# 2020年教师招聘考试中学数学模拟题

总分：100分　　考试时间：120分钟

## 一、单项选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1.i是虚数单位，若集合$S=\{-1,0,1\}$，则（　）

A.$i\in S$　　B.$i^2\in S$　　C.$i^3\in S$　　D.$\frac{2}{i}\in S$

2.$\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^5$的展开式中$x^4$的系数为（　）

A.10　　B.20　　C.40　　D.80

3.用数学归纳法证明$1^2+2^2+\cdots+(n-1)^2+n^2+(n-1)^2+\cdots 2^2+1^2=\frac{n(2n^2+1)}{3}$时，由$n=k$时的假设到证明$n=k+1$时，等式左边应添加的式子是（　）

A.$(k+1)^2+2k^2$　　B.$(k+1)^2+k^2$

C.$(k+1)^2$　　D.$\frac{1}{3}(k+1)\left[2(k+1)^2+1\right]$

4.若一组数据的茎叶图如图，则该组数据的中位数是（　）

| | |
|---|---|
| 7 | 0 1 2 6 |
| 8 | 2 2 5 7 |

A.79　　B.79.5　　C.80　　D.81.5

5.设抛物线$y=\frac{1}{4}x^2$的焦点为$F$，点$P$在抛物线上，则“$|PF|=3$”是“点$P$到$x$轴的距离为2”的（　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

6.已知离散型随机变量$X$的分布列如图，则常数$c$为（　）

| $X$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $P$ | $9c^2-c$ | $3-8c$ |

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{1}{3}$或$\frac{2}{3}$　　D. $\frac{1}{4}$

7.在满分为15分的中招信息技术考试中，初三学生的分数$x\sim N\left(11,2^2\right)$，若某班共有54名学生，则这个班的学生该科考试中13分以上的人数大约为（　　）（附：$P(\mu-\sigma<X\leq\mu+\sigma)=0.6827$）

A.6　　B.7　　C.9　　D.10

8.某地举办科技博览会，有3个场馆，现将24个志愿者名额分配给这3个场馆，要求每个场馆至少有一个名额且各场馆名额互不相同的分配方法共有（　　）种。

A. 222　　B. 253　　C. 276　　D. 284

9.我国元代数学著作《四元玉鉴》的作者是（　　）

A.秦九韶　　B.杨辉　　C.朱世杰　　D.贾宪

10.数学课程目标包括结果目标和过程目标。结果目标使用“了解、理解、掌握、（　　）”等术语表述。

A.运用　　B.经历　　C.体验　　D.探索

**二、填空题（本大题共5小题，每小题2分，共10分）**

11.函数$y=\sin x+e^x$在点$(0,1)$处的切线方程是_______。

12.我国古代数学名著《九章算术》的论割圆术中有：“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆周合体而无所失矣.”它体现了一种无限与有限的转化过程：比如在表达式$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{\cdots}}}$中“$\cdots$”即代表无限次重复，但原式却是个定值，它可以通过方程$2+x=x^2$求得$x=2$，即$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{\cdots}}}=2$。类似上述过程，则$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cdots}}=$_______。

13.若椭圆$C$：$\frac{x^2}{m^2+1}+\frac{y^2}{m}=1(m>0)$的焦距为$2\sqrt{3}$，则椭圆$C$的长轴长为_______。

14.已知样本数据为40，42，40，$a$，43，44，且这个样本的平均数为43，则该样本的标准差为_______。

15.《义务教育数学课程标准（2011年版）》评价结果的呈现应采用定性与定量相结合的方式。第一学段的评价应当以_______为主。

**三、解答题（本大题共7小题，第16-20题每小题8分，第21、22题每小题10分，共60分）**

16.已知在$\triangle ABC$中，角$A$，$B$，$C$的对边分别为$a$，$b$，$c$，且$a\sin B+b\cos A=0$。

（1）求角 $A$ 的大小；

（2）若 $a=2\sqrt{5},b=2$，求△$ABC$ 的面积。

17.已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=\frac{1}{4}$，$a_{n+1}=\frac{1}{4(1-a_n)}$。

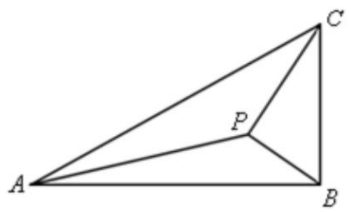
（1）设 $b_n=\frac{2}{2a_n-1}$，求证：数列$\{b_n\}$是等差数列；

（2）求证：$\frac{a_2}{a_1}+\frac{a_3}{a_2}+\cdots+\frac{a_{n+1}}{a_n}<n+\frac{3}{4}$。

18.如图，在△$ABC$ 中，∠$ABC$=90°，$AB=\sqrt{3}$，$BC$=1，$P$ 为△$ABC$ 内一点，∠$BPC$=90°。

（1）若 $PB=\frac{1}{2}$，求 $PA$；

（2）若∠$APB$＝150°，求 tan∠$PBA$。




19.已知 $O$ 为坐标原点，过点 $M(1,0)$ 的直线 $l$ 与抛物线 $C$： $y^2=2px(p>0)$ 交于 $A$， $B$ 两点，且 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-3$。

（1）求抛物线 $C$ 的方程；

（2）过点 $M$ 作直线 $l'\perp l$ 交抛物线 $C$ 于 $P$，$Q$ 两点，记△$OAB$，△$OPQ$ 的面积分别为 $S_1$，$S_2$，证明：$\frac{1}{S_1^2}+\frac{1}{S_2^2}$ 为定值。

20.已知函数 $f(x)=x(\ln x+a)+b$，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,\ f(1))$ 处的切线为 $2x-y-1=0$。

（1）求 $a$， $b$ 的值；

（2）若对任意的 $x\in(1,+\infty)$， $f(x)\geq m(x-1)$ 恒成立，求正整数 $m$ 的最大值。

21.案例分析

王××，女，是某乡镇初中的学生，性格内向，学习成绩在班内居上游，只是数学成绩不稳定，但初一时在数学教师刘老师的帮助下，对学习数学仍然充满信心，决心让自己的各科都达到优秀。进入初二后，刘老师请了病假，由刚从学校毕业的张老师任他们的数学课。王××感到很不适应，第一次期中考试时，她只考了 52 分。在发数学试卷时，张老师读着名

字和分数，让学生按从高分到低分的顺序，一个一个到讲台上去领。当王××走到讲台上时，张老师拎着她的试卷大声说:“也长这么大了，才考这几分，知不知道丢人? 我看你呀，还不如回家种地去!”

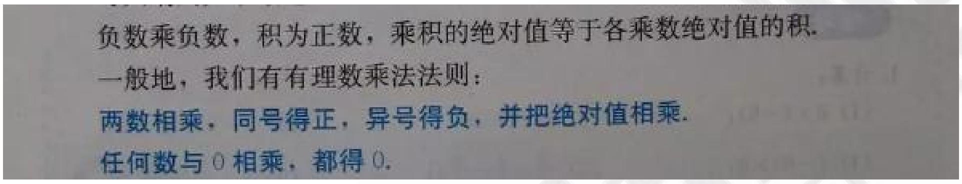
王××从此再也不愿上张老师的课，数学成绩也没再及格过，其他各科成绩也都受到影响。初中毕业后，只好以高价生的身份到县二中就读。

阅读以上材料，回答下面问题：

请你从教育教学方面分析张老师的做法。

22.教学设计

阅读下面的材料：人教版初中数学七年级 1.4.1《有理数的乘法》


负数乘负数，积为正数，乘积的绝对值等于各乘数绝对值的积.
一般地，我们有有理数乘法法则：
两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.
任何数与 0 相乘，都得 0.

《义务教育数学课程标准（2011 版）》指出：实行启发式教学有助于落实学生的主体地位和发挥教师的主导作用。创设情境、设计问题，引导学生自主探索、合作交流；组织学生操作实验、观察现象、提出猜想、推理论证等，都能有效地启发学生的思考，使学生成为学习的主体，逐步学会学习。

（1）针对该片段，写出教学目标。

（2）根据上述截图设计教学过程。该教学过程要求：教师引导学生自己归纳总结出有理数乘法法则，充分发挥学生主体地位。

# 答案及解析

**一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）**

1.【答案】选 B。

【解析】由 $i^2=-1$ 可得，$i^2\in S$，$i\notin S$，$i^3=-i\notin S$，$\frac{2}{i}=-2i\notin S$。故本题选 B。

2.【答案】选 C。

【解析】由题可得 $T_{r+1}=C_5^r\left(x^2\right)^{5-r}\left(\frac{2}{x}\right)^r=C_5^r\times 2^r\times x^{10-3r}$，令 $10-3r=4$，则 $r=2$，所以 $C_5^r\times 2^r=C_5^2\times 2^2=40$。故本题选 C。

3.【答案】选 B。

【解析】因为当 $n=k$ 时，等式的左边是 $1^2+2^2\cdots+(k-1)^2+k^2+(k-1)^2+\cdots+2^2+1^2$，所以当 $n=k+1$ 时，等式的左边是 $1^2+2^2\cdots+(k-1)^2+k^2+(k+1)^2+k^2+(k-1)^2+\cdots+2^2+1^2$，多增加了 $(k+1)^2+k^2$。故本题选 B。

4.【答案】选 A。

【解析】由题意，根据给定的茎叶图可知，原式数据为：70,71,72,76,82,82,85,87 再根据中位数的定义，可得熟记的中位数为 $\frac{76+82}{2}=79$。故本题选 A。

5.【答案】选 C。

【解析】由题意，抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 可化为 $x^2=4y$，则 $2p=4$，即 $p=2$，设点 $P$ 的坐标为 $(x,\ y)$，因为 $|PF|=3$，根据抛物线的定义可得，点 $P$ 到其准线的距离为 $y+\frac{p}{2}=3$，解得 $y=2$，即点 $P$ 到 $x$ 轴的距离为 2，所以充分性是成立的；又由若点 $P$ 到 $x$ 轴的距离为 2，即 $y=2$，则点 $P$ 到其准线的距离为 $2+1=3$，根据抛物线的定义，可得点 $P$ 到抛物线的焦点的距离为 3，即 $|PF|=3$，所以必要性是成立的，即“$|PF|=3$”是“点 $P$ 到 $x$ 轴的距离为 2”的充要条件。故本题选 C。

6.【答案】选 A。

【解析】由随机变量的分布列知，$9c^2-c\geq 0$，$3-8c\geq 0$，$9c^2-c+3-8c=1$，$\therefore c=\frac{1}{3}$。

故本题选 A。

7.【答案】选 C。

【解析】因为其中数学考试成绩 $X$ 服从 $X \sim N(11,2^2)$ 正态分布，因为 $P(\mu-\sigma<X\leq\mu+\sigma)=0.6827$，即 $P(11-2<X\leq11+2)=0.6827$，根据正态分布图象的对称性，可得 $P(X\geq11+2)=\dfrac{1-0.6827}{2}=0.1355$，所以这个班级中数学考试成绩在 13 分以上的人数大约为 $54\times0.1355\approx9$ 人。故本题选 C。

8.【答案】选 A。

【解析】每个场馆至少有一个名额的分法为 $C_{23}^2=253$ 种，至少有两个场馆的名额相同的分配方法有（1，1，22），（2，2，20），（3，3，18），（4，4，16），（5，5，14），（6，6，12），（7，7，10），（8，8，8），（9，9，6），（10，10，4），（11，11，2），再对场馆分配，共有 $3C_{10}^1+1=31$ 种，所以每个场馆至少有一个名额且各校名额互不相同的分配方法共有 $253-31=222$ 种，故本题选 A。

9.【答案】选 C。

【解析】《数学史概论》中指出我国元代数学著作《四元玉鉴》的作者是朱世杰。故本题选 C。

10.【答案】选 A。

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》指出数学课程目标包括结果目标和过程目标。结果目标使用“了解、理解、掌握、运用”等术语表述。故本题选 A。

**二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）**

11.【答案】$2x-y+1=0$

【解析】$y=\sin x+e^x$ 的导数为 $y'=\cos x+e^x$，在点(0，1)处的切线斜率为 $k=\cos0+e^0=2$，即有在点（0，1）处的切线方程为 $2x-y+1=0$。

12.【答案】$\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

【解析】由已知，令 $1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\cdots}}=x(x>0)$，则 $1+\dfrac{1}{x}=x$，所以 $x^2-x-1=0$，解得 $x=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ 或 $x=\dfrac{-\sqrt{5}+1}{2}$（舍）。

13.【答案】$2\sqrt{5}$

【解析】由题意，椭圆 $C:\frac{x^2}{m^2+1}+\frac{y^2}{m}=1(m>0)$ 的焦距为 $2\sqrt{3}$，则 $m^2+1-m=(\sqrt{3})^2$，解得 $m=2$，所以 $m^2+1=5$，所以椭圆 $C$ 的长轴长为 $2\sqrt{m^2+1}=2\sqrt{5}$。

14.【答案】$\frac{2\sqrt{21}}{3}$

【解析】由平均数的公式，得 $\frac{1}{6}(40+42+40+a+43+44)=43$，得 $a=49$，所以方差为 $s^2=\frac{1}{6}[(40-43)^2+(42-43)^2+(40-43)^2+(43-43)^2+(43-43)^2+(44-43)^2]=\frac{28}{3}$，所以样本的标准差为 $s=\frac{2\sqrt{21}}{3}$。

15.【答案】描述性评价

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》评价结果的呈现应采用定性与定量相结合的方式。第一学段的评价应当以描述性评价为主。

**三、解答题（本大题共 7 小题，第 16-20 题每小题 8 分，第 21、22 题每小题 10 分，共 60 分）**

16.【答案】（1）$A=\frac{3\pi}{4}$；（2）$S=2$。

【解析】（1）在△ $ABC$ 中，由正弦定理得 $\sin A\sin B+\sin B\cos A=0$，即 $\sin B(\sin A+\cos A)=0$，又角 $B$ 为三角形内角，$\sin B\neq 0$，所以 $\sin A+\cos A=0$，即 $\sqrt{2}\sin(A+\frac{\pi}{4})=0$，又因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\frac{3\pi}{4}$。

（2）在△ $ABC$ 中，由余弦定理得：$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A$，则 $20=4+c^2-4c\cdot(-\frac{\sqrt{2}}{2})$，即 $c^2+2\sqrt{2}c-16=0$，解得 $c=-4\sqrt{2}$（舍）或 $c=2\sqrt{2}$，又 $S=\frac{1}{2}bc\sin A$，所以 $S=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2$。

17.【答案】（1）见解析；（2）见解析。

【解析】

（1）证明∵ $a_{n+1}=\frac{1}{4(1-a_n)}$，$b_n=\frac{2}{2a_n-1}$，∴ $b_{n+1}=\frac{2}{2a_{n+1}-1}=\frac{2}{\frac{2}{4(1-a_n)}-1}=\frac{2}{2a_n-1}-2=b_n-2$，∴ $b_{n+1}-b_n=-2$ 又 $a_1=\frac{1}{4}$，∴ $b_1=\frac{2}{2a_1-1}=-4$，∴数列 $\{b_n\}$ 是首项为 $-4$，公差为 $-2$ 的等差数列。

（2）$\frac{2}{2a_1-1}=-2n-2$，$\therefore a_n=\frac{1}{2}-\frac{1}{2n+2}=\frac{n}{2(n+1)}$，由于 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n+1}{2(n+2)}\cdot\frac{2(n+1)}{n}$

$=\frac{(n+1)^2}{n(n+2)}=1+\frac{1}{n(n+2)}=1+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$，

$\therefore\frac{a_2}{a_1}+\frac{a_3}{a_2}+\cdots+\frac{a_{n+1}}{a_n}=n+\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$

$=n+\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)<n+\frac{3}{4}$。

18.【答案】（1）$\frac{\sqrt{7}}{2}$；（2）$\frac{\sqrt{3}}{4}$。

【解析】（1）由已知得 $\angle PBC=60°$，所以 $\angle PBA=30°$，在 $\triangle PBA$ 中，由余弦定理得 $PA^2=3+\frac{1}{4}-2\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}\cos 30°=\frac{7}{4}$。故 $PA=\frac{\sqrt{7}}{2}$。

（2）设 $\angle PBA=\alpha$，由已知得 $PB=\sin\alpha$，在 $\triangle PBA$ 中，由正弦定理得 $\frac{\sqrt{3}}{\sin 150°}=\frac{\sin\alpha}{\sin(30°-\alpha)}$，化简得 $\sqrt{3}\cos\alpha=4\sin\alpha$。所以 $\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{4}$，即 $\tan\angle PBA=\frac{\sqrt{3}}{4}$。

19.【答案】（1）$y^2=4x$；（2）见解析。

【解析】（1）设直线 $l$：$x=my+1$，与 $y^2=2px$ 联立消 $x$ 得，$y^2-2pmy-2p=0$。

设 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，则 $y_1+y_2=2pm$，$y_1y_2=-2p$。因为 $g(x)$，所以 $\overline{OA}\cdot\overline{OB}=x_1x_2+y_1y_2=(my_1+1)(my_2+1)+y_1y_2=(1+m^2)y_1y_2+m(y_1+y_2)+1$

$=(1+m^2)(-2p)+2pm^2+1=-2p+1=-3$，解得 $p=2$。所以抛物线 $C$ 的方程为 $y^2=4x$。

（2）由（1）知 $M(1,0)$ 是抛物线 $C$ 的焦点，所以 $|AB|=x_1+x_2+p=my_1+my_2+2+p=4m^2+4$。原点到直线 $l$ 的距离 $d=\frac{1}{\sqrt{1+m^2}}$，所以 $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{\sqrt{1+m^2}}\times 4(m^2+1)=2\sqrt{1+m^2}$。因为直线 $l'$ 过点 $(1,0)$ 且 $l'\perp l$，所以 $S_{\Delta OPQ}=2\sqrt{1+\left(\frac{1}{m}\right)^2}=2\sqrt{\frac{1+m^2}{m^2}}$。所以 $\frac{1}{S_1^2}+\frac{1}{S_2^2}=\frac{1}{4(1+m^2)}+\frac{m^2}{4(1+m^2)}=\frac{1}{4}$。即 $\frac{1}{S_1^2}+\frac{1}{S_2^2}$ 为定值 $\frac{1}{4}$。

20.【答案】（1）$a=1$，$b=0$；（2）3。

【解析】（1）由 $f(x)=x(\ln x+a)+b$ 得：$f'(x)=\ln x+a+1$

由切线方程可知：$f(1)=2-1=1$，$\therefore f'(1)=a+1=2$，$f(1)=a+b=1$，解得：$a=1$，$b=0$

（2）由（1）知 $f(x)=x(\ln x+1)$，则 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f(x)\geq m(x-1)$ 恒成立等价于 $x\in(1,+\infty)$ 时，$m\leq\dfrac{x(\ln x+1)}{x-1}$ 恒成立。令 $g(x)=\dfrac{x(\ln x+1)}{x-1}$，$x>1$，则 $g'(x)=\dfrac{x-\ln x-2}{(x-1)^2}$，

令 $h(x)=x-\ln x-2$，则 $h'(x)=1-\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-1}{x}$。

$\therefore$ 当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，则 $h(x)$ 单调递增。$\because h(3)=1-\ln 3<0$，$h(4)=2-2\ln 2>0$，

$\therefore \exists x_0\in(3,4)$，使得 $h(x_0)=0$；

当 $x\in(1,\ x_0)$ 时，$g'(x)<0$；$x\in(x_0,+\infty)$ 时，$g'(x)>0$，$\therefore g(x)_{\min}=g(x_0)=\dfrac{x_0(\ln x_0+1)}{x_0-1}$，

$\because h(x_0)=x_0-\ln x_0-2=0$，$\therefore \ln x_0=x_0-2$，

$\therefore g(x)_{\min}=g(x_0)=\dfrac{x_0(x_0-2+1)}{x_0-1}=x_0\in(3,4)$。$\therefore m\leq x_0\in(3,4)$，即正整数 $m$ 的最大值为 3。

21.【参考答案】

杜威说过:“希望得到尊重是人类天性中最深刻的冲动。”苏霍姆林斯基说:“儿童的尊严，是人类最敏感的角落，保护儿童的自尊心，就是保护儿童前进的潜力。”作为一个老师必须尊重学生。

本案例中张老师在王同学考试成绩不好的情况下，当着所有学生对其直接进行言语侮辱，这严重打击了学生的自信心，没有尊重学生。

课程标准指出评价应以鼓励性评价为主，所以应向刘老师一样，对成绩差的学生不断鼓励，表扬，提升学生自信心，增加学生对数学的热爱。

22.【参考答案】

（1）教学目标:

①知识与技能目标：理解有理数加法的意义，掌握有理数加法法则，并能正确运用法则进行有理数加法的运算。

②过程与方法目标：通过学生经历探索有理数加法法则的过程，培养学生的数学的转化思想；通过在小组合作交流的过程中，提高学生的探究能力。

③情感、态度与价值观目标：学生体会数学源于生活，生活需要数学，从而提高数学的学习兴趣。

（2）教学过程

（一）游戏导入——引出有理数乘除法。

设置抢答游戏：PPT 呈现 3×4＝，4×4＝，……这样比较简单的题目，学生很快回答。接下来请学生大胆猜一猜 $(-3)\times 4$ 等于多少，从而引出本节课的内容。

（二）体验内化、探求新知——认识有理数乘法

环节一：激发兴趣 合作探索

首先，用多媒体展示下列情景：一只蜗牛沿直线 L 爬行，它现在的位置恰在 L 上的 O 点。

（1）如果蜗牛一直以每分钟 2 cm 的速度向右爬行，那么 3 分钟后蜗牛在什么位置?

（2）如果蜗牛一直以每分钟 2 cm 的速度向左爬行，那么 3 分钟后蜗牛在什么位置？

（3）如果蜗牛一直以每分钟 2 cm 的速度向右爬行，那么 3 分钟前蜗牛在什么位置？

（4）如果蜗牛一直以每分钟 2 cm 的速度向左爬行，那么 3 分钟前蜗牛在什么位置？

规定：向右为正，向左为负。为区分时间，我们规定：现在前为负，现在后为正。

引导学生进行交流讨论，并列出乘法算式及结果。

学生可能得到如下的结果：

$(+2)\times(+3)=+6$

$(-2)\times(+3)=-6$

$(+2)\times(-3)=-6$

$(-2)\times(-3)=+6$

环节二：小组交流 深入思考

多媒体展示第二组图片，如果用正号表示水位上升，用负号表示水位下降。由于深圳近 4 天来都没有下雨，导致深圳某水库的水位平均每天下降 3 厘米，那么这 4 天该水库的水位变化总体情况如何？用式子如何表示？引导学生小组合作探究，同时对学生们的发言给予实时的评价。最后师生得出结论：$(-2)\times(+4)=-12$。

环节五：总结规律：

引导学生观察上面的式子及 PPT 上呈现的其他乘法算式（这些算式中有其中一个乘数是 0

的式子），试着总结有理数乘法的规律：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。任何数与 0 相乘，都得 0。

（三）回归生活、巩固应用——巩固有理数乘法

PPT 呈现题目有理数的乘法算式，学生巩固所学。

（四）小结作业

1.引导学生总结本节课所学。

2.作业：学生自编一道有理数乘除法的应用题，下节课进行课堂交流。