教育理论综合知

一、选择题(本题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分。每小题有四个选项,只有一项是符合题目要求的,请将正确选项前的字母填入下面表格对应的空格内）

1.教师要坚守高尚情操,知荣明耻,严于律己,以身作则,这体现了教师职业道德中的

A.为人师表

B.关爱学生

C.教书育人

D.爱岗敬业

2.教育是国之大计、党之大计。新时代贯彻党的教育方针,要坚持马克思主义指导地位,贯彻新时代中国特色社会主义思想,坚持社会主义办学方向,根本任务是

A.发展素质教育

B.落实立德树人

C.促进学生身心发展

D.传承、更新文化

3.乌申斯基指出:“一般说来,儿童是依靠形式、颜色、声音和感觉来进行思维的。”
这要求我们在教学中要重视运用

A.循序渐进原则

B.因材施教原则

C.巩固性原则

D.直观性原则

4.根据《中华人民共和国教育法》,下列不属于我国基本教育制度的是

A.义务教育制度

B.职业教育制度

C.终身教育制度

D.学业证书制度

5.中国学生发展核心素养,以科学性、时代性、民族性为基本原则,以培养“全面发展的人”为核心,主要分为文化基础、社会参与和

A.学会学习

B.责任担当

C.自主发展

D.科学精神

6.已知集合 M=｛x|y=lg（x- x^2｝,N=｛y|y=2^x｝,则

A.M∩N=∅

B.MUN=（1，+∞)

C.M∩N=（0,1)

D.MUN=R

【答案】C

【解析】考察集合的运算，M=$\{x|0<x<1\}$,$N\in R$,则$M\cap N=(0,1)$,故选 C.

7. 已知复数 Z 满足（z-i）（1+i）=2-i，则$\overline{Z}$在复平面内对应点位于

A.第一象限

B.第二象限

C.第三象限

D.第四象限

【答案】A

【解析】$\because (Z-i)(1+i)=2-i$, 则$Z=\frac{1}{2}$-$\frac{1}{2}i,\therefore \overline{Z}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i,$

$\overline{Z}$在复平面内对应坐标为$(\frac{1}{2},\frac{1}{2})\therefore$ $\overline{Z}$在第一想象,选择A选项.

考察复数的运算及复数的几何表示.

8.在△ABC 中，$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$，AC=1，E 为 AB 的三等分点，

则$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CE}$=（）

A.1/3

B.2/3

C.1

D.2/9

【答案】C

【解析】$\because \left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|,\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|^2=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|^2.$

$\therefore \overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0,\therefore \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$

$\because \overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CA}\cdot(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA})=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}^2=1^2=1,$ 则选择C.

9.已知 a，b，c 为三条不同的直线，α，β，γ为三个不同的平面，下列说法正确的是

A. 若 a//b，b⊂α，则 a//α

B. 若 a⊂α，b⊂β，a//b，则α//β

C. 若α//β，a//α，则α//β

D. 若α∩β=α，β∩γ=b，α∩γ=c，a//b 则 b//c

【答案】D

【解析】A, 若 a∥b,b⊂a, 则 a∥α或 a⊂α,故 A 不正确。B, 若 a⊂α,b⊂β, α∥ β或α与β相交,故 B 不正确。C,若α∥β, a∥α, 则α∥β或α⊂β,故 C 不正确。D，由 a∥b 可得 b∥a, 易证 b∥c.故此题选 D.

10、若 x、y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 3 \\ 3x \leq y \end{cases}$，则 z=x² +y² 的最大值为

A. 3

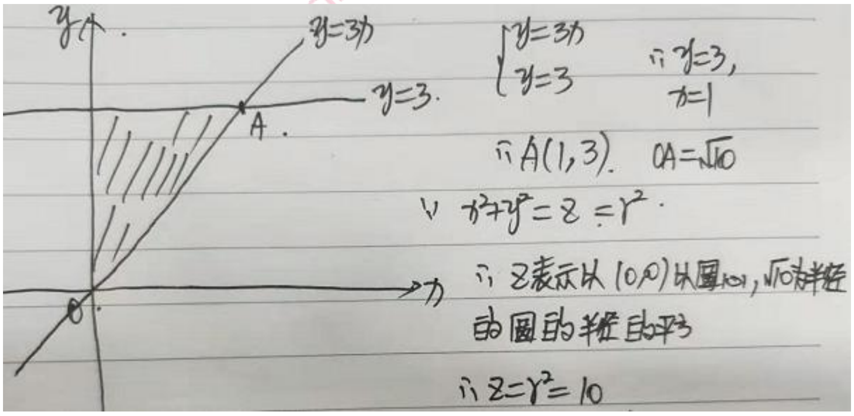
B. $\sqrt{10}$

C. 9

D. 10

【答案】D

【解析】考察线性规划知识点



故此题选 D.

11、若函数 f(x)=sin(2x+φ)〔|φ|＜$\frac{\pi}{2}$〕的图像向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位后关于 y 轴对称，则函数

5(x)在［－π/2，0］上最大值为

A. －$\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. －$\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】C

【解析】将函数f(x)=sin(2x+ϕ)(|ϕ|＜$\frac{\pi}{2}$)的图像向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位后，得到f(x)=sin(2x+$\frac{\pi}{3}$+φ)的图像，再根据所得图像关于y轴对称，可得$\frac{\pi}{3}+\phi=\frac{\pi}{2}+k\pi$, 即$\phi=\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in Z$, 又$|\phi|<\frac{\pi}{2}$，$\therefore \phi<\frac{\pi}{2}, f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，$\because x\in[-\frac{\pi}{2},0], \therefore 2x+\frac{\pi}{6}\in[-\frac{5\pi}{6},\frac{\pi}{6}]$，故当$\therefore 2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$时，f(x)取的最大值为$\frac{1}{2}$

12、在△ABC中，sin $\frac{B}{2}$ = $\frac{2\sqrt{5}}{5}$,AB=1，BC=5，则AC=

A. 4$\sqrt{2}$

B. $\sqrt{30}$

C. $\sqrt{29}$

D. 2$\sqrt{5}$

【答案】A
【解析】

$\because \sin\frac{B}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ $\therefore \sin^2\frac{B}{2}=\frac{4}{5}$ $\therefore \cos^2\frac{B}{2}=\frac{1}{5}$

$\therefore \cos B=\cos^2\frac{B}{2}-\sin^2\frac{B}{2}=\frac{1}{5}-\frac{4}{5}=-\frac{3}{5}.$

$\because \cos B=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=\frac{1+25-AC^2}{2\times 5}=\frac{26-AC^2}{10}=-\frac{3}{5}$

$\therefore AC=4\sqrt{2}$.

13、哥德·巴赫猜想是“每个大于 2 的偶数可以表示为两个素数之和”如 10=3+7，在不超过 30 的素数中随机取两个不同的数，其和等于 30 的概率是（）

A. $\frac{1}{18}$

B. $\frac{1}{15}$

C. $\frac{1}{14}$

D. $\frac{1}{12}$

【答案】B

【解析】在不超过 30 的素数中有 2，3，5，7，11，13，17，19，23，29 共 10 个，从中选 2 个不同的数有 C210＝45 种，

和等于 30 的有（7，23），（11，19）（13，17），共 3 种，则对应的概率 P＝3/45=1/15。

故本题选 B。

14. 已知 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{2}{3}\tan\alpha$，则 $\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=$

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{10}$

C. $-\frac{1}{5}$

D. $\pm\frac{1}{5}$

【答案】C

【解析】因为 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\alpha+1}{1-\tan\alpha}=-\frac{2}{3}\tan\alpha$，得 $\tan\alpha=3$ 或 $\tan\alpha=-\frac{1}{2}$，

$\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=\frac{2\sin\alpha+\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{1}=\frac{2\sin\alpha+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}=\frac{2\tan\alpha+1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$，代入得 $-\frac{1}{5}$

15. 已知函数 $f(x)=e^{x-1}-e^{-x+1}$，若 $2^a=\log_3 b=c$，则

A. $f(c)<f(a)<f(b)$

B. $f(a)<f(c)<f(b)$

C. $f(a)<f(b)<f(c)$

D. $f(c)<f(b)<f(a)$

【答案】B

【解析】

$\because f(x)=e^{x-1}-e^{-x+1}=e^{x-1}-\frac{1}{e^{x-1}}=e^{x-1}+\frac{-1}{e^{x-1}}$

$\therefore f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增

$\because 2^a=\log_3 b=c$. $\therefore b=3^c$. $\therefore b>c$

$\because 2^a=c$ $\therefore c>a$ $\therefore b>c>a$.

$\therefore f(a)<f(c)<f(b)$.

故本题选 B..

16. 已知双曲线 $C_1:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ (a>0, b>0) 的左右焦点分别为 F_1、F_2，抛物线 $C_2:y^2=-2px$（p>0）的准线方程为 $x=\dfrac{a^2}{c}$，若双曲线 C_1 与抛物线 C_2 的交点 P 满足 $PF_1\perp F_1F_2$，则双曲线 C_1 的离心率为

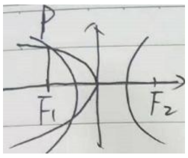
A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. 2

D. $\sqrt{5}$

【答案】B



【解析】

抛物线 $y^2=-2px\ (p>0)$ 准线为 $x=\frac{p}{2}$

又 $x=\frac{a^2}{c}$ ∴ $\frac{p}{2}=\frac{a^2}{c}$ ∴ $p=\frac{2a^2}{c}$

$PF_1\perp F_1F_2$ ∴ $P(x_p,y_p)$ $x_p=-c$ ∵P在抛物线上

∴ $y_p^2=-2p\cdot(-c)=2pc$ ∴ $y_p=\sqrt{2pc}$

又 PF_1 为双曲线通径的一半 ∴ $PF_1=\frac{b^2}{a}$

∴ $\sqrt{2pc}=\frac{b^2}{a}$ 即 $\sqrt{2\cdot\frac{2a^2}{c}\cdot c}=\frac{b^2}{a}\Rightarrow 2a=\frac{b^2}{a}$

∴ $b^2=2a^2$

又 $c^2=a^2+b^2=3a^2$ ∴ $e^2=3$

∴ $e=\sqrt{3}$

17. 已知函数 $f(x)=e^{2|x|}+ax^2$,对任意 $x_1<0$，$x_2<0$，都有 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$，则实数 a 的取值范围是

A. $[-2e,+\infty)$

B. $[2e,+\infty)$

C. $[-2e,0]$

D. $[0,2e]$

【答案】A
【解析】

$f(x)=e^{2|x|}+ax^2$ 为偶函数

且在 $(-\infty,0)$ 上为单调递减，则 $(0,+\infty)$ 为单增

$f(0)=e^0=1$

当 $x<0$ 时 $f(x)=e^{-2x}+ax^2$ 为减函数

∴ $f'(x)=-2\cdot e^{-2x}+2ax\le 0$

即 $2ax\le 2e^{-2x}$

∵ $x<0$ ∴ $a\ge \frac{e^{-2x}}{x}$

即 $a\ge \frac{1}{x\cdot e^{2x}}$ 恒成立

令 $g(x)=x\cdot e^{2x}$ $(x<0)$

则 $g'(x)=e^{2x}+2xe^{2x}=e^{2x}(2x+1)$

∴ $g(x)$ 在 $(-\infty,-\frac{1}{2})$ 上单调递减

$(-\frac{1}{2},0)$ 上单调递增

∴ $g(x)$ 在 $x=-\frac{1}{2}$ 处取得最小值，$g(x)_{min}=-\frac{1}{2e}$

∴ $\frac{1}{x\cdot e^{2x}}$ 最大值为 $-2e$

∴ $x\ge -2e$

三、（每题 3 分）

18. 若（x+3）（x-$\frac{a}{x}$）5 展开式中的常数项等于-80，则 a= ___________

【答案】2
【解析】

$(x-\frac{a}{x})^5$ 中 $T_{r+1}=C_5^r x^{5-r}(\frac{-a}{x})^r=C_5^r(-a)^r\cdot x^{5-2r}$

当 $5-2r=-1$ 时 $r=3$ 此时 $T_4=C_5^3\cdot(-a)^3\cdot x^{-1}=10(-a)^3x^{-1}$

∴ $(x+3)(x-\frac{a}{x})^5$ 中常数项为 -80

$x\cdot 10(-a)^3x^{-1}=-10a^3=-80$ ∴ $a=2$

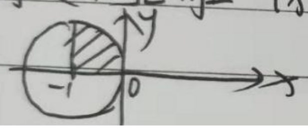
19. $\int_{-1}^{0}\sqrt{1-(x+1)^2}\,dx=$__________________

【答案】$\frac{\pi}{4}$

【解析】

$\int_{-1}^{0}\sqrt{1-(x+1)^2}dx$

表示[-1,0]区间上 $(x+1)^2+y^2=1$ 的面积，(阴影部分)



∴答案为 $\frac{\pi}{4}$

20. 已知函数 $f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}+x)+1$，则不等式 f(2x-1)+f(2x)>2 的解集为___________。

【答案】$x>\frac{1}{4}$

【解析】

20. $f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}+x)+1$

$g(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}+x)$ 为奇函数 ∴ $g(x)+g(-x)=0$

即 $f(x)+f(-x)=2$

且函数 $f(x)$ 在定义域内单调递增

∵ $f(2x-1)+f(2x)>2$ 即 $f(2x-1)+2-f(-2x)>2$

∴ $f(2x-1)>f(-2x)$

由单调性知 $2x-1>-2x$ ∴ $4x>1$

∴ $x>\frac{1}{4}$

21. 在边长为 2 的菱形 ABCD 中，BD= $2\sqrt{3}$，将菱形 ABCD 沿对角线 AC 对折，使二面角 B-AC-D 的余弦值为 $\frac{1}{3}$，则所得三棱锥 A- BCD 的内切球的表面积为______________。

【答案】$\frac{2}{3}\pi$

【解析】∵菱形 $ABCD$ 中，$AD=2, BD=2\sqrt{3}, \therefore \angle DAB=120^\circ$

设 $AC\cap BD=O$，$\therefore DO\perp AC$，$BO\perp AC$，

在三棱锥 $A-BCD$ 中，$DO=BO=\sqrt{3}$，$DB=1$，

$\therefore BD=\sqrt{OD^2+OB^2-2ODOB\cos\angle DOB}=2.$

∴三棱锥 $A-BCD$ 是棱长为 2 的正四面 体，

设三棱锥 $A-BCD$ 的内切球的半径为 r，

∵ $AC\perp$ 面 DOB，

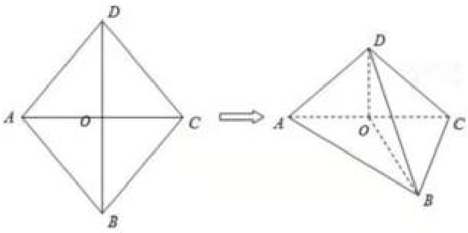
则三棱锥 $A-BCD$ 的体积

$V=\frac{1}{3}\times S\triangle BOD\times AC=4\times\frac{1}{3}\times S\triangle ABC\times r$. $=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}\times 2$

$=4\times\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2\times r$

$\therefore r=\frac{\sqrt{6}}{12}\times 2=\frac{\sqrt{6}}{6}$

$\therefore$三棱锥 $A-BCD$ 的内切球的表面积为 $4\pi r^2=\frac{2\pi}{3}$



22.（8 分）

设数列$\{a_n\}$满足 $a_1=6,a_{n+1}-a_n=3x2^n$,

(1) 求数列$\{a_n\}$的通项公式

(2) 令 $b_n=15-\log_2[⅓a_n]$,记数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 S_n,求 S_n 及 S_n 的最大值

【解析】

(1). $a_1=6$, $a_{n+1}-a_n=3\times2^n$. $\therefore a_n-a_{n-1}=3\times2^{n-1}$.

$\therefore a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}+a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1$

$=3\times(2^{n-1}+2^{n-2}+\cdots+2^1)+6$.

$=3\times(2^n-2)+6=3\times2^n$

(2). $b_n=15-\log_2(\frac{1}{3}a_n)=15-\log_2(\frac{1}{3}\times3\times2^n)=15-\log_2 2^n$.

$=15-n$.

$\therefore b_1=15-1=14$ $\therefore\{b_n\}$是以$b_1=14$, $d=-1$的等差数列.

$\therefore S_n=\frac{(b_1+b_n)n}{2}=\frac{(14+15-n)\times n}{2}=-\frac{1}{2}n^2+\frac{29}{2}n$.

$\because -\frac{b}{2a}=-\frac{\frac{29}{2}}{2\times(-\frac{1}{2})}=\frac{29}{2}=14.5$.

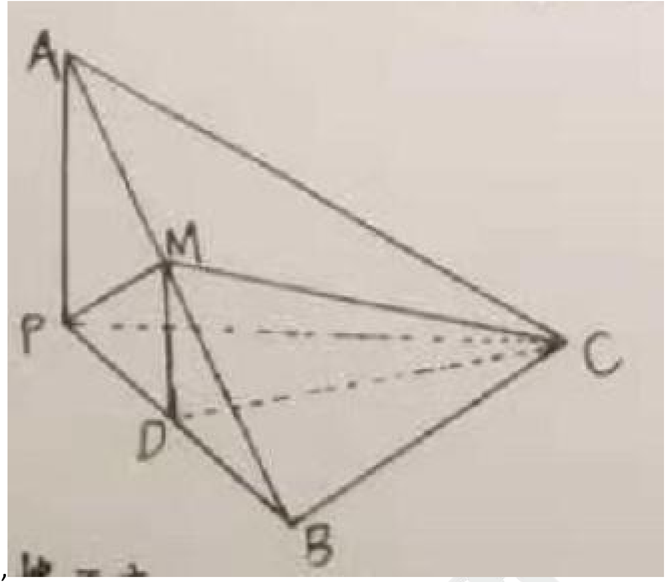
$\therefore n=14$或15时取最大值

$S_{max}=\frac{(14+15-14)\times14}{2}=\frac{(14+15-15)\times15}{2}=105$.

23.（8 分）

如图，已知三棱锥 A-BPC 中，AP⊥PC, AC⊥ BC ,M 为 AB 的中点, D 为 PB 的中点，

且△PMB 为正三角形



（1）求证: BC⊥平面 APC,

（2）若 BC=1 ,则 AB=2$\sqrt{3}$，求二面角 B-MC -P 的余弦值

【解析】(1) 证明：∵△PMB 为正三角形，且 D 为 PB 的中点，$\therefore MD\perp PB$，又∵M 为 AB 的中点，D 为 PB 的中点，$\therefore MD//AP$，$\therefore AP\perp PB.$ 又已知 $AP\perp PC$，$\therefore AP\perp$平面PBC，$\therefore AP\perp BC$，

又$\because AC\perp BC, AC\cap AP=A, \therefore BC\perp$平面$APC$.

(2)

(2) 建立空间直角坐标系如图，则

$B(\frac{\sqrt{3}}{2},0,0)$　$P(-\frac{\sqrt{3}}{2},0,0)$

$M(0,0,\frac{3}{2})$.

过点 C 作 $CH\perp PB$ 垂足为H.

在Rt△PBC中. 由射影定理得 $HC=\frac{\sqrt{6}}{3}$

$BH=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$DH=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{6}$

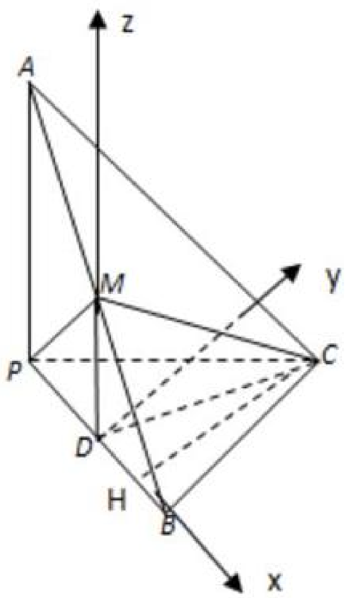
∴点 C 的坐标为$(\frac{\sqrt{3}}{6},\frac{\sqrt{6}}{3},0)$

$\therefore \overrightarrow{BC}=(-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{6}}{3},0)$

$\overrightarrow{BM}=(-\frac{\sqrt{3}}{2},0,\frac{3}{2})$

$\overrightarrow{PM}=(\frac{\sqrt{3}}{2},0,\frac{3}{2})$

$\overrightarrow{PC}=(\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{6}}{3},0)$



∴设平面 BMC 的法向量 $\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$

则由 $\begin{cases}\vec{BC}\cdot\vec{m}=0\\ \vec{BM}\cdot\vec{m}=0\end{cases}$ 得：$\begin{cases}-\frac{\sqrt{3}}{3}x_1+\frac{\sqrt{6}}{3}y_1=0\\ -\frac{\sqrt{3}}{2}x_1+\frac{3}{2}z_1=0\end{cases}$ $\Rightarrow \vec{m}=(1,\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{3}}{3})$

设平面 PMC 的一个法向量为 $\vec{n}=(x_2,y_2,z_2)$

则由 $\begin{cases}\vec{PM}\cdot\vec{n}=0\\ \vec{PC}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}\frac{\sqrt{3}}{2}x_2+\frac{3}{2}z_2=0\\ \frac{2\sqrt{3}}{3}x_2+\frac{\sqrt{6}}{3}y_2=0\end{cases}$ $\Rightarrow \vec{n}=(1,-\sqrt{2},-\frac{\sqrt{3}}{3})$

$\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{1-1-\frac{1}{3}}{\sqrt{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}\sqrt{1+2+\frac{1}{3}}}=-\frac{\sqrt{55}}{55}$

∵二面角 B-MC-P 的平面角是钝角，∴二面角 B-MC-P 的余弦值为 $-\frac{\sqrt{55}}{55}$.

24.（8 分）

“二青会”志愿者数据分析，统计了 A,B 两种不同社区报名情况，先分别从 A,B 两类中随机抽取 5 个居民小区进行调查，将调查结果作为样本数据，绘制成如图所示的茎叶图（图中的茎表示百位和十位数字，叶表示个位数字）

（1）在 A,B 两类社区中，比较哪类社区的居民对对志愿者活动参与性更高，并说明理由，

（2）在被抽取的 10 个居民小区中，从报名人数中不低于 120 的居民小区中随机抽取 3 个居民小区，求抽取 B 类社区的居民小区数 X 的分布列和数学期望。

A类		茎	B类		
	9	10			
4	1	11	1	2	
	0	12	1	5	6
	1	13			

【解析】（1）A 社区参与人数为：109+111+114+120+131=585 人

B 社区参与人数为：111+112+121+125+126=595 人

则 B 社区的参与性更高。

(2)

$P(X=1)=\frac{C_2^2\times C_3^1}{C_5^3}=\frac{3}{10}$，　$P(X=2)=\frac{C_2^1\times C_3^2}{C_5^3}=\frac{3}{5}$

$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}$

X	1	2	3
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

$E(X)=1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{10}=\frac{9}{5}$.

25.(8 分)

已知椭圆 $C=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>\mathrm{b}>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，且椭圆 C 过点 $(\sqrt{3},-\frac{\sqrt{2}}{2})$，过点(1，0)作两条互相垂直的直线 L_1 与 C 交于 M、N 两点，直线 l_2 与 C 交于 P,又两点

(1)求椭圆 C 的方程

(2)若 $\overrightarrow{MS}=\overrightarrow{SN}$，$\overrightarrow{PT}=\overrightarrow{TQ}$,探究：直线 ST 是否过定点？若是，请求出定点坐标；若不是，请说明理由

【解析】

(1)由题意可得：

$\frac{3}{a^2}+\frac{1}{2b^2}=1, \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}, a^2=b^2+c^2$,联立解

得： $a=2, b=c=\sqrt{2}$.

$\therefore$椭圆 C的标准方程为： $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$.

(2)$\overrightarrow{MS}=\overrightarrow{SN}, \overrightarrow{PT}=\overrightarrow{TQ}$,

$\therefore S$， T分别为 MN， PQ的中点。

当两条直线的斜率存在且为 0 时，设直线 l_1 的

方程为： $y=k(x-1)$.

则直线 l_2 的方程为：

$y=-\frac{1}{k}(x-1), P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$,

$M(x_3, y_3), N(x_4, y_4)$.

联立 $\begin{cases} y=k(x-1) \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1 \end{cases}$，得

$(2k^2+1)x^2-4k^2x+2k^2-4=0$，

$\triangle>0$.

$\therefore x_1+x_2=\frac{4k^2}{2k^2+1}, x_1x_2=\frac{2k^2-4}{2k^2+1}$,

$\therefore PQ$的中点 T的坐标为：

$\left(\frac{2k^2}{2k^2+1}, \frac{-k}{2k^2+1}\right)$.

同理可得： MN 的中点 S 的坐标为

$\left(\frac{2}{k^2+2}, \frac{k}{k^2+2}\right)$.

$\therefore k_{ST}=\frac{-3k}{2\left(k^2-1\right)}$.

$\therefore$直线 ST的方程为：

$y+\frac{k}{2k^2+1}=\frac{-3k}{2\left(k^2-1\right)}\left(x-\frac{2k^2}{2k^2+1}\right)$，即

$y=\frac{-3k}{2\left(k^2-1\right)}\left(x-\frac{2}{3}\right)$,

$\therefore$直线 ST过定点 $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$.

当两条直线的斜率分别为 0 和不存在时，直线 ST 的方程为： $y=0$，也过点 $\left(\frac{2}{3},0\right)$.

综上所述：直线 ST 过定点 $\left(\frac{2}{3},0\right)$.

26. （10 分）

已知函数 $f(x)=a(x-1nx)+1nx+\frac{1}{x}(a\neq 0)$

（1）判定函数 $f(x)$ 的单调性

（2）设 $g(x)=x^2+(a+1)1nx-ax-\frac{1}{x}$，且 $F(x)=f(x)+g(x)$ 对任意实数 $\lambda\ E[1,2]$ 若存在正实数 $x_1\ x_2$，使得 $F(x_1)+F(x_2)=\lambda(x_1+x_2)$，求 x_1+x_2 最小值

【解析】

已知函数 $f(x)=a(x-1nx)+1nx+\frac{1}{x}(a\neq 0)$

(1)判断函数f(x)的单调性

（2）设 $g(x)=x^2+(a+1)\ln x-ax-\frac{1}{x}$，且 $F(x)=f(x)+g(x)$

对任意实数 $\lambda\in[1,2]$，若存在 x_1, x 使得 $F(x_1)+F(x_2)=\lambda(x_1+x_2)$，求 x_1+x_2 最小值。

(1)由题有$f' = \dfrac{(x-1)(ax+1)}{x^2}(x>0)$

当$a>0$，单增区间$(1,+\infty)$，单减区间$(0,1)$；

当$-1<a<0$，单增区间$(1,-\dfrac{1}{a})$，单减区间$(0,1)$，$(-\dfrac{1}{a},+\infty)$；

当$a<-1$，单增区间$(-\dfrac{1}{a},1)$，单减区间$(0,-\dfrac{1}{a})$，$(1,+\infty)$

当$a=-1$，单增区间$(0,+\infty)$.

(2) $F(x)=x^2+2\ln x$

由题意得$(x_1+x_2)^2-\lambda(x_1+x_2)=2x_1x_2-2\ln x_1x_2$

$2x_1x_2-2\ln x_1x_2 \geqslant 2$，即$(x_1+x_2)^2-\lambda(x_1+x_2)\geqslant 2$，$\lambda\in[1,2]$

$(x_1+x_2)^2-\lambda(x_1+x_2)-2\geqslant 0$又$x_1+x_2>0$，当$\lambda=2$时，可以取到

$(x_1+x_2)^2-\lambda(x_1+x_2)-2\geqslant(x_1+x_2)^2-2(x_1+x_2)-2\geqslant 0$

故解得$x_1+x_2\geqslant 1+\sqrt{3}$或$x_1+x_2\leqslant 1+\sqrt{3}$（舍）综上所述$x_1+x_2$最小值为$1-\sqrt{3}$。