将图案抽象出几何图形，提出问题：此图案中隐含什么样的几何图形，并邀请学生上黑板画出这些几何图形。教师评价修改，用投影片给出隐含的规范的几何图形。

2.教师提出问题：设直角三角形的两直角边的长分别为 a、b，那么，四个直角三角形的面积之和与正方形的面积有什么关系呢？

学生交流讨论得到不等式：$a^2+b^2\geq 2ab$

3.教师引导学生思考，该如何证明此不等式 $a^2+b^2\geq 2ab$

学生先自主思考，然后交流证明方法，可能会用到作商法，最差法。对学生的做法给予评价。

4.引导学生观察不等式及图形，思考，何时等号可以取得。

最后师生共同总结出：一般地，对于任意实数 a、b，我们有 $a^2+b^2\geq 2ab$，当且仅当 $a=b$ 时，等号成立。

（三）小结作业

1.教师引导学生自己总结所学

2.作业：自编一道需要数形结合法解决的题目，并解答。