2020年教师招聘考试中学数学模拟题

总分：100分　　考试时间：120分钟

一、单项选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1.已知i为虚数单位，复数$z=2\mathrm{i}+\dfrac{9-3\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$，则$|z|=$（　）

A. $2+3\sqrt{5}$　　B. $\dfrac{\sqrt{202}}{2}$　　C. 5　　D. 25

2.若函数$f(x)=x^2$，设$a=\log_5 4$，$b=\log_{\frac{1}{5}}\dfrac{1}{3}$，$c=2^{\frac{1}{5}}$，则$f(a)$，$f(b)$，$f(c)$的大小关系（　）

A. $f(a)>f(b)>f(c)$　　B. $f(b)>f(c)>f(a)$

C. $f(c)>f(b)>f(a)$　　D. $f(c)>f(a)>f(b)$

3.下列说法正确的是（　）

A.若命题p，$\neg q$均为真命题，则命题$p\wedge q$为真命题。

B.“若$\alpha=\dfrac{\pi}{6}$，则$\sin\alpha=\dfrac{1}{2}$”的否命题是“若$\alpha=\dfrac{\pi}{6}$，则$\sin\alpha\neq\dfrac{1}{2}$”。

C.在△ABC，“$C=\dfrac{\pi}{2}$”是“$\sin A=\cos B$”的充要条件。

D.命题p：“$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^{\ 2}-x_0-5>0$”的否定为$\neg p$：“$\forall x\in R$，$x^2-x-5\leq 0$”。

4.已知函数$f(x)=\begin{cases}2^x+1, & x\leq 0\\ \log_{\frac{1}{2}}x, & x>0\end{cases}$，且$f\left(m-\dfrac{1}{2}\right)=0$，则不等式$f(x)>m$的解集为（　）

A. $\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　B. $\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)$　　C. $\left(-1,\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)$　　D. $(-1,+\infty)$

5.在△ABC中，D为BC边上一点，且$AD\perp BC$，向量$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$与向量$\overrightarrow{AD}$共线，若$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{10}$，$|\overrightarrow{BC}|=2$，$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=0$，则$\dfrac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{CG}|}=$（　）

A.3　　B. $\sqrt{5}$　　C.2　　D. $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

6.已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的一条渐近线方程为 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}x$，则该双曲线的离心率为（　　）

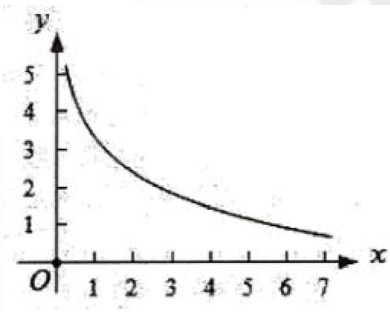
A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\sqrt{3}$

7.甲乙两人同时从寝室到教室，甲一半路程步行，一半路程跑步，乙一半时间步行，一半时间跑步，如果两人步行速度、跑步速度均相同，则（　　）

A.甲先到教室　　B.乙先到教室

C.两人同时到教室　　D.谁先到教室不确定

8.函数 $y=f(x)$ 的图象如图所示，$f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数，下列数值排序正确的是（　　）



A. $f'(2)<f'(3)<f(3)-f(2)<0$　　B. $f'(3)<f'(2)<f(3)-f(2)<0$

C. $f(3)-f(2)<f'(3)<f'(2)<0$　　D. $f'(2)<f(3)-f(2)<f'(3)<0$

9.1834 年有位数学家发现了一个处处连续但处处不可微的函数例子，这位数学家是（　　）

A.高斯　　B.波尔查诺　　C.魏尔斯特拉斯　　D.柯西

10.2011 年《义务教育数学课程标准》指出：在各学段中，安排了四个部分的课程内容："数与代数"、"（　　）"、"统计与概率"、"综合与实践"。

A.图形与几何　　B.图像与几何　　C.立体与几何　　D.图像与立体

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

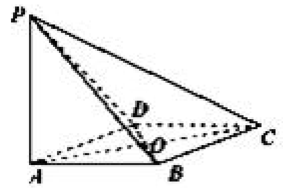
11.设抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，点 M 在 C 上，$|MF|=5$，若以 MF 为直径的圆过点 $(0,2)$，则 $p=$_______。

12.已知 i 是虚数单位，若 $z(1-\mathrm{i})=2\mathrm{i}$，则 $|z|=$_______。

13.若函数 $f(x)=kx-\ln x$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上为单调增函数，则 k 的取值范围是_______。

14.如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形，$\angle BAD=60°$，侧棱 $PA\perp$ 底面 $ABCD$，

$AB=\sqrt{3}$，$PA=2$，则异面直线 AC 与 PB 所成角的余弦值为_______。



15.《义务教育数学课程标准（2011 年版）》指出空间观念主要是指

①根据物体特征抽象出几何图形，根据几何图形想象出所描述的实际物体；②想象出物体的方位和相互之间的位置关系；③描述图形的运动和变化；④依据语言的描述画出图形等；⑤借助几何直观可以把复杂的数学问题变得简明、形象，有助于探索解决问题的思路，预测结果；⑥几何直观可以帮助学生直观地理解数学，在整个数学学习过程中都发挥着重要作用。

以上正确的是_______。

三、解答题（本大题共 7 小题，第 16-20 题每小题 8 分，第 21、22 题每小题 10 分，共 60 分）

16.请用综合法和分析法两种不同的方法证明：

（1）如果 $a, b>0$，则 $\lg\dfrac{a+b}{2}\geq\dfrac{\lg a+\lg b}{2}$；

（2）$2\sqrt{2}-\sqrt{7}>\sqrt{10}-3$。

17.在△ABC 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c，且 $a\sin B+\sqrt{3}b\cos A=0$。

（1）求 A 的大小；

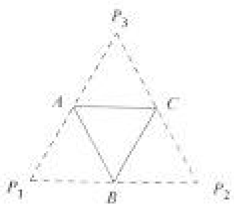
（2）若 $a=\sqrt{7}$，$b=3$，求△ABC 的面积。

18.设 $a>0$ 且 $a\neq1$，函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2-(a+1)x+a\ln x$。

（1）当 $a=2$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在 $(3, f(3))$ 处切线的斜率；

（2）求函数 $f(x)$ 的极值点.

19.底面边长为 2 的正三棱锥 $P-ABC$，其表面展开图是三角形 $P_1P_2P_3$，如图，求△$P_1P_2P_3$ 的各边长及此三棱锥的体积 V。



20.已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，过点 $P(0,1)$ 作斜率为 k 的直线 l 交椭圆 E 于 A，B 两点，当直线垂直于 y 轴时，$|AB|=2\sqrt{6}$。

（1）求椭圆 E 的方程。

（2）当 k 变化时，在 x 轴上是否存在点 $M(m,0)$，使得△AMB 是以 AB 为底的等腰三角形？若存在，求出 m 的取值范围；若不存在，说明理由。

21.案例分析

为引出单项式概念，教师在复习了代数式的概念后，要求学生讨论黑板上的三个代数式 $7m$，$-a$，x^2 的共同点，希望学生能回答出“都具有数与字母的积或字母与字母的积的特点”。

生 1：都是未知数

师：这里不叫未知数，叫字母。

生 2：都是两个字母的相乘，或数与字母相乘。

师：对，还有呢？

生 3：都有很多字母。

师：（摇摇头）

生 4：都是整式。

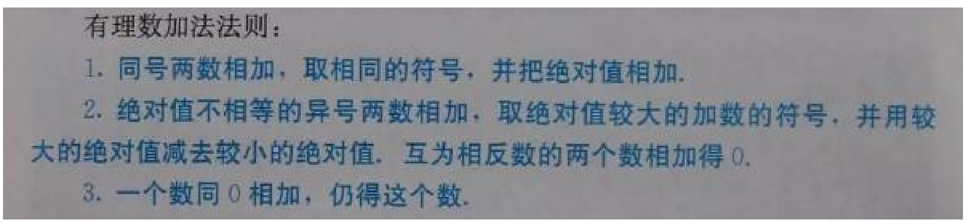
生 5：字母取任意一个数都可以。

生 6：它们算起来比较简便。

学生的回答是非常踊跃的，思维是开放的，但对教师想得出的结论就是"启而不发”。你试着从评价的角度为什么会出现这种问题？

22.教学设计

阅读下面的材料：人教版初中数学七年级 1.3.1《有理数的加法》


有理数加法法则：

1. 同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加.

2. 绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值．互为相反数的两个数相加得 0.

3. 一个数同 0 相加，仍得这个数.

《义务教育数学课程标准（2011 版）》指出：实行启发式教学有助于落实学生的主体地位和发挥教师的主导作用。创设情境、设计问题，引导学生自主探索、合作交流；组织学生操作实验、观察现象、提出猜想、推理论证等，都能有效地启发学生的思考，使学生成为学习的主体，逐步学会学习。

（1）针对该片段，写出教学目标。

（2）依据上述素材和要求，请你创设合理的情境，撰写一份教学过程。（可以借助数轴这个工具，使得学生理解有理数加法法则）

答案及解析

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1.【答案】选 C。

【解析】对复数z进行化简 $z=2\mathrm{i}+\dfrac{9-3\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=2\mathrm{i}+\dfrac{(9-3\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{2}=3-4\mathrm{i}$，所以$|z|=\sqrt{3^2+4^2}=5$。故本题选 C。

2.【答案】选 D。

【解析】根据题意，函数 $f(x)=x^2$，是二次函数，其对称轴为 y 轴，且在$(0,+\infty)$上为增函数，$a=\log_5 4$，$b=\log_{\frac{1}{5}}\dfrac{1}{3}=\log_5 3$，$c=2^{\frac{1}{5}}$，则有$0<b<a<1<c$，则 $f(c)>f(a)>f(b)$；故本题选 D。

3.【答案】选 D。

【解析】A 选项中：若命题 p，$\neg q$ 均为真命题，则 q 是假命题，所以命题 $p\wedge q$ 为假命题，所以 A 不正确；B 选项：“若 $\alpha=\dfrac{\pi}{6}$，则 $\sin\alpha=\dfrac{1}{2}$”的否命题是“若 $\alpha\neq\dfrac{\pi}{6}$，则 $\sin\alpha\neq\dfrac{1}{2}$”，所以 B 不正确；C 选项：在$\triangle ABC$中，“$C=\dfrac{\pi}{2}$”$\Leftrightarrow$“$A+B=\dfrac{\pi}{2}$”$\Leftrightarrow$“$A=\dfrac{\pi}{2}-B$”$\Rightarrow \sin A=\cos B$，反之 $\sin A=\cos B\Rightarrow A+B=\dfrac{\pi}{2}$ 或 $A=\dfrac{\pi}{2}+B$，故“$C=\dfrac{\pi}{2}$”不一定成立，$\therefore C=\dfrac{\pi}{2}$ 是 $\sin A=\cos B$ 成立的充分不必要条件，所以 C 不正确；D 选项：命题 p：“$\exists x_0\in R,x_0^2-x_0-5>0$”的否定为$\neg p$：“$\forall x\in R$，$x^2-x-5\le 0$”，所以 D 正确。故本题选 D。

4.【答案】选 C。

【解析】函数 $f(x)=\begin{cases}2^x+1, & x\le 0\\ \log_{\frac{1}{2}} x, & x>0\end{cases}$，可知 $x\le 0$ 时，$f(x)>1$，所以 $m-\dfrac{1}{2}>0$，可得 $\log_{\frac{1}{2}}\left(m-\dfrac{1}{2}\right)=0$ 解得 $m=\dfrac{3}{2}$。不等式 $f(x)>m$ 即不等式 $f(x)>\dfrac{3}{2}$，可得：$\begin{cases}x\le 0\\ 2^x+1>\dfrac{3}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>0\\ \log_{\frac{1}{2}} x>\dfrac{3}{2}\end{cases}$，解得：$x\in(-1,0]$ 或 $x\in\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)$，即 $x\in\left(-1,\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)$。故本题选 C。

5.【答案】选 B。

【解析】取 BC 的中点 E，则 $\overline{AB}+\overline{AC}=2\overline{AE}$ 与向量 $\overline{AD}$ 共线，所以 A、D、E 三点共线，即△ABC 中 BC 边上的中线与高线重合，则 $\left|\overline{AB}\right|=\left|\overline{AC}\right|=\sqrt{10}$，因为 $\overline{GA}+\overline{GB}+\overline{GC}=0$，所以 G 为△ABC 的重心，则 $\left|\overline{GA}\right|=2\left|\overline{GE}\right|=\frac{2}{3}\sqrt{\overline{AC}^2-(\frac{\left|\overline{BC}\right|}{2})^2}=2$，所以 $\left|\overline{CE}\right|=1,\left|\overline{CG}\right|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$,

$\therefore\frac{\left|\overline{AB}\right|}{\left|\overline{CG}\right|}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}$。故本题选 B。

6.【答案】选 A。

【解析】双曲线 C:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线方程为 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}x$，即 $\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore b=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，$\therefore c=\sqrt{a^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}a$，∴双曲线的离心率为 $e=\frac{c}{a}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{2}a}{a}=\frac{\sqrt{6}}{2}$。故本题选 A。

7.【答案】选 B。

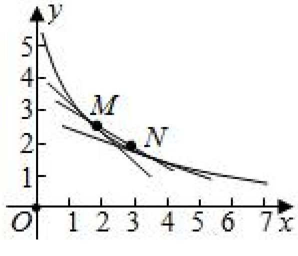
【解析】设两人步行、跑步的速度分别为 V_1，V_2，（$V_1<V_2$）。图书馆到教室的路程为 $2S$。

则甲所用的时间为：$t_1=\frac{s}{v_1}+\frac{s}{v_2}$。乙所用的时间 t_2，满足 $\frac{1}{2}t_2v_1+\frac{1}{2}t_2v_2=2s$，解得 $t_2=\frac{4s}{v_1+v_2}$。

则 $\frac{t_1}{t_2}=\frac{s\left(v_1+v_2\right)}{v_1v_2}\times\frac{v_1+v_2}{4s}=\frac{\left(v_1+v_2\right)^2}{4v_1v_2}>\frac{4v_1v_2}{4v_1v_2}=1$。$\therefore t_1>t_2$．故乙先到教室。故本题选 B。

8.【答案】选 D。

【解析】根据题意，设 $M\left(2,f(2)\right)$，$N\left(3,f(3)\right)$ 为函数 $y=f(x)$ 的上的点，则 $f'(2)$ 为函数 $f(x)$ 在 $x=2$ 处切线的斜率，$f'(3)$ 为函数 $f(x)$ 在 $x=3$ 处切线的斜率，$f(3)-f(2)=\frac{f(3)-f(2)}{3-2}$，为直线 MN 的斜率，结合图象分析可得 $f'(2)<f(3)-f(2)<f'(3)<0$。故本题选 D。



9.【答案】选 B。

【解析】《数学史概论》中指出波尔查诺在 1834 年发现了一个处处连续但处处不可微的函数例子。故本题选 B。

10.【答案】选 A。

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》指出：在各学段中，安排了四个部分的课程内容：“数与代数”、“图形与几何”、“统计与概率”、“综合与实践”。故本题选 A。

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

11.【答案】2 或 8

【解析】设 $M(x,\ y)$，$|MF|=5\Rightarrow x+\frac{p}{2}=5\Rightarrow x=5-\frac{p}{2}$，$y^2=2px=10p-p^2$，设 $A(0,2)$，

$\therefore \overrightarrow{AM}=(x,\ y-2)$，$\overrightarrow{AF}=(\frac{p}{2},-2)$，$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AF}=0\Rightarrow x\cdot\frac{p}{2}+4-2y=0\Rightarrow$

$\frac{y^2}{4}+4-2y=0\Rightarrow y=4\Rightarrow 16=10p-p^2\Rightarrow p=2$ 或 8。

12.【答案】$\sqrt{2}$

【解析】由 $z\left(1-\mathrm{i}\right)=2\mathrm{i}\Rightarrow z=\frac{2\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\frac{2\mathrm{i}\left(1+\mathrm{i}\right)}{\left(1-\mathrm{i}\right)\left(1+\mathrm{i}\right)}=-1+\mathrm{i}$，$\therefore|z|=\sqrt{2}$ 即答案为 $\sqrt{2}$。

13.【答案】$\left[1,+\infty\right)$

【解析】函数 $f\left(x\right)=kx-\ln x$ 在区间 $\left(1,+\infty\right)$ 上为单调增函数等价于导函数在此区间恒大于等于 0，故 $k\geq\frac{1}{x}\Rightarrow k\geq 1$。

14.【答案】$\frac{3\sqrt{7}}{14}$

【解析】由题意，以 $OA,\ OB$ 分别为 $x,\ y$ 轴，以过 O 点平行与 PA 的 z 直线为轴建立空间直角坐标系，则 $A(\frac{3}{2},0,0),\ B(0,\frac{\sqrt{3}}{2},0),\ P(\frac{3}{2},0,2)$，所以 $\overline{OA}=(\frac{3}{2},0,0),\overline{PB}=(-\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},-2)$，设 AC 与 PB 所成的角为 θ，则 $\cos\theta=\frac{|\overline{OA}\cdot\overline{PB}|}{|\overline{OA}|\cdot|\overline{PB}|}=\frac{3\sqrt{7}}{14}$，所以 AC 与 PB 所成的角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{7}}{14}$。

15.【答案】①②③④

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》指出空间观念主要是指根据物体特征抽象出几何图形，根据几何图形想象出所描述的实际物体；想象出物体的方位和相互之间的位置关系；描述图形的运动和变化；依据语言的描述画出图形等；⑤⑥两条属于几何直观的内容。

三、解答题（本大题共 7 小题，第 16-20 题每小题 8 分，第 21、22 题每小题 10 分，共 60 分）

16.【答案】（1）见解析；（2）见解析

【解析】（1）方法一：（综合法）

证明：因为 $a，b>0$，所以 $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$，所以 $\lg\frac{a+b}{2}\geq\lg\sqrt{ab}$，因为 $\lg\sqrt{ab}=\frac{1}{2}\lg ab=\frac{1}{2}(\lg a+\lg b)$，所以 $\lg\frac{a+b}{2}\geq\frac{\lg a+\lg b}{2}$。

方法二：（分析法）

证明：要证 $\lg\frac{a+b}{2}\ldots\frac{\lg a+\lg b}{2}$，即为 $\lg\frac{a+b}{2}\geq\frac{1}{2}\lg ab=\lg\sqrt{ab}$，即证 $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$，由 $a，b>0$，上式显然成立。

（2）方法一：（分析法）

证明：要证 $2\sqrt{2}-\sqrt{7}>\sqrt{10}-3$，即证 $2\sqrt{2}+3>\sqrt{10}+\sqrt{7}$，即证 $\left(2\sqrt{2}+3\right)^2>\left(\sqrt{10}+\sqrt{7}\right)^2$。即证 $17+12\sqrt{2}>17+2\sqrt{70}$，即证 $12\sqrt{2}>2\sqrt{70}$，即证 $6\sqrt{2}>\sqrt{70}$。因为 $\left(6\sqrt{2}\right)^2=72>\left(\sqrt{70}\right)^2=70$，所以 $6\sqrt{2}>\sqrt{70}$ 成立。由上述分析可知 $2\sqrt{2}-\sqrt{7}>\sqrt{10}-3$ 成立。

方法二：（综合法）

由 $2\sqrt{2}-\sqrt{7}=\frac{1}{2\sqrt{2}+\sqrt{7}}$，且 $\sqrt{10}-3=\frac{1}{\sqrt{10}+3}$，由 $2\sqrt{2}<\sqrt{10}$，$\sqrt{7}<3$，可得 $2\sqrt{2}+\sqrt{7}<\sqrt{10}+3$，可得 $\frac{1}{2\sqrt{2}+\sqrt{7}}>\frac{1}{\sqrt{10}+3}$，即 $2\sqrt{2}-\sqrt{7}>\sqrt{10}-3$ 成立。

17.【答案】（1）$A=\frac{2\pi}{3}$；（2）$\frac{15\sqrt{3}}{4}$

【解析】（1）由正弦定理得 $\sin A\sin B+\sqrt{3}\sin B\cos A=0$，$\because \sin B\neq 0$，$\therefore \sin A+\sqrt{3}\cos A=0$，$\therefore \tan A=-\sqrt{3}$，$\because 0<A<\pi$，$\therefore A=\frac{2\pi}{3}$。

（2）$\because a^2=c^2+b^2-2bc\cos\frac{2\pi}{3}$，$a=7$，$b=3$，$\therefore c^2+3c-40=0$，解得 $c=5$ 或 $c=-8$（舍），$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{1}{2}\times3\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$。

18.【答案】（1）$\frac{2}{3}$；（2）见解析。

【解析】（1）由题意得 $x>0$，当 $a=2$ 时，$f'(x)=x-3+\frac{2}{x}$，$f'(3)=\frac{2}{3}$，所以曲线 $y=f(x)$ 在 $(3,f(3))$ 处切线的斜率为 $\frac{2}{3}$。

（2）$f'(x)=x-a-1+\frac{a}{x}=\frac{x^2-(a+1)x+a}{x}=\frac{(x-a)(x-1)}{x}$ 由 $f'(x)=0$，得 $x=1$ 或 $x=a$。

①当 $0<a<1$ 时，

当 $x\in(0,\ a)$ 时，$f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 单调递增；

当 $x\in(a,1)$ 时，$f'(x)<0$，函数单调递减；

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 单调递增。

此时 $x=a$ 时 $f(x)$ 的极大值点，$x=1$ 是 $f(x)$ 的极小值点。

②当 $a>1$ 时，

当 $x\in(0,1)$ 时，$f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 单调递增；

当 $x\in(1,\ a)$ 时，$f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 单调递减；

当 $x\in(a,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 单调递增。

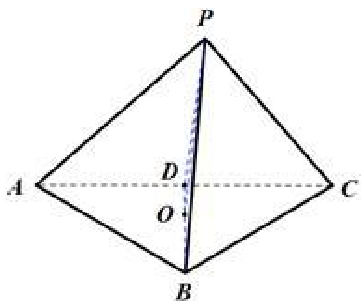
此时 $x=a$ 时 $f(x)$ 的极小值点，$x=1$ 是 $f(x)$ 的极大值点。

综上，当 $0<a<1$ 时，$x=a$ 时 $f(x)$ 的极大值点，$x=1$ 是 $f(x)$ 的极小值点；当 $a>1$ 时，$x=a$ 时 $f(x)$ 的极小值点，$x=1$ 是 $f(x)$ 的极大值点。

19.【答案】边长为 4，体积为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$。

【解析】由题意 $\triangle P_1P_2P_3$ 中 $P_1A=P_3A$，$P_2C=P_3C$，$P_1B=P_2B$，所以 AB，AC，BC 是 $\triangle P_1P_2P_3$ 的中位线，因此 $\triangle P_1P_2P_3$ 是正三角形，且边长为 4。即 $P_1P_2=P_1P_3=P_2P_3=4$，三棱锥 $P-ABC$ 是边长为 2 的正四面体，∴如下图所示作图，设顶点 P 在底面 ABC 内的投影为 O，连接 BO，并延长交 AC 于 D。∴ D 为 AC 中点，O 为 $\triangle ABC$ 的重心，$PO\perp$ 底面 ABC

$\therefore BO=\frac{2}{3}$，$BD=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$PO=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，$V=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{2\sqrt{6}}{3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$。



20.【答案】（1）$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$；（2）$-\frac{\sqrt{3}}{3}\le m\le\frac{\sqrt{3}}{3}$，见解析

【解析】（1）过点 $P(0,1)$ 作斜率为 k 的直线 l 交椭圆 E: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 于 A，B 两点，

当直线垂直于 y 轴时，$|AB|=2\sqrt{6}$。得椭圆 E 过点 $(\sqrt{6},1)$，得 $\begin{cases}\frac{6}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1\\ a^2=b^2+c^2\\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}\end{cases}$，解得 $a^2=9$，$b^2=3$，

所以椭圆的 E 方程为：$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$。

（2）设 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，AB 的中点 $C(x_0, y_0)$。由 $\begin{cases}y=kx+1\\ \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$，得

$(1+3k^2)x^2+6kx-6=0$，所以 $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-3k}{1+3k^2}$，$y_0=kx_0+1=\frac{1}{1+3k^2}$。

①当 $k\neq 0$ 时，线段 AB 的垂直平分线的方程为 $y=-\frac{1}{k}\left(x+\frac{3k}{1+3k^2}\right)+\frac{1}{1+3k^2}$。令 $y=0$，得 $x=-\frac{2k}{1+3k^2}$，即 $m=-\frac{2k}{1+k^2}=-\frac{2}{\frac{1}{k}+3k}$。②若 $k>0$，则 $\frac{1}{k}+3k\geq 2\sqrt{\frac{1}{k}\times 3k}=2\sqrt{3}$，那么 $-\frac{\sqrt{3}}{3}\leq -\frac{2}{\frac{1}{k}+3k}<0$；③若 $k<0$，则 $\frac{1}{k}+3k=-\left[-\frac{1}{k}+(-3k)\right]\leq -2\sqrt{-\frac{1}{k}\times(-3k)}=-2\sqrt{3}$，$0<-\frac{2}{\frac{1}{k}+3k}\leq\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以 $-\frac{\sqrt{3}}{3}\leq m<0$ 或 $0<m\leq\frac{\sqrt{3}}{3}$；④当 $k=0$ 时，$m=0$。

综上所述，存在点 M 满足条件，m 取值范围是 $-\frac{\sqrt{3}}{3}\leq m\leq\frac{\sqrt{3}}{3}$。

21.【参考答案】

（1）从评价方式来看，教师的用语过于简单，没有起到良好的引导作用，每一个学生回答完，如果对，应说明为什么对，如果不对，应说明为什么不对。

（2）本案例中只有教师参与了评价，没有让学生自己及其他学生参与评价，在学生回答错误后，可以提问学生们哪里不对，从而引发学生思考，得到最终的结论。

22.【参考答案】

（1）教学目标：

①知识与技能目标：理解有理数加法的意义，掌握有理数加法法则，并能正确运用法则进行有理数加法的运算。

②过程与方法目标：通过学生经历探索有理数加法法则的过程，培养学生的数学的转化思想；通过在小组合作交流的过程中，提高学生的探究能力。

③情感、态度与价值观目标：学生体会数学源于生活，生活需要数学，从而提高数学的学习兴趣。

（2）教学过程

（一）复习导入

提问学生前面有理数的内容。引导学生回忆数轴概念及其三要素。让学生自己在练习本上画出一条数轴。同时明白有理数的分类，以及绝对值及其意义。这样设计能帮助学生建立新旧知识之间的联系，理解有理数加法的意义。

（二）探究新知

1.探究有理数的加法法则——同号两数相加。

创设情景：一只小乌龟在笔直的公路上向左右方向爬行，我们规定向右为正，向左为负。比如向右爬行 5 m 记作 +5，向左爬行 5 m 记作 −5。

PPT 播放 3-4 次小乌龟连续两次向右爬行的动画。利用动画得到的 3-4 个算式，询问学生小乌龟最后爬行的结果，并引导学生用数轴画出，算式表示。

让学生小组讨论，尝试总结同号两数相加的法则，小组选取代表发言。

老师对学生的发言作出及时的评价与总结，进而得出结论：同号两数相加，符号不变，绝对值相加。

2.探究有理数的加法法则——异号两数相加

巧妙的设计小乌龟爬行的方向，两次运动方向相反，让学生求小乌龟两次爬行后的结果，让学生并用算式表示。

利用得到的 3-4 个算式，让学生小组讨论，尝试尝试总结异号两数相加的法则，小组选取代表发言。

老师对学生的发言作出及时的评价与总结，进而得出结论：绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值，互为相反数的两个数相加得 0。

3.探究有理数加法法则——一个数与 0 相加

设计题目，小乌龟第一秒运动，第二秒不动，询问学生小乌龟最终的位置，让学生用算式表示。

利用得到的算式，让学生小组讨论，尝试尝试总结一个数与 0 相加的法则，小组选取代表发言。

老师对学生的发言作出及时的评价与总结，进而得出结论：一个数同 0 相加，仍得这个数。

4.总结有理数加法法则

综合本节课的内容，与学生一起得到有理数的加法法则：（1）同号两数相加，绝对值相加，符号不变；（2）异号两数相加，绝对值相减，符号取大；互为相反数的两个数相加得 0。（3） 一个数同 0 相加，仍得这个数。最后以表格形式呈现，条理更加清晰。

（三）巩固新知

PPT 展示与几组有理数加法算式，检测本节课学生所学成果。

（四）小结作业

1.小结：引导学生谈谈本节课的收获

2.作业：在生活中寻找有理数的加法。