

## 2020 年教师招聘考试中学数学模拟题

总分：100 分      考试时间：120 分钟

### 一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 设  $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$ ，则  $|z| =$  ( )

- A. 0                                  B. 1                                  C.  $\frac{1}{2}$                                   D.  $\sqrt{2}$

2. 曲线  $y = 4x - x^3$  在点  $(-1, -3)$  处的切线方程是 ( )

- A.  $y = 7x + 4$                       B.  $y = x - 2$                       C.  $y = x - 4$                       D.  $y = 7x + 2$

3. 由曲线  $y = e^x$ ， $y = e^{-x}$  以及  $x = 1$  所围成的图形的面积等于 ( )

- A. 2                                      B.  $2e - 2$                               C.  $2 - \frac{1}{e}$                               D.  $e + \frac{1}{e} - 2$

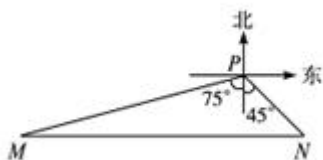
4. 已知非零向量  $\mathbf{a} = (t, 0)$ ， $\mathbf{b} = (-1, \sqrt{3})$ ，若  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -4$ ，则  $\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$  与  $\mathbf{b}$  的夹角 ( )

- A.  $\frac{\pi}{3}$                                       B.  $\frac{\pi}{2}$                                       C.  $\frac{\pi}{6}$                                       D.  $\frac{2\pi}{3}$

5. 在  $\triangle ABC$  中， $\cos^2 \frac{A}{2} = \frac{b+c}{2c}$ ，则  $\triangle ABC$  的形状为 ( )

- A. 正三角形                              B. 等腰三角形或直角三角形  
 C. 等腰直角三角形                      D. 直角三角形

6. 如图，一艘船自西向东匀速航行，上午 10 时到达一座灯塔  $P$  的南偏西  $75^\circ$  距塔 68 海里的  $M$  处，下午 2 时到达这座灯塔的东南方向的  $N$  处，则这艘船航行的速度为 ( )



- A.  $\frac{17}{2}\sqrt{6}$  海里/时                      B.  $34\sqrt{6}$  海里/时  
 C.  $\frac{17\sqrt{2}}{2}$  海里/时                      D.  $34\sqrt{2}$  海里/时

7. 已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_7 = 11$ ， $a_2 + a_8 = 10$ ，则  $S_{11} =$  ( )

A. 176

B. 88

C. 44

D. 22

8. 设二次函数  $f(x) = x^2 + ax + b$ ，若对任意的实数  $a$ ，都存在实数  $x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$  使得不等式

$|f(x)| \geq x$  成立，则实数  $b$  的取值范围是 ( )

A.  $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right] \cup [2, +\infty)$

B.  $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{4}, +\infty\right)$

C.  $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right] \cup \left[\frac{1}{9}, +\infty\right)$

D.  $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{9}{4}, +\infty\right)$

9. 发现著名公式  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$  的是 ( )

A. 笛卡尔

B. 牛顿

C. 莱布尼茨

D. 欧拉

10. 高中数学课程以学生发展为本，落实的根本任务是 ( )

A. 素质教育

B. 立德树人

C. 全面发展

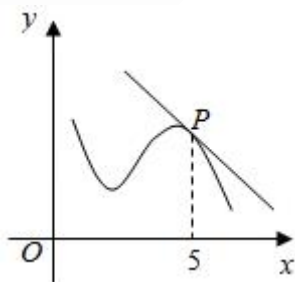
D. 应用能力

二、填空题 (本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分)

11. 已知  $0 < x < 1$ ， $0 < y < 1$ ，则二元函数  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (1-y)^2} + \sqrt{x^2 + (1-y)^2} + \sqrt{(1-x)^2 + y^2} + \sqrt{(1-x)^2 + (1-y)^2}$  的最小值为\_\_\_\_\_。

12. 已知  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ，满足  $(2b-c)\cos A = a\cos C$ 。若  $a = 3$ ，则  $\triangle ABC$  周长的最大值为\_\_\_\_\_。

13. 如图，函数  $y = f(x)$  的图象在点  $P$  处的切线方程是  $y = -x + 8$ ，则  $f(5) + f'(5) =$ \_\_\_\_\_。



14. 通过高中数学课程的学习，学生能提高学习数学的兴趣，增强学好数学的自信心，养成良好的数学学习习惯，发展自主学习的能力；树立敢于质疑、善于思考、严谨求实的科学精神；不断提高实践能力，提升创新意识；认识科学的科学价值、应用价值、文化价值和\_\_\_\_\_。

15. 《普通高中数学新课程标准 (2017 年版)》中\_\_\_\_\_素养是数学课程目标的集中体现，是具有数学基本特征的思维品质、关键能力以及情感、态度与价值观的综合体现，是在数学学习和应用的过程中逐步形成和发展的。

三、解答题（本大题共 7 小题，第 16-20 题每小题 8 分，第 21、22 小题各 10 分，共 60 分）

16. 某公司经营一批进价为每件 4 百元的商品，在市场调查时发现，此商品的销售单价  $x$ （百元）与日销售量  $y$ （件）之间有如下关系（计算结果精确到 0.1）：

$x$ （百元）	5	6.5	7	8.5	9
$y$ （件）	12	8	7	2	1

(1) 求  $y$  关于  $x$  的回归直线方程；

(2) 借助回归直线方程请你预测，销售单价为多少百元时，日利润最大？（附相关公式：

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \bar{y} = \hat{b} \bar{x} + \hat{a}$$

17. 已知函数  $f(x) = |2x - 1| + |2x + a|$ ,  $g(x) = x + 3$ ,

(1) 当  $a = -2$  时，解不等式：  $f(x) < g(x)$ ；

(2) 若  $a > -1$ ，且当  $x \in \left[-\frac{a}{2}, \frac{1}{2}\right)$  时，  $f(x) \leq g(x)$ ，求  $a$  的取值范围。

18. 已知数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  满足，  $a_1 = 2, b_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n (n \in \mathbf{N}^*)$ ,

$$b_1 + \frac{1}{2}b_2 + \frac{1}{3}b_3 + \cdots + \frac{1}{n}b_n = b_{n+1} - 1, \quad n \in \mathbf{N}^*$$

(1) 求  $a_n$  与  $b_n$ ；

(2) 记数列  $\{a_n b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ，求  $T_n$ 。

19. 已知抛物线  $\Omega: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ ，过  $F$  作互相垂直的直线  $AB$ ， $CD$  分别与  $\Omega$  交于点  $A$ 、 $B$  和  $C$ 、 $D$ 。

(1) 当  $AB$  的倾斜角为  $45^\circ$  时，求以  $AB$  为直径的圆的标准方程；

(2) 问是否存在常数  $\lambda$ ，使得  $|AB| + |CD| = \lambda |AB| \cdot |CD|$  恒成立？若存在，求  $\lambda$  的值；若不存在，请说明理由。

20. 已知函数  $f(x) = e^x - ax - 1, a \in \mathbf{R}$ 。

(1) 若  $f(x)$  在区间  $(1, 2)$  上单调，求的  $a$  取值范围；

(2) 设  $a \leq 0$ ，求证：  $x \geq 0$  时，  $f(x) \geq x^2$ 。

21. 试述如何培养学生的合情推理能力和演绎推理能力。

22. 教学设计

阅读下面的材料：人教版高中数学必修二 4.3.2 《空间两点间的距离公式》

距离是几何中的基本度量，几何问题和一些实际问题经常涉及距离，如建筑设计中常常需要计算空间两点间的距离。你能用两点的坐标表示这两点间的距离吗？



类比平面两点间距离公式的推导，你能猜想一下空间两点  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2, z_2)$  间的距离公式吗？

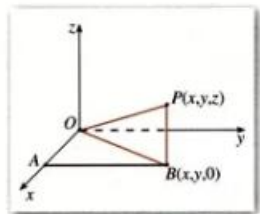


图 4.3-6

现在，我们研究空间两点间的距离。

先看简单的情形。

设在空间直角坐标系中点  $P$  的坐标是  $(x, y, z)$ ，求点  $P$  到坐标原点  $O$  的距离。

如图 4.3-6，设点  $P$  在  $xOy$  平面上的射影是  $B$ ，则点  $B$  的坐标是  $(x, y, 0)$ 。

在  $xOy$  平面上，有  $|OB| = \sqrt{x^2 + y^2}$ 。

在直角  $\triangle OBP$  中，根据勾股定理，

$$|OP| = \sqrt{|OB|^2 + |BP|^2},$$

因为  $|BP| = |z|$ ，所以  $|OP| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 。

这说明，在空间直角坐标系  $O-xyz$  中，任意一点  $P(x, y, z)$  与原点间的距离

$$|OP| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$



如果  $|OP|$  是定长  $r$ ，那么  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$  表示什么图形？

根据材料，回答以下问题。

- (1) 针对该片段，写出教学目标。
- (2) 针对该片段，设计教学过程。

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 【答案】选 B。

【解析】  $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} + 2i = i$ ，所以  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 1$ 。故本题选 B。

2. 【答案】选 B。

【解析】  $\because y = 4x - x^3$ ， $\therefore y' = 4 - 3x^2$ ， $\therefore y'|_{x=-1} = 4 - 3 \times (-1)^2 = 1$ ，因此，曲线  $y = 4x - x^3$

在点  $(-1, -3)$  处的切线方程为  $y + 3 = x + 1$ ，即  $y = x - 2$ 。故本题选 B。

3. 【答案】选 D。

【解析】曲线  $y = e^x$ ， $y = e^{-x}$  的交点坐标为  $(0, 1)$ ，由曲线  $y = e^x$ ， $y = e^{-x}$  以及  $x = 1$  所围成的图形的面积，就是  $\int_0^1 (e^x - e^{-x}) dx = (e^x + e^{-x}) \Big|_0^1 = e + \frac{1}{e} - 2$ ，故本题选 D。

4. 【答案】选 A。

【解析】因  $a \cdot b = -4 = -t$ ， $\therefore t = 4$ ， $\therefore a = (4, 0)$ ， $a + 2b = (2, 2\sqrt{3})$ 。设  $a + 2b$  与  $b$  的的夹角为  $\theta$ ，则： $\cos \theta = \frac{(a + 2b) \cdot b}{|a + 2b| |b|} = \frac{-2 + 6}{4 \times 2} = \frac{1}{2}$ ， $\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$ 。故本题选 A。

5. 【答案】选 D。

【解析】  $\cos^2 \frac{A}{2} = \frac{\cos A + 1}{2} = \frac{b + c}{2c} \Rightarrow \cos A = \frac{b}{c} = \frac{\sin B}{\sin C} = \frac{\sin(A + C)}{\sin C} \Rightarrow \sin A \cos C = 0$   
 $\Rightarrow \cos C = 0 \Rightarrow C = \frac{\pi}{2}$ 。故本题选 D。

6. 【答案】选 A。

【解析】  $PM = 68$ ， $\angle PNM = 45^\circ$ ， $\angle PMN = 15^\circ$ ，在  $\triangle PMN$  中有  
 $\frac{MN}{\sin 120^\circ} = \frac{PM}{\sin 45^\circ} \Rightarrow MN = 34\sqrt{6}$ ， $V = \frac{MN}{4} = \frac{17}{2}\sqrt{6}$  海里/时，故本题选 A。

7. 【答案】选 B。

【解析】因为数列  $\{a_n\}$  是等差数列，由  $a_2 + a_8 = 10$ ，得  $a_5 = 5$ ，又  $a_7 = 11$ ，则  
 $S_{11} = \frac{11(a_1 + a_{11})}{2} = \frac{11(a_5 + a_7)}{2} = 88$ ，故本题选 B。

8. 【答案】选 D。

【解析】问题条件的反面为“若存在实数  $a$ ，对任意实数  $x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$  使得不等式  $|f(x)| < x$  成

立”即  $\forall x \in [\frac{1}{2}, 2], -1 < x + \frac{b}{x} + a < 1$ 。只要  $g(x) = x + \frac{b}{x}$  在  $x \in [\frac{1}{2}, 2]$  上的最大值与最小值之差小于 2 即可。

当  $b \geq 4$  时， $g(\frac{1}{2}) - g(2) < 2$ ，得  $b \in \emptyset$ 。

当  $\frac{1}{4} < b < 4$  时， $\begin{cases} g(2) - 2\sqrt{b} < 2 \\ g(\frac{1}{2}) - 2\sqrt{b} < 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{4} < b < \frac{9}{4}$

当  $b \leq \frac{1}{4}$  时  $g(2) - g(\frac{1}{2}) < 2 \Rightarrow -\frac{1}{3} < b \leq \frac{1}{4}$

所以  $-\frac{1}{3} < b < \frac{9}{4}$

综上可得，所求实数  $b$  的取值范围是  $(-\infty, -\frac{1}{3}] \cup [\frac{9}{4}, +\infty)$ 。故本题选 D。

9. 【答案】选 D。

【解析】《数学史概论》中指出欧拉发现著名公式  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ 。故本题选 D。

10. 【答案】选 B。

【解析】《普通高中数学新课程标准（2017 年版）》指出：高中数学课程以学生发展为本，落实立德树人的根本任务。故本题选 B。

## 二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

11. 【答案】 $2\sqrt{2}$

【解析】根据均值不等式： $a^2 + b^2 \geq 2ab \Rightarrow 2(a^2 + b^2) \geq (a+b)^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2}$

所以有  $\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (1-y)^2} + \sqrt{(1-x)^2 + y^2} + \sqrt{(1-x)^2 + (1-y)^2}$   
 $\geq \frac{x+y}{\sqrt{2}} + \frac{x+1-y}{\sqrt{2}} + \frac{1-x+y}{\sqrt{2}} + \frac{1-x+1-y}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ ，当且仅当  $x=y=\frac{1}{2}$  时取等号。

12. 【答案】9

【解析】利用正弦定理  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$  有： $(2b-c)\cos A = a\cos C \Rightarrow$

$(2\sin B - \sin C)\cos A = \sin A\cos C \Rightarrow \cos A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = \frac{\pi}{3}$ ，所以  $\frac{a}{\sin A} = 2\sqrt{3}$ ，

$b = 2\sqrt{3}\sin B$ ， $c = 2\sqrt{3}\sin C$ ，又  $L = a + b + c = 3 + 2\sqrt{3}\sin B + 2\sqrt{3}\sin C$

$= 3 + 2\sqrt{3}\sin B + 2\sqrt{3}\sin(B + \frac{\pi}{3}) = 3 + 6\sin(B + \frac{\pi}{6})$ ，又  $B \in (0, \frac{2\pi}{3}) \therefore B + \frac{\pi}{6} \in (\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}) \Rightarrow$



$$\sin\left(B + \frac{\pi}{6}\right) \in \left(\frac{1}{2}, 1\right], \therefore L_{\max} = 9.$$

13. 【答案】 2

【解析】 由图象的信息可知  $f(5) + f'(5) = (-5 + 8) + (-1) = 2$ 。

14. 【答案】 审美价值

【解析】 《普通高中数学新课程标准（2017年版）》指出通过高中数学课程的学习，学生能提高学习数学的兴趣，增强学好数学的自信心，养成良好的数学学习习惯，发展自主学习的能力；树立敢于质疑、善于思考、严谨求实的科学精神；不断提高实践能力，提升创新意识；认识数学的科学价值、应用价值、文化价值和审美价值。

15. 【答案】 数学学科素养

【解析】 《普通高中数学新课程标准（2017年版）》指出：数学学科素养是数学课程目标的集中体现，是具有数学基本特征的思维品质、关键能力以及情感、态度与价值观的综合体现，是在数学学习和应用的过程中逐步形成和发展的。

三、解答题（本大题共 7 小题，第 16-20 题每小题 8 分，第 21、22 小题各 10 分，共 60 分）

16. 【答案】 (1)  $\hat{y} = -2x + 20.8$ ；(2) 销售单价为 7 百元（精确到个位数）时，日利润最大。

【解析】 (1) 因为  $\bar{x} = 7$ ， $\bar{y} = \frac{10+8+9+6+1}{5} = 6.8$ ，所以，

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{218 - 5 \times 7 \times 6.8}{255 - 5 \times 49} = -2, \hat{a} = \bar{y} - b\bar{x} = 6.8 - (-2) \times 7 = 20.8, \text{ 于是得到 } y \text{ 关于 } x \text{ 的}$$

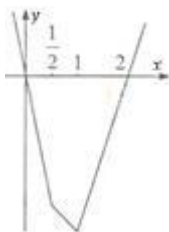
回归直线方程  $\hat{y} = -2x + 20.8$ 。

(2) 销售价为  $x$  时的利润为  $\omega = (x - 4)(-2x + 20.8) = -2x^2 + 28.8x - 83.2$ ，当  $x = \frac{28.8}{2 \times 2} \approx 7$  时，日利润最大。

17. 【答案】 (1)  $\{x | 0 < x < 2\}$  (2)  $a \in (-1, \frac{4}{3}]$

【解析】 (1) 当  $a = -2$  时，不等式  $f(x) < g(x)$  化为  $|2x - 1| + |2x - 2| - x - 3 < 0$ ，设函数

$$y = |2x-1| + |2x-2| - x - 3, \quad y = \begin{cases} -5x, & x < \frac{1}{2} \\ -x-2, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ 3x-6, & x > 1 \end{cases}$$



其图象如图所示，从图象可知，当且仅当  $x \in (0, 2)$  时， $y < 0$ ， $\therefore$  原不等式解集是  $\{x | 0 < x < 2\}$ 。

(2) 当  $x \in \left[-\frac{a}{2}, \frac{1}{2}\right)$  时， $f(x) = 1 + a$ ，不等式  $f(x) \leq g(x)$  化为  $1 + a \leq x + 3$ ， $\therefore x \geq a - 2$  对  $x \in \left[-\frac{a}{2}, \frac{1}{2}\right)$  都成立，故  $-\frac{a}{2} \geq a - 2$ ，即  $a \leq \frac{4}{3}$ ， $\therefore a$  的取值范围为  $\left[-1, \frac{4}{3}\right]$ 。

18. 【答案】(1)  $a_n = 2^n$ ;  $b_n = n$ ; (2)  $T_n = (n-1)2^{n+1} + 2 (n \in \mathbf{N}^*)$

【解析】(1) 由  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = 2a_n$ ，得  $a_n = 2^n$ 。当  $n=1$  时， $b_1 = b_2 - 1$ ，故  $b_2 = 2$ 。当  $n \geq 2$  时， $\frac{1}{n}b_n = b_{n+1} - b_n$ ，整理得  $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{n+1}{n}$ ，所以  $b_n = n$ 。

(2) 由 (1) 知， $a_n b_n = n \cdot 2^n$ ，所以  $T_n = 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + n \cdot 2^n$ ，

$$2T_n = 2^2 + 2 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^4 + \cdots + (n-1) \cdot 2^n + n \cdot 2^{n+1},$$

所以  $T_n - 2T_n = -T_n = 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n - n \cdot 2^{n+1} = (1-n)2^{n+1} - 2$ ，所以  $T_n = (n-1)2^{n+1} + 2$ 。

19. 【答案】(1)  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 16$ ; (2) 存在  $\lambda = \frac{1}{4}$ ，使得  $|AB| + |CD| = \lambda |AB| \cdot |CD|$  恒

成立，详见解析。

【解析】(1) 由题意可设  $AB$  的方程为  $y = x - 1$ ，代入  $\Omega$  可得  $x^2 - 6x + 1 = 0$ 。所以，由韦达定理得  $x_1 + x_2 = 6$ ，所以  $y_1 + y_2 = x_1 + x_2 - 2 = 4$ 。所以  $AB$  的中点坐标为  $(3, 2)$ ，即圆心坐标为  $(3, 2)$ 。又  $|AB| = x_1 + x_2 + p = 6 + 2 = 8$ ，所以半径  $r = 4$ ，所以以  $AB$  为直径的圆的方程为  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 16$ 。

(2) 假设存在常数  $\lambda$ ，使得  $|AB| + |CD| = \lambda |AB| \cdot |CD|$  恒成立。设直线  $AB$  的方程为



$y = k(x-1)$ ，则直线  $CD$  的方程为  $y = -\frac{1}{k}(x-1)$ 。将  $AB$  的方程代入  $\Omega$  得：

$k^2x^2 - (2k^2 + 4)x + k^2 = 0$ 。由韦达定理得： $x_1 + x_2 = \frac{2k^2 + 4}{k^2}$ ， $x_1x_2 = 1$ ，所以

$|AB| = \sqrt{1+k^2} \cdot \sqrt{(x_1+x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2} = \frac{4(k^2+1)}{k^2}$ 。同理可得  $|CD| = 4(k^2+1)$ 。

所以  $\lambda = \frac{1}{|AB|} + \frac{1}{|CD|} = \frac{k^2}{4(k^2+1)} + \frac{1}{4(k^2+1)} = \frac{1}{4}$ 。因此，存在  $\lambda = \frac{1}{4}$ ，使得  $|AB| + |CD| = \lambda|AB| \cdot |CD|$

恒成立。

20. 【答案】(1)  $a \leq e$  或  $a \geq e^2$ ；(2) 见解析

【解析】(1)  $\because f'(x) = e^x - a$  是增函数，又  $\because f(x)$  在区间  $(1,2)$  上单调， $\therefore f'(1) = e - a \geq 0$  或  $f'(2) = e^2 - a \leq 0$ 。 $\therefore a \leq e$  或  $a \geq e^2$ 。

(2) 令  $g(x) = f(x) - x^2 = e^x - ax - 1 - x^2$ ， $\because \varphi(x) = g'(x) = e^x - a - 2x$ ， $\varphi'(x) = e^x - 2$ 。  
 $\therefore x \in (-\infty, \ln 2)$  时， $\varphi(x)$  是减函数， $x \in (\ln 2, +\infty)$  时， $\varphi(x)$  是增函数。 $\therefore x = \ln 2$  时，  
 $\varphi(x)_{\min} = 2 - a - 2\ln 2 = 2\ln \frac{e}{2} - a$ ， $\because a \leq 0$ ， $\therefore \varphi(x)_{\min} = 2\ln \frac{e}{2} - a > 0$ ， $\therefore g(x) = f(x) - x^2$  在  
 $x \geq 0$  时是增函数。 $\therefore g(x) \geq g(0) = f(0) = 0$ ，即  $f(x) \geq x^2$ 。

21. 【参考答案】新课标在数学思考的目标表述中明确指出要发展合情推理能力和演绎推理能力。合情推理是根据已有的知识和经验，在某种情境和过程中推出可能性结论的推理，演绎推理是从一般性的原理出发，推出某个特殊情况下的结论的推理。

(1) 在数学教学中，要让学生说理，养成学生推理有据的好习惯。

(2) 在数学概念、数学公式、数学解题过程中始终贯穿合情推理和演绎推理，发挥学生的主动性，多让学生思考和探究，培养学生的合情推理能力和演绎推理能力。

(3) 数学来源于生活，不应局限在课堂中，课外需恰当的组织指导学生学习。

22. 【参考答案】

(1) 教学目标：①掌握空间两点的距离公式由来及应用；②经历自主推导空间两点的距离公式的过程，提高推理能力，知识迁移能力；③感受数学的逻辑魅力，更加热爱数学。

(2) 教学过程

(一) 问题导入

教师提出问题 (1) 平面两点间的距离公式？(2) 给你一块砖，你如何量出它的对角线长，说明你的理由。(3) 建筑设计中常常要计算空间两点间的距离公式，你能用两点的坐标

表示这两点间的距离吗？

(二) 讲授新课

1. 空间两点的距离公式

教师引导学生结合平面两点间的距离公式，猜想空间两点  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2, z_2)$  间的距离公式，并试着证明猜想。

教师安排学生上讲台板演证明过程，检测学生的逻辑是否严谨。并给予评价。

2. 提出问题：如果  $|OP|$  是定长  $r$ ，那么  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$  表示什么图形？学生先自主思考，然后小组交流讨论想法。

(三) 及时演练，加深印象

PPT 呈现题目：已知  $A(x, 2, 3)$ 、 $B(5, 4, 7)$ ，且  $|AB| = 6$ ，求  $x$  的值。学生利用所学公式解得  $x = 1$  或  $x = 9$ 。

(四) 小结作业

1. 引导学生总结本节课所学。

2. 作业：课下根据本节课所学，自编一道题目。