

一 单选, 每题 2 分, 共 10 分

1. 王老师对班里的每一位同学都很关心, 尤其是对学习成绩不良的学生尤为关爱, 这表明王老师具有 ()

- A 热情性格
- B 热爱学生的职业道德
- C 刻苦钻研的精神
- D 终身学习的理念

【答案】B

2. 根据我国《教师法》的规定, 教师在履行的义务有 ()

- A 从事学术交流的义务
- B 进行教育教学活动, 开展教育教学改革和实验的义务
- C 评定学生品行和学业成绩的义务
- D 制止有害于学生行为的义务

【答案】D

3. 最近发展区是由 () 提出的。

- A 夸美纽斯
- B 维果斯基
- C 杜威
- D 赫尔巴特

【答案】B

4. 角的概念的掌握, 对钝角、直角、锐角等概念的学习有一定的影响, 这属于 ()

- A 水平迁移
- B 自下而上的迁移
- C 自上而下的迁移
- D 逆向迁移

【答案】C

5. () 是为了了解学生的学习准备状态及影响学习的因素而进行的评价。

- A 诊断性

- B 形成性
C 总结性
D 相对性

【答案】A

二. 共 12 题, 每题 3 分

6. 设集合 $M = \{x | y = 2x - 3\}$, $N = \{y | y = \sqrt{9 - x^2}\}$, 则 $M \cap N =$ ()

- A. $[-3, 3]$ B. $[0, 3]$ C. $\{(9/5, 12/5)\}$ D. \varnothing

【答案】

【解析】 $M = \{x | y = 2x - 3\} = \{x | x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{y | y = \sqrt{9 - x^2}\} = \{y | y \geq 0\}$, 所以 $M \cap N = [0, +\infty)$

7. 已知复数 $Z = mi / (1 + i)$ ($m > 0$), 若 $Z \cdot \bar{Z} = 2$, 则 $Z =$ ()

- A. $1 + i$ B. $1 - i$ C. $2 + i$ D. $2 - i$

【答案】A

【解析】 $z = \frac{mi}{1+i} = \frac{mi(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{m}{2}(1+i)$ $\therefore \bar{z} = \frac{m}{2}(1-i)$ $\because z \cdot \bar{z} = 2$ 求得 $m = 2$

$\therefore z = 1 + i$ 选 A。

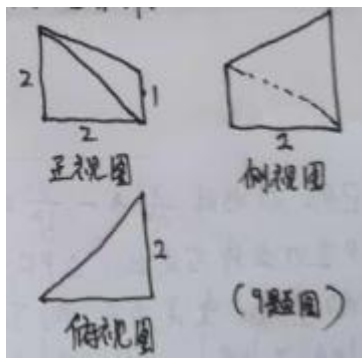
8. 王昌龄《从军行》中两句诗为“黄山百战穿金甲，不破楼兰终不还”，其中最后一句“攻破楼兰”是“返回家乡”的

- A. 充分条件 B. 必要条件 C. 充要条件 D. 即不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】“攻破楼兰”不一定“返回家乡”，但是“返回家乡”一定是“攻破楼兰”，故“攻破楼兰”是“返回家乡”的必要条件。选 B。

9. 如图所示，某几何体的三视图，则该几何体的体积为 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. $16/3$

【答案】A

【解析】由三视图可知，该几何体为四棱锥 $P-ABCD$ ，其中侧面 $PAB \perp$ 面 $ABCD$ ，侧面 $PAD \perp$ 面 $ABCD$ ， \therefore

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{1+2}{2} \times 2 \times 2 = 2。故选 A。$$

10. 设随机变量 $X \sim B(2, p)$ ，随机变量 $Y \sim B(3, p)$ ，若 $P(X \geq 1) = 5/9$ ，则 $D(3Y+1) = ()$

A. 2 B. 0 C. 6 D. 7

【答案】C

【解析】 \because 随机变量 $X \sim B(2, p)$ ， $\therefore P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (1-p)^2 = \frac{5}{9}$ ，解得 $p = \frac{1}{3}$ 。 $\therefore D(Y) = 3 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ ，

即得出 $D(3Y+1) = 9D(Y) = 9 \times \frac{2}{3} = 6$ 。选 C。

11. 已知点 P 为圆 B: $x^2 + 4x + y^2 = 0$ 上任意一点，A(2, 0)，线段 AP 的垂直平分线 L 和直线 BP 相交于点 Q，当点 P 在圆上运动时，点 Q 的轨迹方程为 ()

A. $X^2 + y^2 / 3 = 1$ B. $x^2 - y^2 / 3 = 1(x < 0)$ C. $x^2 - y^2 / 3 = 1(x > 0)$ D. $x^2 - y^2 / 3 = 1$

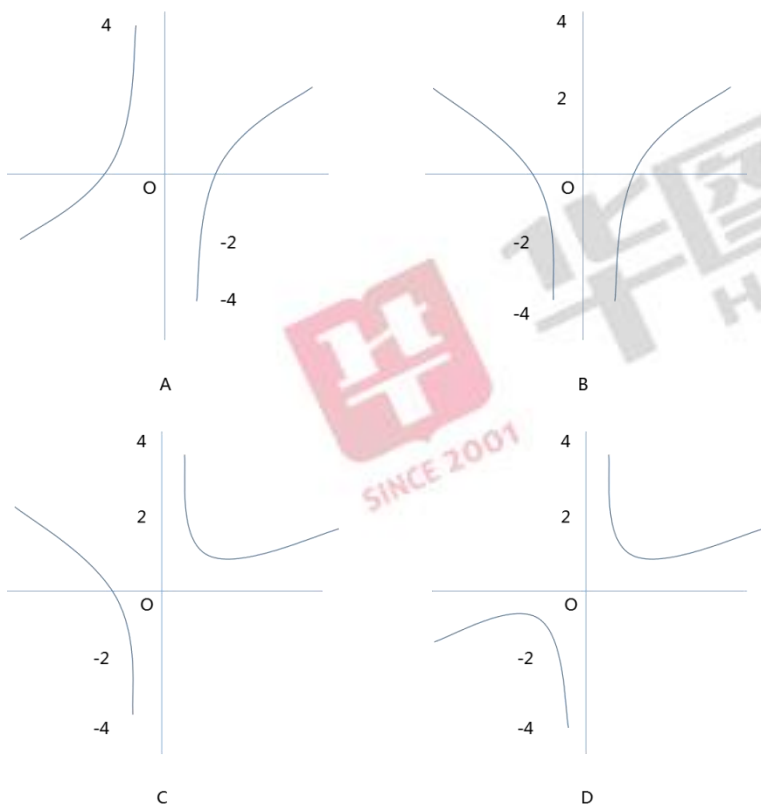
【答案】C

【解析】连接 AQ，由于 Q 在 AP 的垂直平分线上，有 $|AQ| = |PQ|$ ，则 $|BQ| - |AQ| = |BQ| - |PQ| = |BP| = 2$ ， \therefore Q 到

A 和 B 的距离之差为定值，轨迹为双曲线。 \because A(2, 0)，B(-2, 0)， $\therefore c=2$ ， $a=1$ ，则 $b^2 = c^2 - a^2 = 3$ ，即点 Q 的轨迹

方程为 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1(x > 0)$ 。选 C。

12. 函数 $f(x) = e^{\ln|x|} + \frac{1}{x}$ 的大致图象为：



【答案】C

【解析】 $\because f(x) = e^{\ln|x|} + \frac{1}{x}$, $\therefore f(-x) = e^{\ln|x|} - \frac{1}{x}$, 所以函数 $f(x)$ 为非奇非偶函数, 可排除 A、B、D。故选 C。

13. 下列四个命题:

- ①、设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $a_1 > 0$ 是 $S_3 > S_2$ 的充要条件。
 - ②、已知命题 $p = \forall x \in R, \sin x \leq 1$, 则 $\neg p$ 为 $\forall x \in R, \sin x > 1$;
 - ③、在某项测量中, 测量结果 x 服从正态分布 $N(4, \rho^2) (\rho > 0)$, 若 x 在 $(0, 8)$ 内取值的概率为 0.6, 则 x 在 $(0, 4)$ 内的取值概率为 0.4;
 - ④、一直直线 $l: x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 交于 A、B 两点, 则 \overline{AB} 在 x 轴正方向上投影的绝对值为 3。
- A. ①③ B. ②③ C. ①④ D. ②④

【答案】C

【解析】选项①, 设等比数列的公比为 q , 则由 $S_3 - S_2 = a_3 = a_1 q^2$ 可知, $S_3 > S_2$ 的充要条件是 $a_1 q^2 > 0$ 即 $a_1 > 0$ 。故选项①正确。

选项②, 已知命题 $p = \forall x \in R, \sin x \leq 1$, 则 $\neg p$ 为 $\exists x \in R, \sin x > 1$ 。故选项②错误。

选项③, x 服从正态分布 $N(4, \rho^2) (\rho > 0)$, 且 x 在 $(0, 8)$ 内取值的概率为 0.6, 则 x 在 $(0, 4)$ 内的取值概率为

$0.6 \times \frac{1}{2} = 0.3$ 。故③错误。

选项④，由题意，圆心到直线的距离 $d = \frac{2}{\sqrt{1+3}} = 1$ ， $\therefore |AB| = 2\sqrt{4-1} = 2\sqrt{3}$ ， \because 直线 L 的倾斜角为 30° ， $\therefore \overline{AB}$ 在

x 轴正方向上投影的绝对值为 $2\sqrt{3} \cos 30^\circ = 3$ 。故④正确。

选 C。

14. 已知实数 m, n ，且点 $(1, 1)$ 在不等式组 $\begin{cases} mx + ny \leq 2 \\ ny - 2mx \leq 2 \\ ny \geq 1 \end{cases}$ 表示的平面内，则 $m+2n$ 的取值范围为：

A. $\left[0, \frac{11}{2}\right]$ B. $\left[\frac{1}{2}, 5\right]$ C. $\left[1, \frac{9}{2}\right]$ D. $\left[\frac{3}{2}, 4\right]$

【答案】D

【解析】作出不等式组对应的平面区域，设 $z = m+2n$ ，移动直线由图像知，当直线 $m = -2n + z$ 经过 $(2, 0)$ 时，直线的截距

最大为 $z = 2 \times 2 = 4$ ；当直线 $m = -2n + z$ 经过 $\begin{cases} n = 1 \\ n - 2m = 2 \end{cases}$ 的交点 $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ 时，直线的截距最小为 $z = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 。故选 D。

15. 已知双曲线

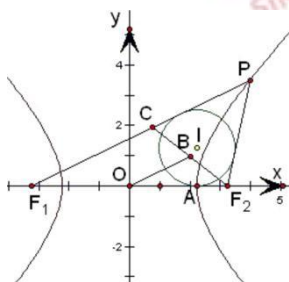
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$$

的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，点 O 为双曲线的中心 P 在双曲线右支上，

$\triangle PF_1, F_2$ 内切圆的圆心为 Q ，圆 Q 与 x 轴相切于点 A ，过 F_2 ，作直线 PQ 的垂线，垂足为 B ，则下列结论成立的是

A $|OA| > |OB|$ B $|OA| < |OB|$ C $|OA| = |OB|$ D $|OA|$ 与 $|OB|$ 大小关系不确定

【答案】C



【解析】

$\because |PF_1| - |PF_2| = 2a$ 及圆的切线长定理知,

$|AF_1| - |AF_2| = 2a$ 设内切圆的圆心横坐标为 x

则 $|(x+c) - (c-x)| = 2a$

$\therefore x = a$;

即 $|OA| = a$,

在三角形 PCF_2 中, 由题意得, 它是一个等腰三角形, $PC = PF_2$,

\therefore 在三角形 F_1CF_2 中, 有:

$$\begin{aligned} OB &= \frac{1}{2} CF_1 \\ &= \frac{1}{2} (PF_1 - PC) \\ &= \frac{1}{2} (PF_1 - PF_2) \\ &= \frac{1}{2} \times 2a \\ &= a, \end{aligned}$$

$\therefore |OB| = |OA|$.

16.

若 $(2x+1)^{11} = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \dots + a_{11}(x+1)^{11}$, 则 $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \dots + \frac{a_{11}}{12} =$
A. 0 B. $\frac{1}{12}$ C. 1 D. 12

【答案】A

【解析】 $\because (2x+1)^{11} = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \dots + a_{11}(x+1)^{11}$, \therefore

$$\int_{-1}^0 (2x+1)^{11} dx = \int_{-1}^0 [a_0 + a_1(x+1) + \dots + a_{11}(x+1)^{11}] dx$$

$$\frac{(2x+1)^{12}}{24} \Big|_{-1}^0 = \left[a_0 x + \frac{1}{2} a_1 (x+1)^2 + \frac{1}{3} a_2 (x+1)^3 + \dots + \frac{1}{12} a_{11} (x+1)^{12} \right] \Big|_{-1}^0$$

则 $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \dots + \frac{a_{11}}{12} = 0$ 。故选 A。

17、

1. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \sin x + \frac{x^3}{6} - ax$, 若 $f(x)$ 存在两个极值点, 则 a 的取值范围是
A. $(-\infty, 0)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(0, 1)$ D. $(-\infty, 1)$

【答案】C

三、共 4 题, 每题 3 分。

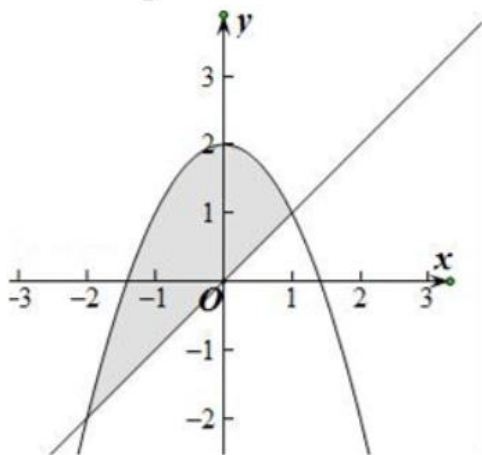
18. 直线 $Y=X$ 与抛物线 $Y=2-X^2$ ，所围成圆形的面积为

【解答】解：将 $y=x$ ，代入 $y=2-x^2$ 得 $x=2-x^2$ ，解得 $x=-2$ 或 $x=1$ ， $y=-2$ ， $y=1$ ，

∴ 直线 $y=x$ 和抛物线 $y=2-x^2$ 所围成封闭图形的面积如图所示，

$$\therefore S = \int_{-2}^1 (2-x-x^2) dx = \left(2x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_{-2}^1 = \left(2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) - \left(-4 + \frac{8}{3} - 2 \right) = \frac{9}{2},$$

故答案为： $\frac{9}{2}$.



19.

定义：若存在实数 $x_1 \in [-2, -1]$ ， $x_2 \in [1, 32]$ ，使 $2^{-x_1} = \log_2 x_2$ 成立，则称 a 为指数对数，那么 $a \in [-20, 20]$ ，上成为指数对数的概率是

解答：

$$x_1 \in [-2, -1], \text{ 则 } 2^{-x_1} \in [2, 4],$$

$$\therefore 2 \leq \log_2 x_2 \leq 4,$$

$$\therefore 4 \leq x_2 \leq 16,$$

$$\therefore -20 \leq a \leq 4, \text{ 区间长度为 } 24,$$

$$a \in [-20, 20], \text{ 区间长度为 } 40, \text{ 故所求概率为}$$

$$\frac{24}{40} = \frac{3}{5},$$

故答案为： $\frac{3}{5}$.

20. 在锐角 $\triangle ABC$ 中， $\sin A = 2\sin B \sin C$ ，则 $\tan A \tan B \tan C$ 的最小值为

答案：8.

由 $\sin A = \sin(\pi - A) = \sin(B+C) = \sin B \cos C + \cos B \sin C$
， $\sin A = 2 \sin B \sin C$ ，

可得 $\sin B \cos C + \cos B \sin C = 2 \sin B \sin C$ ，①

由三角形 ABC 为锐角三角形，则 $\cos B > 0$ ， $\cos C > 0$ ，

在①式两侧同时除以 $\cos B \cos C$ 可得 $\tan B + \tan C = 2 \tan B \tan C$ ，

又 $\tan A = -\tan(\pi - A) = -\tan(B+C) = -\frac{\tan B + \tan C}{1 - \tan B \tan C}$ ②，

则 $\tan A \tan B \tan C = -\frac{\tan B + \tan C}{1 - \tan B \tan C} \cdot \tan B \tan C$ ，

由 $\tan B + \tan C = 2 \tan B \tan C$ 可得 $\tan A \tan B \tan C = -\frac{2(\tan B \tan C)^2}{1 - \tan B \tan C}$ ，

令 $\tan B \tan C = t$ ，由 A, B, C 为锐角可得 $\tan A > 0$ ， $\tan B > 0$ ， $\tan C > 0$ ，

由②式得 $1 - \tan B \tan C < 0$ ，解得 $t > 1$ ，

$$\tan A \tan B \tan C = -\frac{2t^2}{1-t} = -\frac{2}{\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t}},$$

$\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t} = (\frac{1}{t} - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$ ，由 $t > 1$ 得 $-\frac{1}{4} \leq \frac{1}{t^2} - \frac{1}{t} < 0$ ，

因此 $\tan A \tan B \tan C$ 的最小值为 8，

当且仅当 $t=2$ 时取到等号，此时 $\tan B + \tan C = 4$ ， $\tan B \tan C = 2$ ，

解得 $\tan B = 2 + \sqrt{2}$ ， $\tan C = 2 - \sqrt{2}$ ， $\tan A = 4$ ，（或 $\tan B$ ， $\tan C$ 互换），此时 A, B, C 均为锐角。

21.

1. 已知 \vec{OA}, \vec{OB} 是非零不共线的向量，设 $\vec{OR} = \frac{1}{r_1} \vec{OA} + \frac{1}{r_2} \vec{OB}$ ，在点集

$$M = \left\{ k_1 \frac{\vec{OA} \cdot \vec{OR}}{|\vec{OA}|} = \frac{\vec{OR} \cdot \vec{OR}}{|\vec{OR}|}, \text{且点 } A, R, B \text{ 不共线} \right\} \text{ 当 } R_1, R_2 \in M \text{ 时, 若}$$

对任意的 r_1, r_2 ，不等式 $|\vec{OR}_1| \leq C |\vec{AB}|$ 恒成立，则实数 C 的最小值为

【解答】解：由 $\vec{OC} = \frac{1}{r+1}\vec{OA} + \frac{r}{r+1}\vec{OB}$ ，

可得 A, B, C 共线，

$$\text{由 } \frac{\vec{KA} \cdot \vec{KC}}{|\vec{KA}|} = \frac{\vec{KB} \cdot \vec{KC}}{|\vec{KB}|},$$

可得 $|\vec{KC}| \cos \angle AKC = |\vec{KC}| \cos \angle BKC$ ，

即有 $\angle AKC = \angle BKC$ ，

则 KC 为 $\angle AKB$ 的平分线，

由角平分线的性质定理可得 $\frac{|\vec{KA}|}{|\vec{KB}|} = \frac{|\vec{AC}|}{|\vec{BC}|} = r$ ，

即有 K 的轨迹为圆心在 AB 上的圆，

由 $|K_1A| = r|K_1B|$ ，可得 $|K_1B| = \frac{|\vec{AB}|}{r+1}$ ，

由 $|K_2A| = r|K_2B|$ ，可得 $|K_2B| = \frac{|\vec{AB}|}{r-1}$ ，

可得 $|K_1K_2| = \frac{|\vec{AB}|}{r+1} + \frac{|\vec{AB}|}{r-1} = \frac{2r}{r^2-1}|\vec{AB}|$

$$= \frac{2}{r - \frac{1}{r}}|\vec{AB}|,$$

由 $r - \frac{1}{r}$ 在 $r \geq 2$ 递增，可得 $r - \frac{1}{r} \geq 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ，

即有 $|K_1K_2| \leq \frac{4}{3}|\vec{AB}|$ ，

即 $\frac{|\vec{K_1K_2}|}{|\vec{AB}|} \leq \frac{4}{3}$ ，由题意可得 $c \geq \frac{4}{3}$ ，

故 c 的最小值为 $\frac{4}{3}$ 。

22. (8 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=\sqrt{7}$ ， $BC=4$ ，且 $\frac{\vec{AO} \cdot \vec{BO}}{S_{\triangle AOB}} = \frac{\vec{BO} \cdot \vec{CO}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{\vec{AO} \cdot \vec{CO}}{S_{\triangle AOC}}$ ，求 $OA+OB+OC$ 的值。

【答案】 $3\sqrt{3}$

【解析】由 $\frac{\vec{AO} \cdot \vec{BO}}{S_{\triangle AOB}} = \frac{\vec{BO} \cdot \vec{CO}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{\vec{AO} \cdot \vec{CO}}{S_{\triangle AOC}}$ 得： $\angle AOB = \angle BOC = \angle AOC = 120^\circ$

可算出 $OA = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $OB=OC = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ 则 $OA+OB+OC = 3\sqrt{3}$

已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1, a_2=3$, 其前 n 项和为 S_n , 且当 $n \geq 2$ 时,
 $a_{n+1}S_{n-1} - a_nS_n = 0$.

(1) 求证: 数列 $\{S_n\}$ 是等比数列, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式

(2) 令 $b_n = \frac{9a_n}{a_n+3(a_{n+1}+3)}$, 记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求 T_n

23. (8 分)

【解析】

(1) 当 $n \geq 2$ 时,

$$a_{n+1}S_{n-1} - a_nS_n = (S_{n+1} - S_n)S_{n-1} - (S_n - S_{n-1})S_n = S_{n+1}S_{n-1} - S_n^2 = 0$$

,

$$\therefore S_n^2 = S_{n-1}S_{n+1} (n \geq 2), \text{ 又由 } S_1 = 1 \neq 0, S_2 = 4 \neq 0,$$

可推知对一切正整数 n 均有 $S_n \neq 0$, 则数列 $\{S_n\}$ 是

等比数列, $S_n = 4^{n-1}$

当 $n \geq 2$ 时,

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 3 \times 4^{n-2}, \text{ 又 } a_1 = S_1 = 1, \therefore a_n = \begin{cases} 1, & (n=1) \\ 3 \times 4^{n-2}, & (n \geq 2) \end{cases}$$

(2) 当 $n \geq 2$ 时,

$$b_n = \frac{9a_n}{(a_n + 3)(a_{n+1} + 3)} = \frac{9 \times 3 \times 4^{n-2}}{(4^{n-2} + 1)(4^{n-1} + 1)},$$

$$\text{有 } b_1 = \frac{3}{8}$$

$$\therefore b_n = \begin{cases} \frac{3}{8}, (n=1) \\ \frac{3 \times 4^{n-2}}{(4^{n-2} + 1)(4^{n-1} + 1)}, (n \geq 2) \end{cases}$$

$$\text{则 } T_1 = b_1 = \frac{3}{8}$$

当 $n \geq 2$ 时,

$$b_n = \frac{3 \times 4^{n-2}}{(4^{n-2} + 1)(4^{n-1} + 1)} = \frac{1}{4^{n-2} + 1} - \frac{1}{4^{n-1} + 1},$$

则

$$T_n = \frac{3}{8} + \left(\frac{1}{4^{2-2} + 1} - \frac{1}{4^{2-1} + 1} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{4^{n-2} + 1} - \frac{1}{4^{n-1} + 1} \right) = \frac{7}{8} - \frac{1}{4^{n-1} + 1}$$

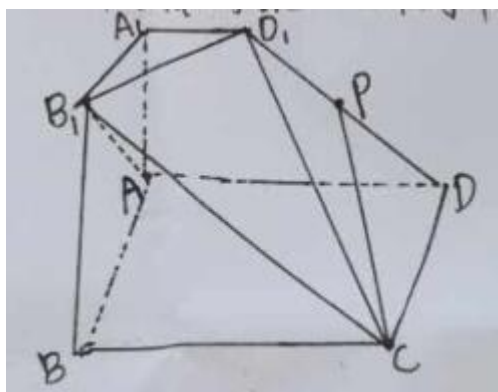
,

$$\text{综上: } T_n = \frac{7}{8} - \frac{1}{4^{n-1} + 1}$$

24. (8分) 如图所示, 在几何体 $A_1B_1D_1-ABCD$ 中, 四边形 ABB_1A_1 与 ADD_1A_1 均为直角梯形, 且 AA_1 垂直底面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 为正方形, 其中 $AB=2A_1D_1=2A_1B_1=4$, $A_1A=4$, P 为 DD_1 中点。

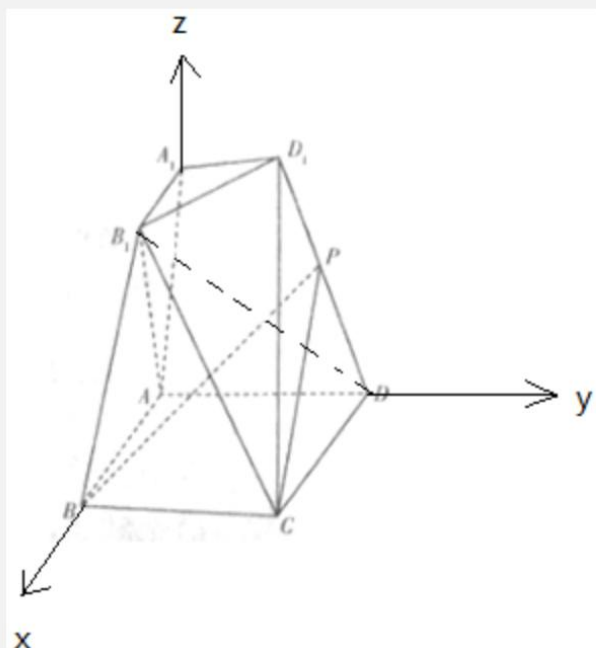
(1) 求证: AB_1 垂直 PC

(2) 求平面 B_1CD_1 与平面 PCB 所形成的锐二面角的平面角的余弦值



解答：

证明：(I)



体 $A_1B_1D_1 - ABCD$ 中, 四边形 A_1B_1BA 与 A_1D_1DA 均为直角梯形,
且 $AA_1 \perp$ 底面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 为正方形

\therefore 以 A 为原点, AB 为 x 轴, AD 为 y 轴, AA_1 为 z 轴,

建立空间直角坐标系,

$\because AB = 2A_1D_1 = 2A_1B_1 = 4, AA_1 = 4, P$ 为 DD_1 的中点。

$\therefore A(0, 0, 0), B_1(2, 0, 4), C(4, 4, 0),$

$D(0, 4, 0), D_1(0, 2, 4), P(0, 3, 2),$

$\overrightarrow{AB_1} = (2, 0, 4), \overrightarrow{PC} = (4, 1, -2),$

$\overrightarrow{AB_1} \cdot \overrightarrow{PC} = 8 + 0 - 8 = 0,$

$\therefore AB_1 \perp PC.$

(II) $B_1(2, 0, 4), C(4, 4, 0),$

$D_1(0, 2, 4), P(0, 3, 2), B(4, 0, 0),$

$\overrightarrow{CB_1} = (-2, -4, 4), \overrightarrow{CD_1} = (-4, -2, 4),$

$\overrightarrow{PB} = (4, -3, -2), \overrightarrow{PC} = (4, 1, -2),$

设平面 B_1CD_1 的法向量 $\vec{n} = (x, y, z),$

$$\text{则} \begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{CB_1} = -2x - 4y + 4z = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{CD_1} = -4x - 2y + 4z = 0 \end{cases}, \text{取 } x = 1, \text{ 得}$$

$$\vec{n} = \left(1, 1, \frac{3}{2}\right),$$

设平面 PBC 的法向量 $\vec{m} = (a, b, c)$,

$$\text{则} \begin{cases} \vec{m} \cdot \overrightarrow{PB} = 4a - 3b - 2c = 0 \\ \vec{m} \cdot \overrightarrow{PC} = 4a + b - 2c = 0 \end{cases}, \text{取 } a = 1, \text{ 得}$$

$$\vec{m} = (1, 0, 2),$$

设平面 B_1CD_1 与平面 PBC 所成的锐二面角为 θ ,

$$\text{则 } \cos \theta = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{n}|}{|\vec{m}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{4}{\sqrt{\frac{17}{4}} \cdot \sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{85}}{85}.$$

\therefore 平面 B_1CD_1 与平面 PBC 所成的锐二面角的余

弦值为 $\frac{8\sqrt{85}}{85}$.