

2020 年教师招聘考试小学数学模拟题

总分：100 分 考试时间：120 分钟

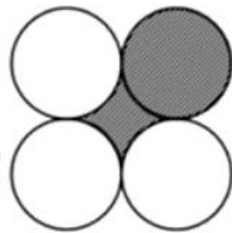
一、选择题（本大题共 12 小题，每题 2 分，共 24 分）

1. 两个容量相同的瓶子装满了酒精溶液，一个瓶子中酒精与水的体积之比是 3:1，另一个瓶子中酒精与水的体积之比是 4:1，如果把两瓶酒精溶液混合，那么混合溶液中酒精与水的体积之比是（ ）

- A. 31:9 B. 12:1 C. 7:2 D. 4:1

2. 图中四个圆的半径都是 1 厘米，则阴影部分的面积是（ ）

- A. $3cm^2$ B. $4cm^2$ C. $\frac{3}{2}\pi cm^2$ D. $5cm^2$



3. 已知甲瓶盐水的浓度为 8%，乙瓶盐水的浓度为 5%，混合后浓度为 6.2%，那么 $\frac{1}{4}$ 的甲瓶盐水与 $\frac{1}{6}$ 的乙瓶盐水混合后的浓度为（ ）

- A. 7.5% B. 5.5% C. 6.0% D. 6.5%

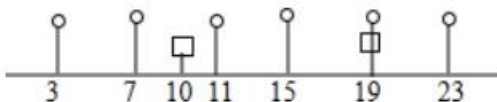
4. 计算 $(1.25 \times 7 \div 0.25 + 3) \div 2 + 0.36 \times 3 =$ （ ）

- A. 19.48 B. 20.08 C. 20.12 D. 21.02

5. 去年冬天羽绒服的价钱在前年的价格上提高了 40%，今年春季时按现价打六折出售，今年春季羽绒服的售价是前年的（ ）

- A. 60% B. 40% C. 84% D. 100%

6. 如图，在高速公路上从 3 千米处开始每隔 4 千米设计一个限速标志，而且从 10 千米处开始每隔 9 千米设置一个测速照相标志。刚好在 19 千米处同时设置这两个标志，那么，下一个同时设置这两种标志的地点的千米数是（ ）



- A.32 B.37 C.55 D.90

7.小军旅行箱的密码是一个六位数，由于他忘记了密码的末位数字，则小军能一次打开该旅行箱的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{5}$

8.若直线 $ax + 2y + 4 = 0$ 与直线 $x - 2y + 6 = 0$ 垂直，则 a 的值为（ ）

- A.1 B.2 C.3 D.4

9.已知在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_n > 0$ ， $a_2^2 + a_4^2 = 900 - 2a_1a_5$ ， $a_5 = 9a_3$ ，则 a_{2019} 的个位数字是（ ）

- A.6 B.7 C.8 D.9

10.已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\ln x|, & 0 < x \leq 2 \\ f(4-x), & 2 < x < 4 \end{cases}$ ，若方程 $f(x) = m$ 有四个不等实根 x_1, x_2, x_3, x_4 ($x_1 < x_2 < x_3 < x_4$) 时，不等式 $kx_3x_4 + x_1^2 + x_2^2 \geq k + 11$ 恒成立，则实数 k 的最小值为（ ）

- A. $\frac{9}{8}$ B. $\frac{25}{16}$ C. $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3} - \frac{1}{2}$

11.人们在学习数字和运用数学解决问题时，不断的经历直观感知，观察发现，归纳类比. 空间想象，抽象概括，符号表示，运算求解，数据处理，演绎证明等，这些过程是（ ）的具体表现，有助于学生对客观事物中蕴含的数学模式进行思考和作出判断。

- A.解决问题能力 B.数学建模能力
C.想象思维能力 D.逻辑思维和判断能力

12.已知随机变量 ξ 服从正态分布 $N(2, \sigma^2)$ ，且 $P(\xi < 4) = 0.8$ ，则 $P(0 < \xi < 2)$ 等于（ ）

- A.0.6 B.0.4 C.0.3 D.0.2

二、填空题（本大题共 12 小题，每题 2 分，共 24 分）

13.在除法算式中，被除数为 2016，余数为 7，则满足算式的除数一共有_____个。

14.用数字 0 至 9 各一次，组成 5 个两位数，如果这 5 个两位数恰好分别是 2、3、4、5、6 的倍数，那么它们的和的最小值是_____。

15.把一根木棍锯成 5 段需要 8 分钟，假设每次锯断所用的时间是相同的，那么将这根

木棍锯成 25 段需要_____分钟。

16. 设定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 满足: $f(x)=f(4-x)$, 且当 $x \in [0,2]$ 时, $f(x)=x-e^x+1$, 若 $a=f(2018)$, $b=f(2019)$, $c=f(2020)$, 则 a, b, c 的大小关系为_____。

17 某中学高中一、二、三年级的学生人数比例为 5:4:3, 现要用分层抽样的方法抽取一个容量为 120 的样本, 则所抽二年级的人数为_____。

18. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{\sin x}{x}) =$ _____。

19. 设 $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1+x, & x > 1 \end{cases}$, 则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的_____点。

20. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 则 $k =$ _____。

21. 已知 m, n 为两条不同的直线, α, β 为两个不同的平面, 则下列命题中正确的是_____。

①若 $m \perp \alpha, m \perp n$, 则 $n // \alpha$; ②若 $m \perp \alpha, n // \beta$, 且 $\alpha // \beta$, 则 $m \perp n$; ③若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha$, 且 $m // \beta, n // \beta$, 则 $\alpha // \beta$; ④若直线 m, n 与平面 α 所成角相等, 则 $m // n$ 。

22. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6, & x \geq 0 \\ 4x + 4, & x < 0 \end{cases}$, 若函数 $g(x) = x + a - f(x)$ 有三个零点, 则这三个零点之和的取值范围是_____。

23. 义务教育阶段数学课程总目标从四方面阐述, 这四方面为_____、_____、_____、_____。

24. 几何直观就是依托、利用图形进行数学的思考、想象。它在本质上是一种通过图形所开展的_____。

三、简答题 (本大题共 4 小题, 每题 5 分, 共 20 分)

25. 一本书的页码一共用了 810 个数字, 这本书一共有多少页?

26. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} + a(\ln x - x)$ 。若 $y = f(x)$ 在 $x=2$ 处的切线与直线 $4x + e^2y = 0$ 垂直, 求实数 a 的值。

27. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_2 = -1$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n - b_{n-1} = a_n (n=2,3,4 \dots)$, 且 $b_1 = b_3 = 1$ 。求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式。

28. 计算: $\int_0^1 (e^x + x^2 + 1) dx$ 。

四、论述题 (本大题共 9 分)

29. 数学教学应遵循“严谨性与量力性相结合的原则”，结合案例来谈谈你的认识。

五、案例设计和案例分析 (本大题共 23 分)

30. 下列材料呈现的《义务教育教科书 (人教版) 数学五年级上册》中“方程的意义”的教学内容，请阅读并回答问题。

- (1) 本内容的教学目标 (4 分)
- (2) 教学的重点难点，并指出教材是以何种方式去帮助学生理解难点 (4 分)
- (4) 设计本内容的教学过程简案 (12 分)

2. 解简易方程

方程的意义

方程的意义

天平保持平衡。正好平衡。空杯子重 100 g。

50 + 50 = 100 这是一个等式。

如果水重 x g，杯子和水共重…… 100 + x = 250

平衡了! 250 g 100 + x = 250

3x = 2.4

像 100 + x = 250, 3x = 2.4…… 这样，含有未知数的等式就是方程。

你能自己写出一些方程吗?

$x + 5 = 18$ $x + x + x + x = 35$ $8 - x = 3$
 $5x = 30$ $x \div 4 = 6$ $3x + 6 = 12$
 $6(x - 2) = 24$ $(x + 4) \div 2 = 3$ $x + y = 5$

做一做

1. 下面哪些式子是方程?
 $35 + 65 = 100$ $x - 14 > 72$ $y + 24$
 $5x + 32 = 47$ $28 < 16 + 14$ $6(y + 2) = 42$

2. 用方程表示下面的数量关系。

50 g

166

你知道吗?
 早在三千六百多年前，埃及人就会用方程解决数学问题了。在我国古代，大约两千年前成书的《九章算术》中，就记载了用一组方程解决实际问题的史料。一直到三百多年前，法国的数学家笛卡儿第一个提倡用 x、y、z 等字母代表未知数，才形成了现在的方程。

答案及解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每题 2 分，共 24 分）

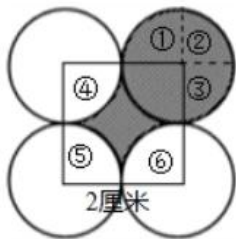
1. 【答案】选 A。

【解析】将一个酒瓶容积看成一个单位，则在一个瓶子中，酒精占 $\frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$ ，水占 $\frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$ ；而另一个瓶子中，同样酒精占 $\frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$ ，水占 $\frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$ ，那么在混合溶液中，酒精和水的体积之比为： $(\frac{3}{4} + \frac{4}{5}) : (\frac{1}{4} + \frac{1}{5}) = \frac{31}{20} : \frac{9}{20} = 31:9$ ，那么混合溶液中酒精和水的体积之比为 31:9。

故本题选 A。

2. 【答案】选 B。

【解析】把图形①移动到④，图形②移动到⑤，图形③移动到⑥，把阴影部分的面积转化成一个边长为 $1+1=2$ 厘米的正方形的面积，正方形面积为 $2 \times 2 = 4$ 平方厘米，则阴影部分的面积为 4 平方厘米。



3. 【答案】选 D。

【解析】设甲瓶盐水质量为 a ，乙瓶盐水的质量是 b ， $(8\%a + 5\%b) \div (a + b) = 6.2\%$ ，解得： $a = \frac{2}{3}b$ ，

$$\begin{aligned} & (\frac{1}{4}a \times 8\% + \frac{1}{6}b \times 5\%) \div (\frac{1}{4}a + \frac{1}{6}b) = (\frac{1}{50}a + \frac{1}{120}b) \div (\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}b + \frac{1}{6}b) \\ & = (\frac{1}{50} \times \frac{2}{3}b + \frac{1}{120}b) \div (\frac{1}{3}b) = \frac{13}{600}b \times \frac{3}{b} = 6.5\% \end{aligned}$$

故本题选 D。

4. 【答案】选 B。

【解析】

$$\begin{aligned} & (1.25 \times 7 \div 0.25 + 3) \div 2 + 0.36 \times 3 = (1.25 \div 0.25 \times 7 + 3) \div 2 + 1.08 \\ & = (5 \times 7 + 3) \div 2 + 1.08 = (35 + 3) \div 2 + 1.08 = 38 \div 2 + 1.08 = 19 + 1.08 = 20.08 \end{aligned}$$

故本题选 B。

5. 【答案】选 C。

【解析】 $(1 + 40\%) \times 60\% = 84\%$ ，则今年羽绒服的售价是前年的 84%。

故本题选 C。

6. 【答案】选 C。

【解析】同时经过两种设施的里程数减 3 后，应该是 4 的倍数，减 10 以后是 9 的倍数。

在 19 千米处第一次同时经过这两种设施，所以从这里开始以后再次经过这两种设施时，行驶的路一定是 4 和 9 的最小公倍数，所以第二次同时经过这两种设施时的里程数为 $19 + 4 \times 9 = 55$ 千米。

故本题选 C。

7. 【答案】选 A。

【解析】由题意可知，密码箱最后一位有可能的数字为 0~9 共 10 个数字，因此能打开密码箱的概率为 $\frac{1}{10}$ 。

故本题选 A。

8. 【答案】选 A。

【解析】两直线垂直，则 $k_1 \cdot k_2 = -1$ ， $\therefore a = 1$ 。故本题选 A。

9. 【答案】选 D。

【解析】设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ，首项为 a_1 ，由 $a_2^2 + a_4^2 = 900 - 2a_1a_5$ ，得 $a_2^2 + a_4^2 + 2a_2a_4 = 900$ ，解得 $a_2 + a_4 = 30$ ，即 $qa_1 + q^3a_1 = 30$ ，由 $a_5 = 9a_3$ 得 $q = 3$ ， $\therefore a_1 = 1$ ， $\therefore a_n = a_1q^{n-1} = 3^{n-1}$ ， $\therefore a_1 = 3^0 = 1$ ， $a_2 = 3^1 = 3$ ， $a_3 = 3^2 = 9$ ， $a_4 = 3^3 = 27$ ， $a_5 = 3^4 = 81$ ， $a_6 = 3^5 = 243$ ， \dots ，由此可得 a_n 的个位数是以 4 为周期重复出现的。 $\therefore a_{2019}$ 的个位数字是 a_3 的个位数字，即 a_{2019} 的个位数字是 9。

故本题选 D。

10. 【答案】选 C。

【解析】函数 $f(x) = \begin{cases} |\ln x|, & 0 < x \leq 2 \\ f(4-x), & 2 < x < 4 \end{cases}$ 的图象如下图所示：当方程 $f(x) = m$ 有四个

不等实根 $x_1, x_2, x_3, x_4 (x_1 < x_2 < x_3 < x_4)$ 时， $|\ln x_1| = |\ln x_2|$ ，即 $x_1 \cdot x_2 = 1$ ， $x_1 + x_2 > 2\sqrt{x_1x_2} = 2$ ，

$|\ln(4-x_3)| = |\ln(4-x_4)|$ ，即 $(4-x_3) \cdot (4-x_4) = 1$ ，且 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$ ，若不等式

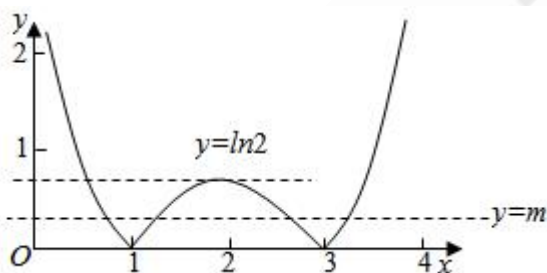
$kx_3x_4 + x_1^2 + x_2^2 \geq k + 11$ 恒成立，则 $k \geq \frac{11 - (x_1^2 + x_2^2)}{x_3 \cdot x_4 - 1}$ 恒成立，由

$$\frac{11 - (x_1^2 + x_2^2)}{x_3 \cdot x_4 - 1} = \frac{11 - (x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2}{4(x_3 + x_4) - 16} = \frac{13 - (x_1 + x_2)^2}{16 - 4(x_1 + x_2)}$$

$$= \frac{1}{4} \left[(x_1 + x_2) - 4 + \frac{3}{(x_1 + x_2) - 4} + 8 \right] \leq 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

，故 $k \geq 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，故实数 k 的最小值为 $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

故本题选 C。



11. 【答案】选 D。

【解析】数学新课程标准中，人们在学习数字和运用数学解决问题时，不断的经历直观感知，观察发现，归纳类比。空间想象，抽象概括，符号表示，运算求解，数据处理，演绎证明等，这些过程是数学思维能力的具体表现，有助于学生对客观事物中蕴含的数学模式进行思考和作出判断。

故本题选 D。

12. 【答案】选 C。

【解析】由题知，曲线关于直线 $x = 2$ 对称，又 $P(\xi < 4) = 0.8$ ，可得 $P(\xi > 4) = 0.2$ ，

$$\therefore P(0 < \xi < 2) = \frac{1}{2} P(0 < \xi < 4) = \frac{1}{2} [1 - P(\xi < 0) - P(\xi > 4)] = \frac{1}{2} (1 - 0.2 - 0.2) = 0.3。$$

故本题选 C。

二、填空题（本大题共 12 小题，每题 2 分，共 24 分）

13. 【答案】4 个。

【解析】除数 \times 商 $= 2016 - 7 = 2009$ ，然后把 2009 分解因数，再根据余数小于除数，即可确定满足算式的除数一共有多少个。 $2016 - 7 = 2009$ ， $2009 = 287 \times 7 = 49 \times 41 = 1 \times 2009$ ，所以满足算式的除数一共有 2009、287、49、41，共 4 个。

14. 【答案】198。

【解析】0不能放在首位，则0只能放在个位上；为了使得和最小，尽可能让9和8在个位，9在个位，则以9结尾的奇数只能是3的倍数，不可能是5的倍数，所以这个两位数是39；若7在个位，则它不是2，3，46的倍数，但也不是5的倍数，矛盾，所以7一定在十位上。最后确定出46, 39, 20, 15, 78这五个两位数，和最小就是 $46+39+20+15+78=198$ 。故答案为198。

15. 【答案】48分钟。

【解析】一根木棍要锯成5段，需要锯 $5-1=4$ 次，每锯断一次需要 $8\div 4=2$ 分钟，那么，锯成25段一共需要锯断 $25-1=24$ 次，则一共用时为： $2\times(25-1)=48$ 分钟。

16. 【答案】 $a < b < c$ 。

【解析】 $\because f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的偶函数， $\therefore f(-x)=f(x)$ ， $\therefore f(-x)=f(x)=f(4-x)$ ， \therefore 函数 $f(x)$ 是周期为4的函数， $\therefore a=f(2018)=f(2)$ ， $b=f(2019)=f(3)=f(4-3)=f(1)$ ， $c=f(2020)=f(0)$ 。又当 $x\in[0,2]$ 时， $f(x)=x-e^x+1$ ， $\therefore f'(x)=1-e^x < 0$ ， \therefore 当 $x\in[0,2]$ 时， $f(x)$ 单调递减， $\therefore f(2) < f(1) < f(0)$ ，即 $a < b < c$ 。

17. 【答案】40。

【解析】由题可知，所抽二年级的人数为 $120\times\frac{4}{5+4+3}=40$ 。

18. 【答案】 $\frac{3}{2}$ 。

【解析】 $\lim_{x\rightarrow 0}(1+\frac{\sin x}{2x})=1+\frac{1}{2}\lim_{x\rightarrow 0}(\frac{\sin x}{x})=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ 。

19. 【答案】连续。

【解析】判断函数在某一点 x_0 连续性的方法： $f(x_0^+)=f(x_0^-)=f(x_0)$ ， $f(1^+)=\lim_{x\rightarrow 1^+}(1+x)=2$ ， $f(1^-)=\lim_{x\rightarrow 1^-}2\sqrt{x}=2$ ，由已知 $f(1^+)=f(1^-)=f(1)=2$ 可知， $x=1$ 是 $f(x)$ 的连续点。

20. 【答案】 $k=2$ 。

【解析】 $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{\sin x}{x}=2=f(0)=k$ ，则 $k=2$ 。

21. 【答案】②。

【解析】选项①中可能 $n\subset\alpha$ ，①错误；选项③中没有说 m ， n 是相交直线，③错误；选项④中若 m ， n 相交，且都与平面 α 平行，则直线 m ， n 与平面 α 所成角相等，但 m ， n

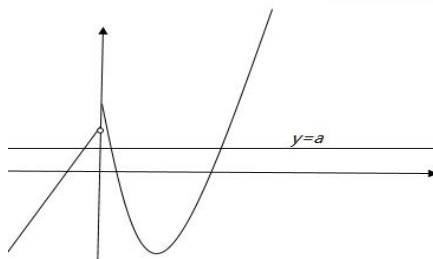
不平行，④错误。

22. 【答案】 $\left(\frac{11}{3}, 6\right)$ 。

【解析】 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6, & x \geq 0 \\ 4x + 4, & x < 0 \end{cases}$ 若函数 $g(x) = x + a - f(x)$ 有三个零点，即方程

$a = f(x) - x$ 有三个根， $f(x) - x = \begin{cases} x^2 - 6x + 6, & x \geq 0 \\ 3x + 4, & x < 0 \end{cases}$ ，即图象 $y = a$ 和 $y = f(x) - x$ 有三个交

点，在同一坐标系中画出函数的图象：



三个交点分别为 x_1, x_2, x_3 满足 $x_1 < x_2 < x_3$ 根据方程 $3x + 4 = a$ 的零点的范围，当 $x^2 - 6x + 6$ 取得最小值 -3 时，解得 $x_1 = -\frac{7}{3}$ ，即 $x_1 \in \left(-\frac{7}{3}, 0\right)$ ，根据二次函数的对称性得到 $x_2 + x_3 = 6$ ， $x_1 + x_2 + x_3 \in \left(\frac{11}{3}, 6\right)$ ，故答案为 $\left(\frac{11}{3}, 6\right)$ 。

23. 【答案】 知识技能、数学思考、问题解决、情感态度。

【解析】 新课标中，义务教育阶段数学课程总目标从知识技能、数学思考、问题解决、情感态度四方面阐述。

24. 【答案】 想象能力。

【解析】 几何直观中，“几何”是指图形；“直观”仅是指直接看到的东西，更重要的是依托现在看到的东西和以前看到的东西进行思考、想象。所以几何直观就是依托、利用图形进行数学的思考、想象。它在本质上是一种通过图形所开展的是想象能力。

三、简答题（本大题共 4 小题，每题 5 分，共 20 分）

25. 【答案】 306。

【解析】 1~9 页有 9 个数字，10~99 页有 $90 \times 2 = 180$ 个数字，剩余有 $810 - 9 - 180 = 621$ 个数字，从 100 页起，每页用 3 个数字，用 621 个数字的页数为 $621 \div 3 = 207$ 页，因此，本书一共的页数为 $9 + 180 + 207 = 306$ 页。

26. 【答案】 $a = 0$ 。

【解析】(1) 由 $f'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2} + a\left(\frac{1}{x} - 1\right) = \frac{(x-1)(e^x - ax)}{x^2}$, 因为 $y = f(x)$ 在 $x = 2$ 处的切线与直线 $4x + e^2y = 0$ 垂直, $\therefore f'(2) = \frac{e^2}{4} = \frac{e^2 - 2a}{4}$, $\therefore a = 0$ 。

27. 【答案】 $b_n = n^2 - 4n + 4$ 。

【解析】由数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n - b_{n-1} = a_n$, ($n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*$), $\therefore b_2 - b_1 = a_2 = -1, b_1 = b_3 = 1$, $\therefore b_2 = 0, a_3 = b_3 - b_2 = 1$, \therefore 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, $\therefore d = a_3 - a_2 = 1 - (-1) = 2$, $\therefore a_1 = a_2 - d = -1 - 2 = -3$, a_1 的值为 -3 。数列 $\{a_n\}$ 是以 -3 为首项, 以 2 为公差的等差数列, $a_n = -3 + 2(n-1) = 2n - 5$, \therefore 当 $n \geq 2$ 时, $b_n - b_{n-1} = 2n - 5, b_{n-1} - b_{n-2} = 2(n-1) - 5, \dots, b_2 - b_1 = -1$, 将上述等式相加整理得 $b_n - b_1 = \frac{-1 + (2n-5)}{2} \cdot (n-1) = n^2 - 4n + 3$, $\therefore b_n = n^2 - 4n + 4$, ($n \geq 2$), 当 $n = 1$ 时, $b_1 = 1$ 也满足, $\therefore b_n = n^2 - 4n + 4$ ($n \in \mathbf{N}^*$)。

28. 【答案】 $e + \frac{1}{3}$ 。

【解析】

$$\int_0^1 (e^x + x^2 + 1) dx = \int_0^1 e^x dx + \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 1 dx = e^x \Big|_0^1 + \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^1 + x \Big|_0^1 = e^1 - 1 + \frac{1}{3} \cdot 0 + 1 - 0 = e + \frac{1}{3}。$$

四、论述题 (本大题共 9 分)

29. 【参考答案】

(1) 中学数学理论和逻辑的严谨性: ① 数学学科理论的严谨性: 每个数学分支所包含的概念都分为原始概念和被定义概念, 原始概念是本学科中作为定义其他概念的出发点, 其本质属性无法用科学的定义方式表述, 只能用公理的方式揭示, 被定义概念必须确切, 符合逻辑要求。真命题分为公理和定理, 公理是证明其他真命题的正确性的原始依据, 它们本身的正确性不加逻辑证明而被承认, 但作为一个体系, 必须满足相容性, 独立性和完备性, 定理必须经过严格的证明。每个数学分支的概念和真命题按一定的顺序构成一个体系。概念和命题的陈述以及命题的论证日益符号化、形式化; ② 严谨性有助于学生的思维能力发展, 数学教学活动的核心是学生的数学思维; ③ 严谨性的要求必须恰当准确, 数学科学的严谨性是相对的, 逐步提高的。

(2) 中学生的量力性: 数学教学内容、教学模式、教学方法必须反映学生的接受能力和理解水平。对数学严谨性的要求, 根据中学生的年龄特征和认知发展水平, 只能逐步适应;

对数学严谨性的认识具有相对性；智力发展的可塑性很大，应该积极诱导和促进学生的思维发展，充分发挥学生的潜能。

(3) 严谨性与量力性相结合：既要体现数学科学的特征，又要符合学生的实际。对数学教学的各个阶段，要提出恰当而又明确的目的任务，同时，要循序渐进地培养学生的逻辑思维能力。教学要求应当明确恰当，教学内容应是科学的，思维要符合逻辑要求；要遵循一般的逻辑要求（概念清楚、准确，推理有据，思考缜密，思路清晰），教学中要逻辑严谨，思路清晰，语言准确；严谨性的程度，应是学生能够接受的教学安排，要有一定的梯度。

中学数学教学的严谨性是相对的，量力性是发展的，要选择最便于学生接受的方式处理教学内容，教学安排上要有适当的梯度，注意由浅入深，由易到难，由已知到未知，由具体到抽象，由特殊到一般，以利于有计划、有步骤地发展学生的逻辑思维能力，教学要从学生的实际出发，严谨性的要求既要落在实处，又要留有余地。同时，要研究学生的心理发展水平，数学知识基础，思维习惯，非智力因素和个性心理特征，恰当地运用分层教学和个别教学激发学生内在的动机，促进学生的全面发展。

五、案例设计和案例分析（本大题共 23 分）

30.【参考答案】

(1) 本节课的教学目标是：①知识与技能目标：认识方程，初步理解方程的意义，会判断一个式子是否是方程；②过程与方法目标：通过分组讨论的过程，提高学生发现问题和解决问题的能力；③情感态度与价值观目标：培养学生用数学模型解释实际问题的兴趣，感知数学这门学科基本的思维方式及解题技巧。

(2) 结合教材的地位及学生的认知水平确定本节课的教学重点是：理解方程的含义，会用方程表示简单情境中的等量关系；教学难点是正确分析题目中的等量关系。

在新课改理念的指导下，遵循“教师主导，学生主体”的思路，首先是采用情境教学的方法，通过对现实问题的描述，启发学生去思考和发现实际问题中的数量关系，并尝试使用等式去表示数量关系。学生对方程有一个较为初步的认识；其次是分组讨论的方式，分组讨论方程表示的意义，能够用科学准确的语言表述方程的含义；最后以讲练结合完善概念知识，熟练掌握方程的意义，并能够用方程去解决实际问题。

(3) 教学简案：

①情境导入

上课伊始，通过提问的形式让学生们回忆他们玩过的跷跷板的游戏，并思考跷跷板为什

么会保持平衡。进而，提问学生，如果老师也想玩跷跷板，那以老师的体重，应该和几个同学一起玩。通过创设这样的情境，学生的兴趣充分调动起来，但是可能还无法完全把这个生活情境和本节课所学的内容联系起来，带着问题来学习本节课的内容。

②知识新授

环节一：演示天平左右两端相等。在天平的左边托盘里放置两个 50g 的砝码，天平右边放置一个 100g 的砝码，天平此时保持平衡状态。则可写出等式： $50 + 50 = 100\text{g}$ ；接下来将天平左边的两个 50g 砝码去掉，放置一个空烧杯，天平右边仍旧是一个 100g 的砝码，此时天平依旧保持平衡，则：烧杯重量 = 100g；给烧杯中加入若干重量的水，观察此时天平的变化情况，天平左边下沉，右边上升；假设加入水的重量为 $x\text{g}$ ，那么可以列出式子： $100 + x > 100\text{g}$ 。

环节二：学生分小组讨论如何放置砝码能让天平继续保持平衡状态。结果 1：右边再加一块 100g 的砝码，此时仍旧是左边重，那么 $100 + x > 200\text{g}$ ；结果 2：给天平右边再加两块 100g 的砝码，此时发现天平右边下沉，左边上升，则可以得出： $100 + x < 300\text{g}$ ；结果 3：给天平右边再放入一块 100g 的砝码和一块 50g 的砝码，此时发现天平保持平衡状态，则可以得出式子： $100 + x = 250\text{g}$ 。

环节三：提出新的问题：“某学生去超市买 3 本笔记本一共花了 2.4 元，那么如果用 x 表示每本笔记本的价格，可以列出怎样的式子？”学生自主探索。得出两种不同的结果：① $x + x + x = 2.4$ 元；② $3x = 2.4$ 元。

环节四：学生讨论并回答列出来的两个式子（ $100 + x = 250\text{g}$ 和 $3x = 2.4$ ）有什么共同点：一是都含有未知数 x ；二是都是等式。老师进行总结：“像这样，含有未知数的等式就是方程”。

③巩固练习

在学习完所有新知识以后，给学生设计几道练习题，包括计算简单方程的解，在课堂上请几位同学上黑板进行计算，做完题之后根据学生出现的问题进行点拨与分析。

④课堂小结

引导学生回顾本节课所学的主要知识，请学生总结归纳，并谈谈自己的收获和感悟。在学生总结的基础上进行适当的补充。

⑤布置作业

必做题是课后“做一做”的第 2 题；选做题是自己联系生活实际，编写一道关于方程的

应用题。

