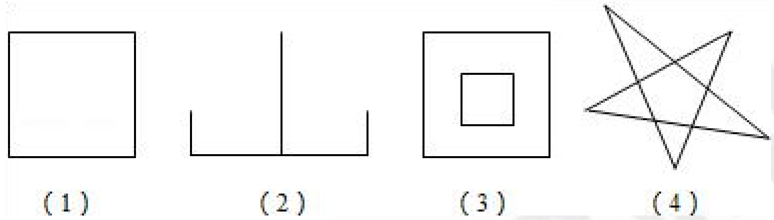
2020年教师招聘考试小学数学模拟题

总分：100 分　　考试时间：120 分钟

一、选择题（共15题，每题2分，共30分）

1.下列图形能一笔画的是（　　）



A.（1）和（4）　　B.（2）和（3）　　C.（1）和（3）　　D.（2）和（4）

2.$0<x<3$ 是 $|x-1|<2$ 成立的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

3.若椭圆的两个焦点与短轴的一个端点构成一个正三角形，则该椭圆的离心率为（　　）

A.$\frac{1}{2}$　　B.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C.$\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D.$\frac{\sqrt{6}}{4}$

4.已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2 x, & x\geq 1\\ \frac{1}{1-x}, & x<1\end{cases}$，则不等式 $f(x)\leq 1$ 的解集为（　　）

A.$(-\infty,2]$　　B.$(-\infty,0]\cup(1,2]$　　C.$[0,2]$　　D.$(-\infty,0]\cup[1,2]$

5.将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后，所得图象关于 y 轴对称，且 $f\left(\frac{\pi}{\omega}\right)=-\frac{1}{2}$，则当 ω 取最小值时，函数 $f(x)$ 的解析式为（　　）

A.$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$　　B.$f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$

C.$f(x)=\sin\left(4x+\frac{\pi}{6}\right)$　　D.$f(x)=\sin\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)$

6.已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_7=a_6+2a_5$，若存在两项 a_m，a_n，使得 $a_m\cdot a_n=16a_1^2$，

则$\dfrac{1}{m}+\dfrac{9}{n}$的最小值为（　　）

A.$\dfrac{3}{2}$　　B.$\dfrac{11}{4}$　　C.$\dfrac{8}{3}$　　D.$\dfrac{10}{3}$

7.已知全集$U=\{1,2,3,4\}$，集合$A=\{1,2\}$，$B=\{2,3\}$，则$C_U(A\cap B)=$（　　）

A.$\{1,3,4\}$　　B.$\{3,4\}$　　C.$\{3\}$　　D.$\{4\}$

8.设D为$\triangle ABC$的边BC的延长线上一点，$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{CD}$，则（　　）

A.$\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{4}{3}\overrightarrow{AC}$　　B.$\overrightarrow{AD}=\dfrac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

C.$\overrightarrow{AD}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{4}{3}\overrightarrow{AC}$　　D.$\overrightarrow{AD}=\dfrac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

9.在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，$a=3$，$c=2\sqrt{3}$，$b\sin A=a\cos\left(B+\dfrac{\pi}{6}\right)$，则$b=$（　　）

A.1　　B.$\sqrt{2}$　　C.$\sqrt{3}$　　D.$\sqrt{5}$

10.已知E，F分别是长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱AB，A_1B_1的中点，若$AB=2\sqrt{2}$，$AD=AA_1=2$，则四面体C_1-DEF的外接球的表面积为（　　）

A.13π　　B.16π　　C.18π　　D.20π

11.$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^5-1}{x^2-1}=$（　　）

A.0　　B.$\dfrac{5}{2}$　　C.1　　D.∞

12.《义务教育数学课程标准（2011年版）》在课程目标中指出，义务教育数学课程目标分为总目标与学段目标，其中总目标是从知识技能、（　　）、问题解决和情感态度四个方面具体阐述。

A.数学思考　　B.过程方法　　C.思想方法　　D.活动经验

13.设R是复数集C的一个非空子集，如果对任意的$a,b\in R$，都有$a+b$，$a-b$，$a\cdot b\in R$，则R是一个数环，则此数环的定义方式是（　　）

A.属加种差定义　　B.外延式定义　　C.公理式定义　　D.递归式定义

14.数学老师在推导等比数列前n项和的公式时，先让学生观察，发现等差数列前n项和公式$S_n=na_1+\dfrac{n(n+1)}{2}d$的特征是由项数、首项和公差构成的，引导学生猜想出等比数列前n项和公式应由项数、首项和公比构成，然后师生再继续进行推导，该老师在教学过程中

使用的推理方法是（　　）

A.归纳推理　　B.类比推理　　C.选言推理　　D.关系推理

15.吴老师与学生讨论 $\ln x+2x-6=0$ 的根的个数时，先设 $f(x)=\ln x+2x-6(x>0)$，让学生使用几何画板作出 $y=f(x)$ 的图像，并观察图像与 x 轴的交点个数，然后计算 $f'(x)=\frac{1}{x}+2>0$，从而发现函数在 $x>0$ 上是增函数，得到方程 $\ln x+2x-6=0$ 只有一个根的结论。该片段教学主要渗透和体现了（　　）数学思想方法?

A.函数与方程的思想和类比推理的思想

B.数形结合的思想和转化与化归的思想

C.分类与整合的思想和类比推理的思想

D.极限的思想与函数与方程思想

二、填空题（总共 5 题，每题 2 分，共 10 分）

16.已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sin^2 x-\tan x, & x<0\\ e^{-2x}, & x\geq 0\end{cases}$，则 $f\left(f\left(-\frac{25\pi}{4}\right)\right)=$______.

17.在边长为 2 的等边三角形 ABC 中，$\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BD}$，则向量 $\overrightarrow{BA}$ 在 $\overrightarrow{AD}$ 上的投影为______.

18.《义务教育数学课程标准(2011年版)》在学段中安排了四个部分的课程内容：“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”“综合与实践”，其中“综合与实践”内容设置的目的在于______。

①培养学生综合运用有关知识与方法解决实际问题；②培养学生的问题意识、应用意识和创新意识；③积累学生的活动经验；④加强学生知识与技能的熟悉程度；⑤提高学生解决现实问题的能力。

19.《义务教育数学课程标准（2011年版）》指出，学生学习应当是一个生动活泼的、的和______的过程。

20.《义务教育数学课程标准（2011 年版）》强调，课程内容要反映社会的需要、数学的特点，要符合学生的认知规律。课程内容的组织要重视直观，处理好______的关系。

三、简答题（共 10 分）

21.在“异分母分数加减法”的课后作业中，有的学生出现这样的错误 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$。

（1）请分析导致错误的原因。

（2）针对错误原因，给出你的教学建议。

四、解答题（第 22 题是 6 分，第 23，24，25 题各 8 分，共 30 分）

22.有甲、乙、丙三人同时同地出发，绕一个花圃行走，乙、丙二人同方向行走，甲与乙、丙相背而行。甲每分钟走 40 米，乙每分钟走 38 米，丙每分钟走 36 米。在途中，甲和乙相遇后 3 分钟和丙相遇。问：这个花圃的周长是多少米？

23.已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，且$S_n=2a_n-2$。

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=2\log_2 a_n-11$，数列$\{b_n\}$的前 n 项和为T_n，求T_n的最小值及取得最小值时 n 的值。

24.已知函数$f(x)=x^2-2x+a\ln x$。

（1）讨论函数$f(x)$的单调性；

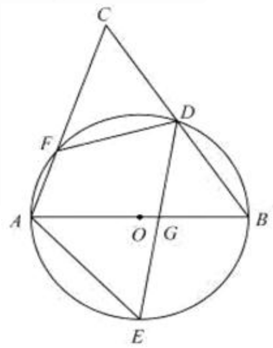
（2）若$a=4$时，存在两个正实数m，n满足$\frac{f(m)+f(n)}{m^2n^2}=1$，求证：$m+n\geq 3$。

25.如图，AB 是圆 O 的直径，D、E 为圆 O 上位于 AB 异侧的两点，连接 BD 并延长至点 C，使得 $CD=BD$．连接 AC 交圆 O 于点 F，连接 AE、DE、DF。

（1）证明：$\angle E=\angle C$；

（2）若$\angle E=55°$，求$\angle BDF$的度数；

（3）设 DE 交 AB 于点 G，若 $DF=4$，$\cos B=\frac{2}{3}$，E 是弧 AB 的中点，求$EG\cdot ED$的值。



五、综合应用（总共 20 分）

26.下列材料呈现的《义务教育教科书（人教版）数学五年级上册》中“方程的意义”的教学内容，请阅读并回答问题。

（1）本内容的教学目标（4 分）

（2）教学的重点难点，并指出教材是以何种方式去帮助学生理解难点（4 分）

（4）设计本内容的教学过程简案（12 分）

2. 解简易方程

方程的意义

左边有两个 50 g。

天平保持平衡。

$50+50=100$

这是一个等式。

正好平衡。

空杯子重 100 g。

100 g

一杯水有多重？

如果水重 x g，杯子和水共重……

100 g

哪边重些？

200 g

300 g

$100+x>200$　　$100+x<300$

平衡了！

250 g

$100+x=250$

62

x 元　x 元　x 元

2.4 元

$3x=2.4$

像 $100+x=250$，$3x=2.4$……这样，含有未知数的等式就是**方程**。

你能自己写出一些方程吗？

$x+5=18$　　$x+x+x+x=35$　　$8-x=3$

$5x=30$　　$x\div4=6$　　$3x+6=12$

$6(x-2)=24$　　$(x+4)\div2=3$　　$x+y=5$

做一做

1. 下面哪些式子是方程？

$35+65=100$　　$x-14>72$　　$y+24$

$5x+32=47$　　$28<16+14$　　$6(y+2)=42$

2. 用方程表示下面的数量关系。

x g x g　50 g

x　73　166

◎ 你知道吗？◎

早在三千六百多年前，埃及人就会用方程解决数学问题了。在我国古代，大约两千年前成书的《九章算术》中，就记载了用一组方程解决实际问题的史料。一直到三百多年前，法国的数学家笛卡儿第一个提倡用 x、y、z 等字母代表未知数，才形成了现在的方程。

63

答案及解析

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1.【答案】选 A。

【解析】图（1）有 4 个偶点，可以一笔画出；图（2）有 4 个奇点，大于 2，不能一笔画出；图（3）不是连通的，不能一笔画出；图（4）有 10 个偶点，也能一笔画出。

故本题选 A。

2.【答案】选 A。

【解析】解 $|x-1|<2$ 得到 $-1<x<3$，假设 $0<x<3$，一定有 $-1<x<3$，反之不一定，故 $0<x<3$ 是 $|x-1|<2$ 成立的充分不必要条件。

故本题选 A。

3.【答案】选 A。

【解析】由题意，椭圆的两个焦点与短轴的一个端点构成一个正三角形，即 $2c=a$，所以离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$。

故本题选 A。

4.【答案】选 D。

【解析】当 $x\geq1$ 时，$f(x)\leq1$，即为 $\log_2 x\leq1$，解得 $1\leq x\leq2$；当 $x<1$ 时，$f(x)\leq1$，即为 $\frac{1}{1-x}\leq1$，解得 $x\leq0$，综上可得，原不等式的解集为 $(-\infty,0]\cup[1,2]$。

故本题选 D。

5.【答案】选 C。

【解析】将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后，可得 $y=\sin\left(\omega x-\frac{\omega\pi}{6}+\varphi\right)$ 的图象，$\because$ 所得图象关于 y 轴对称，$\therefore -\frac{\omega\pi}{6}+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$。

$\because f\left(\frac{\pi}{\omega}\right)=-\frac{1}{2}=\sin(\pi+\varphi)=-\sin\varphi$，即 $\sin\varphi=\frac{1}{2}$，则当 ω 取最小值时，$\varphi=\frac{\pi}{6}$，$\therefore -\frac{\omega\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{3}$，

取 $k=-1$，可得 $\omega=4$，$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=\sin\left(4x+\frac{\pi}{6}\right)$。

故本题选 C。

6.【答案】选 B。

【解析】设正项等比数列$\{a_n\}$的公比为q，且$q>0$，由$a_7=a_6+2a_5$，得$a_6q=a_6+\frac{2a_6}{q}$，化简得$q^2-q-2=0$，解得$q=2$或$q=-1$（舍去），因为$a_ma_n=16a_1^2$，所以$\left(a_1q^{m-1}\right)\left(a_1q^{n-1}\right)=16a_1^2$，则$q^{m+n-2}=16$，解得$m+n=6$，所以$\frac{1}{m}+\frac{9}{n}=\frac{1}{6}(m+n)\left(\frac{1}{m}+\frac{9}{n}\right)=\frac{1}{6}\left(10+\frac{n}{m}+\frac{9m}{n}\right)\geq\frac{1}{6}\left(10+2\sqrt{\frac{n}{m}\cdot\frac{9m}{n}}\right)=\frac{8}{3}$，当且仅当$\frac{n}{m}=\frac{9m}{n}$时取等号，此时$\begin{cases}\frac{n}{m}=\frac{9m}{n}\\m+n=6\end{cases}$，解得$\begin{cases}m=\frac{3}{2}\\n=\frac{9}{2}\end{cases}$，因为$m$，$n$取整数，所以均值不等式等号条件取不到，则$\frac{1}{m}+\frac{9}{n}>\frac{8}{3}$，验证可得，当$m=2$，$n=4$时，$\frac{1}{m}+\frac{9}{n}$取最小值为$\frac{11}{4}$。

故本题选 B。

7.【答案】选 A。

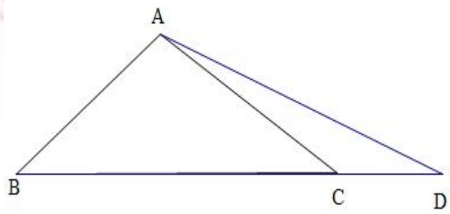
【解析】集合$A=\{1,2\}$，$B=\{2,3\}$，则$A\cap B=\{2\}$，又全集$U=\{1,2,3,4\}$，则$C_U(A\cap B)=\{1,3,4\}$。

故本题选 A。

8.【答案】选 C。

【解析】$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$。

故本题选 C。



9.【答案】选 C。

【解析】因为$b\sin A=a\cos\left(B+\frac{\pi}{6}\right)$，展开得$b\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}a\cos B-\frac{1}{2}a\sin B$，由正弦定理化简得$\sin B\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A\cos B-\frac{1}{2}\sin A\sin B$，整理得$\sqrt{3}\sin B=\cos B$，即$\tan B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，而

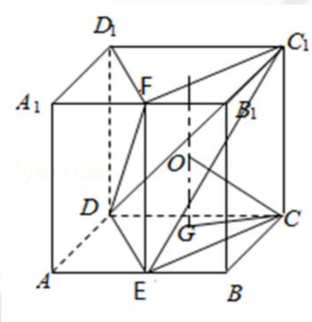
三角形中 $0<B<\pi$，所以 $B=\dfrac{\pi}{6}$，由余弦定理可得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，代入 $b^2=3^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2-2\times3\times2\sqrt{3}\cos\dfrac{\pi}{6}$，解得 $b=\sqrt{3}$。

故本题选 C。

10.【答案】选 A。

【解析】如图所示，四面体 C_1-DEF 的外接球就是直三棱柱 $DEC-D_1FC_1$ 的外接球，设棱柱 $DEC-D_1FC_1$ 的底 DEC 的外接圆圆心为 G，三棱柱 $DEC-D_1FC_1$ 的外接球球心为 O，$\triangle DEC$ 的外接圆半径 r．$r^2=(2-r)^2+\sqrt{2}^2$，解得 $r=\dfrac{3}{2}$，外接球的半径 $R=\sqrt{OG^2+GC^2}=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，∴四面体 C_1-DEF 的外接球的表面积为 $4\pi R^2=13\pi$。

故本题选 A。



11.【答案】选 B。

【解析】当 $x\to1$ 时，分子分母都趋于 0，因此本题应该考虑使用洛必达法则，

$$\lim_{x\to1}\frac{x^5-1}{x^2-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x^5-1)'}{(x^2-1)'}=\lim_{x\to1}\frac{5x^4}{2x}=\frac{5}{2}。$$

故本题选 B。

12.【答案】选 A。

【解析】新课标的课程目标中明确规定：义务教育数学课程目标分为总目标与学段目标，其中总目标是从知识技能、数学思考、问题解决和情感态度四个方面具体阐述。

故本题选 A。

13.【答案】选 A。

【解析】“R 是复数集 C 的一个非空子集”是数环的属，而种差是“对任意的 $a,b\in R$，都有 $a+b$，$a-b$，$a\cdot b\in R$”。

故本题选 A。

14.【答案】选 B。

【解析】类比推理是从特殊到特殊的推理，符合题干要求。

故本题选 B。

15.【答案】选 B。

【解析】吴老师的方法中利用几何画板作图体现了数形结合的思想，同时也是将代数问题转化为几何问题来进行解决。

故本题选 B。

二、填空题（共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

16.【答案】$\frac{1}{e^3}$。

【解析】因为 $f\left(-\frac{25\pi}{4}\right)=\sin^2\left(-\frac{25\pi}{4}\right)-\tan\left(-\frac{25\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$，所以 $f\left(\frac{3}{2}\right)=e^{-2\times\frac{3}{2}}=e^{-3}=\frac{1}{e^3}$。故答案为$\frac{1}{e^3}$。

17.【答案】$-\sqrt{3}$。

【解析】$\because \overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BD}$，$\therefore D$ 为 BC 的中点，$\therefore \overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$，$\therefore \overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BA}=-2+\frac{1}{2}\times 2\times 2\times\cos 120^\circ=-3$，$\left|\overrightarrow{AD}\right|=\frac{1}{2}\sqrt{\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}=\frac{1}{2}\sqrt{4+4+2\times 2\times 2\times\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$，则向量 $\overrightarrow{BA}$ 在 $\overrightarrow{AD}$ 上的投影为 $\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AD}}{\left|\overrightarrow{AD}\right|}=\frac{-3}{\sqrt{3}}=-\sqrt{3}$。故答案为$-\sqrt{3}$。

18.【答案】①②③⑤。

【解析】《义务教育数学课程标准（2011年版）》在课程内容部分指出：“综合与实践”内容设置的目的在于培养学生综合运用有关的知识与方法解决实际问题，培养学生的问题意识、应用意识和创新意识，积累学生的活动经验，提高学生解决现实问题的能力。故答案为①②③⑤。

19.【答案】主动；富有个性。

【解析】《义务教育数学课程标准（2011年版）》指出，学生学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程。

20.【答案】直观与抽象。

【解析】课程内容的组织要重视过程，处理好过程与结果的关系；要重视直观，处理好直观与抽象的关系；要重视直接经验，处理好直接经验与间接经验的关系。因此本题的答案是直观与抽象。

三、简答题（共 10 分）

21.【参考答案】

（1）解题错误及原因分析：在计算异分母分数加法时，学生混淆了异分母分数加法的计算原理。应该是当分母一样的时候，分子相加，分母不变，而不是分子分母同时相加。

（2）教学建议：教师的教学应该以学生的认识发展水平和已有的教学经验为基础，面向全体学生，注重启发式和因材施教。在异分母分数的加法中，重点是让学生经历将新知转化为旧知的过程。因此，教学中应注重转化思想的培养，将异分母分数的加法转化为已知的同分母的分数加法。另外，对于抽象思维水平不够的学生，可以利用直观图，讲解算理。利用直观图，可以看出两个图形都变成由若干个大小一样的小扇形组成的图形，就可以相加了，这样理解，直观明了。

四、解答题（第 22 题 6 分，第 23，24，25 题各 8 分，共 30 分）

22.【答案】8892（米）。

【解析】这个三人行程的问题由两个相遇、一个追击组成，题目中所给的条件只有三个人的速度，以及一个“3 分钟”的时间。第一个相遇：在 3 分钟的时间里，甲、丙的路程和为 $(40+36)\times 3=228$（米）第一个追击：这 228 米是由于在开始到甲、乙相遇的时间里，乙、丙两人的速度差造成的，是逆向的追击过程，可求出甲、乙相遇的时间为 $228\div(38-36)=114$（分钟），第二个相遇：在 114 分钟里，甲、乙二人一起走完了全程。所以花圃周长为 $(40+38)\times 114=8892$（米）。

23.【答案】（1）$a_n=2^n$；（2）当 $n=5$ 时，T_n 有最小值 $T_5=-25$。

【解析】（1）当 $n=1$ 时，$S_1=a_1=2a_1-2$，解得 $a_1=2$，当 $n\geq 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2a_n-2-\left(2a_{n-1}-2\right)=2a_n-2a_{n-1}$，所以 $a_n=2a_{n-1}$，所以 $\{a_n\}$ 是以 2 为首项，2 为公比的等比数列，所以 $a_n=2^n$；（2）$b_n=2\log_2 a_n-11=2\log_2 2^n-11=2n-11$，所以 $\{b_n\}$ 为等差数列，所以 $T_n=\dfrac{n\left(b_1+b_n\right)}{2}=\dfrac{n\left(-9+2n-11\right)}{2}=n^2-10n$，所以当 $n=5$ 时，T_n 有最小值 $T_5=-25$。

24.【答案】（1）见解析；（2）见解析。

【解析】（1）依题意，可知$x\in(0,+\infty)$，$f'(x)=2x-2+\dfrac{a}{x}=\dfrac{2x^2-2x+a}{x}$，对于函数$y=2x^2-2x+a$，$\varDelta=4-8a$，当$\varDelta\le 0$，即$a\ge\dfrac{1}{2}$时，$2x^2-2x+a\ge 0$，此时函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增。当$\varDelta>0$，即$a<\dfrac{1}{2}$时，函数$y=2x^2-2x+a$有两个零点$x_1$，$x_2$，且$x_1+x_2=1$，$x_1x_2=\dfrac{a}{2}$，其中$x_1=\dfrac{1-\sqrt{1-2a}}{2}$，$x_2=\dfrac{1+\sqrt{1-2a}}{2}$，若$0<a<\dfrac{1}{2}$，则$x_1>0$，当$x\in(0,x_1)$时，$f'(x)>0$；当$x\in(x_1,x_2)$时，$f'(x)<0$；当$x\in(x_2,+\infty)$时，$f'(x)>0$，若$a\le 0$，则$x_1\le 0$，当$x\in(0,x_2)$时，$f'(x)<0$；当$x\in(x_2,+\infty)$时，$f'(x)>0$。综上所述，当$a\ge\dfrac{1}{2}$时，函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增；当$0<a<\dfrac{1}{2}$时，函数$f(x)$在$\left(0,\dfrac{1-\sqrt{1-2a}}{2}\right)$上单调递增，在$\left(\dfrac{1-\sqrt{1-2a}}{2},\dfrac{1+\sqrt{1-2a}}{2}\right)$上单调递减，在$\left(\dfrac{1+\sqrt{1-2a}}{2},+\infty\right)$上单调递增；当$a\le 0$时，函数$f(x)$在$\left(0,\dfrac{1+\sqrt{1-2a}}{2}\right)$上单调递减，在$\left(\dfrac{1+\sqrt{1-2a}}{2},+\infty\right)$上单调递增；（2）当$a=4$时，存在两个正数$m$，$n$使得$\dfrac{f(m)+f(n)}{m^2n^2}=1$成立，则$f(m)+f(n)-m^2n^2=0$，所以$m^2-2m+4\ln m+n^2-2n+4\ln n-m^2n^2=0$，即$(m+n)^2-2(m+n)=m^2n^2+2mn-4\ln mn$，令$t=mn$，$\varphi(t)=t^2+2t-4\ln t\,(t>0)$，则$\varphi'(t)=2t+2-\dfrac{4}{t}=\dfrac{2(t-1)(t+2)}{t}(t>0)$，当$t\in(0,1)$时，$\varphi'(t)<0$，所以函数$\varphi(t)=t^2+2t-4\ln t\,(t>0)$在$(0,1)$上单调递减；当$t\in(1,+\infty)$时，$\varphi'(t)>0$，所以函数$\varphi(t)=t^2+2t-4\ln t\,(t>0)$在$(1,+\infty)$上单调递增；所以函数$\varphi(t)=t^2+2t-4\ln t\,(t>0)$在$t=1$取得最小值，最小值为3。所以$(m+n)^2-2(m+n)\ge 3$，即$(m+n)^2-2(m+n)-3\ge 0$，解得$m+n\ge 3$或$m+n\le -1$，因为$m$，$n\in(0,+\infty)$，所以$m+n\ge 3$。

25.【答案】（1）见解析；（2）110°；（3）18。

【解析】（1）连接AD，$\because AB$是O的直径，$\therefore\angle ADB=90^\circ$，$\therefore AD\perp BC$，$\because CD=BD$，$\therefore AD$垂直平分$BC$，$\therefore AB=AC$，$\therefore\angle B=\angle C$，又$\because\angle B=\angle E$，$\therefore\angle E=\angle C$；

（2）$\because$四边形$AEDF$是O的内接四边形，$\therefore\angle AFD=180^\circ-\angle E$，又

$\angle CFD=\angle 180^{\circ}-\angle AFD, \therefore \angle CFD=\angle E=55^{\circ}$，又$\because \angle E=\angle C=55^{\circ}$，$\angle BDF=\angle C+\angle CFD=110^{\circ}$；

（3）连接 $OD, \because \angle CFD=\angle E=\angle C, \therefore FD=CD=BD=4$，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABD$，$\cos B=\dfrac{2}{3}$，$BD=4, \therefore AB=6$，$\because E$ 是弧 AB 的中点，是 O 的直径 $\therefore \angle AOE=90^{\circ}$，$\because AO=OE=3, \therefore AE=3\sqrt{2}$，又$\because E$ 是弧 AB 的中点，$\therefore \angle ADE=\angle EAB, \therefore \triangle AEG \quad \triangle DEA$，$\therefore \dfrac{AE}{EG}=\dfrac{DE}{AE}, \therefore EG\cdot ED=AE^{2}=18$。

五、综合应用（本大题共 3 小题，第（1）题 4 分，第（2）题 4 分，第（3）题 12 分，共 20 分）

26.【参考答案】

（1）本节课的教学目标是：①知识与技能目标：认识方程，初步理解方程的意义，会判断一个式子是否是方程；②过程与方法目标：通过分组讨论的过程，提高学生发现问题和解决问题的能力；③情感态度与价值观目标：培养学生用数学模型解释实际问题的兴趣，感知数学这门学科基本的思维方式及解题技巧。

（2）结合教材的地位及学生的认知水平确定本节课的教学重点是：理解方程的含义，会用方程表示简单情境中的等量关系；教学难点是正确分析题目中的等量关系。

在新课改理念的指导下，遵循“教师主导，学生主体”的的思路，首先是采用情境教学的方法，通过对现实问题的描述，启发学生去思考和发现实际问题中的数量关系，并尝试使用等式去表示数量关系。学生对方程有一个较为初步的认识；其次是分组讨论的方式，分组讨论方程表示的意义，能够用科学准确的语言表述方程的含义；最后以讲练结合法完善概念知识，熟练掌握方程的意义，并能够用方程去解决实际问题。

（3）教学简案：

①情境导入

上课伊始，通过提问的形式让学生们回忆他们玩过的跷跷板的游戏，并思考跷跷板为什么会保持平衡。进而，提问学生，如果老师也想玩跷跷板，那以老师的体重，应该和几个同学一起玩。通过创设这样的情境，学生的兴趣充分调动起来，但是可能还无法完全把这个生活情境和本节课所学的内容联系起来，带着问题来学习本节课的内容。

②知识新授

环节一：演示天平左右两端相等。在天平的左边托盘里放置两个 50g 的砝码，天平右边放置一个100g 的砝码，天平此时保持平衡状态。则可写出等式：$50+50=100g$；接下来将

天平左边的两个50g砝码去掉，放置一个空烧杯，天平右边仍旧是一个100g的砝码，此时天平依旧保持平衡，则：烧杯重量$=100g$；给烧杯中加入若干重量的水，观察此时天平的变化情况，天平左边下沉，右边上升；假设加入水的重量为x g，那么可以列出式子：$100+x>100g$。

环节二：学生分小组讨论如何放置砝码能让天平继续保持平衡状态。结果1：右边再加一块100g的砝码，此时仍旧是左边重，那么$100+x>200g$；结果2：给天平右边再加两块100g的砝码，此时发现天平右边下沉，左边上升，则可以得出：$100+x<300g$；结果3：给天平右边再放入一块100g的砝码和一块50g的砝码，此时发现天平保持平衡状态，则可以得出式子：$100+x=250g$。

环节三：提出新的问题："某学生去超市买3本笔记本一共花了2.4元，那么如果用x表示每本笔记本的价格，可以列出怎样的式子？"学生自主探索。得出两种不同的结果：①$x+x+x=2.4$元；②$3x=2.4$元。

环节四：学生讨论并回答列出来的两个式子（$100+x=250g$和$3x=2.4$）有什么共同点：一是都含有未知数x；二是都是等式。老师进行总结："像这样，含有未知数的等式就是方程"。

③巩固练习

在学习完所有新知识以后，给学生设计几道练习题，包括计算简单方程的解，在课堂上请几位同学上黑板进行计算，做完题之后根据学生出现的问题进行点拨与分析。

④课堂小结

引导学生回顾本节课所学的主要知识，请学生总结归纳，并谈谈自己的收获和感悟。在学生总结的基础上进行适当的补充。

⑤布置作业

必做题是课后"做一做"的第2题；选做题是自己联系生活实际，编写一道关于方程的应用题。

方程的意义

$100+X=250$

①等式　②未知数

定义：含有未知数的等式就是方程。

$50+50=100$

$100+X$

$100+X>200$

$100+X<300$