浙江省 2020 年教师招聘考试密卷（二）

数学（初高中）

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 设i为虚数单位，复数$z=(1-m^2)+(1+m)i(m\in R)$为纯虚数，则m的值是（　　）。

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 1 或-1

2. “$a>b$”是“$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$”的（　　）。

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

3. 设$A=\{x|x^2-2x-3\le 0\}$，$B=\{x|x\le a\}$. 若$A\cap B=A$，则a的取值范围是（　　）。

A. $[1,+\infty)$　　B. $(1,+\infty)$　　C. $[3,+\infty)$　　D. $(3,+\infty)$

4. 已知$\vec{a}=\left(-\frac{1}{2},\sin\theta\right)$,$\vec{b}=(1,2\sin\theta)$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$则$\cos 2\theta$的值等于（　　）。

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. 求直线$2x+y-3=0$关于点$(1,-1)$对称的直线方程是（　　）。

A. $2x+y+1=0$　　B. $2x-y+1=0$

C. $2x-y+3=0$　　D. $-2x+y+1=0$

6. 若函数$f(x)=x^3-ax^2$在点$(1,f(1))$处的切线平行于x轴, 则实数$a=$（　　）。

A. −1　　B. 0　　C. 1　　D. $\frac{3}{2}$

7. 甲射击命中目标的概率是$\frac{1}{2}$。乙射击命中目标的概率是$\frac{1}{3}$，丙射击命中目标的概率是$\frac{1}{2}$，现在三人同时射击目标，则目标被击中的概率是（　　）。

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{5}{6}$　　D. $\frac{1}{12}$

8. 设 m,n 是空间两条直线，α，β是空间两个平面，则下列选项中不正确的是（　　）。

A．当 $m\subset\alpha$时，“$n /\!/ \alpha$”是“$m /\!/ n$”的必要不充分条件

B．当 $m\subset\alpha$时，“$m\perp\beta$”是“$\alpha\perp\beta$”的充分不必要条件

C．当 $n\perp\alpha$时，“$n\perp\beta$”是“$\alpha /\!/ \beta$”成立的充要条件

D．当 $m\subset\alpha$时，“$n\perp\alpha$”是“$m\perp n$”的充分不必要条件

9. 已知 $f(x)$是定义在 R 上的奇函数，当 $x<0$ 时，$f(x)=3^x$. 则 $f(\log_3 2)$的值是（　　）。

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. 1　　C. −1　　D.　0

10. $1+(3x+\sqrt{x})^4$的展开式中x^3的系数是（　　）。

A. 12　　B. 27　　C. 36　　D. 54

二、填空题（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

11. 新课程倡导的学习方式包括：______、______和______。

12. 点 P是双曲线C_1:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$与圆$C_2$:$x^2+y^2=a^2+b^2$的一个交点，且$2\angle PF_1F_2=\angle PF_2F_1$，其中$F_1$、$F_2$分别为双曲线$C_1$的左右焦点，则双曲线$C_1$的离心率为______。

13. 过点$(2,0,-3)$且与直线$\begin{cases}x-2y+4z-7=0\\3x+5y-2z+1=0\end{cases}$垂直的平面方程为______（结果用平面的一般式表示）。

14. 设行列式$\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\a_{21} & a_{22}\end{vmatrix}=m$，$\begin{vmatrix}a_{13} & a_{11}\\a_{23} & a_{21}\end{vmatrix}=n$，则行列式$\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}+a_{13}\\a_{21} & a_{22}+a_{23}\end{vmatrix}$等于______。

15. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\dfrac{\sin(2x-\frac{\pi}{3})}{1-2\cos(x+\frac{\pi}{6})}=$______。

三、解答题（共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

16. 吴老师与学生讨论 $lnx+2x-6=0$ 的根的个数时，先设 $f(x)=lnx+2x-6(x>0)$，让学生使用几何画板作出 $y=f(x)$的图像，并观察图像与 x 轴的交点个数，然后计算 $f^{'}(x)=\frac{1}{x}+2>0$，从而发现函数在 $x>0$ 上是增函数，得到方程 $lnx+2x-6=0$ 只有一个根的结论。

（1）该片段教学主要渗透和体现了哪些数学思想方法？

（2）中学数学的教学过程中可采取哪些措施来渗透和体现数学思想方法？

17. 等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数，且 $2a_1+3a_2=1$，$a_3^2=9a_2a_6$。

（1）求等比数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=log_3a_1+log_3a_2+...+log_3a_n$，求数列$\left\{\frac{1}{b_n}\right\}$的前 n 项和。

18. 求$\int_{-1}^{1}(|2x|+x^2sinx)dx$。

19. 已知函数 $f(x)=ln(x+2)-x^2+bx+c$。

（1）若点 $P(-1,0)$在 $f(x)$的图像上，过点 P 的切线与直线 $y=-x+2$ 平行，求 $f(x)$

的解析式；

（2）若 $f(x)$在区间 $[0，2]$上单调递增。求 b 的取值范围。

20. 已知函数 $f(x)=2sinx\cdot sin^2\frac{\varphi}{2}+cosxsin\varphi-sinx(0<\varphi<\pi)$在 $\mathbf{x}=\pi$处取最小值

（1）求φ的值；

（2）在ΔABC 中，a,b,c 分别是角 A,B,C 的对边，若 $f(B)=\frac{\sqrt{3}}{2}$, 且 $a+c=4$,$b=2$, 求ΔABC 的面积。

四、综合题（共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

21. 在解某些应用题的时候，有时题中条件不多，仅按所求设未知数不易甚至不能列出方程，这时我们可以增设辅助未知数来解题，请结合实际，分析怎样用辅助未知数解应用题。

22. 数学建模就是根据实际问题来建立数学模型，对数学模型来进行求解，然后根据结果去解决实际问题。请简述数学建模的应用和意义。

浙江省 2020 年教师招聘考试密卷（二）

答案与解析

一、单项选择题

1.【答案】C

【解析】依题意得$1-m^2=0,1+m\neq 0\Rightarrow m=1$。

故本题选 C。

2.【答案】D

【解析】由$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$可以得到$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}<0$即$\frac{b-a}{ab}<0$，可以写为$\frac{a-b}{ab}>0$，此式子并不能推得$a>b$，同样的道理$a>b$也不能推得$\frac{a-b}{ab}>0$，所以“$a>b$”是“$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$”的既不充分也不必要条件。

故本题选 D。

3.【答案】C

【解析】$A=\{x|-1\leq x\leq 3\},A\cap B=A\Rightarrow a\geq 3$。

故本题选 C。

4.【答案】C

【解析】

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left(-\frac{1}{2},\sin\theta\right)(1,2\sin\theta)=-\frac{1}{2}+2\sin^2\theta=-\frac{1}{2}+1-\cos 2\theta=0\Rightarrow\cos 2\theta=\frac{1}{2}。$$

故本题选 C。

5.【答案】A

【解析】在原直线$2x+y-3=0$上任取一点$A(x,y)$，关于点（1，-1）的对称点为$B(x_0,y_0)$，则 A，B 两点中点坐标为（1，-1），可得$\begin{cases}\frac{x+x_0}{2}=1\\ \frac{y+y_0}{2}=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2-x_0\\ y=-2-y_0\end{cases}$，带入直线方程$2x+y-3=0\Rightarrow 2(2-x_0)+(-2-y_0)-3=0$，即$2x+y+1=0$。

故本题选 A。

6.【答案】D

【解析】由题意可知 $f'(x)=3x^2-2ax, f'(1)=3-2a=0 \Rightarrow a=\dfrac{3}{2}$。

故本题选 D。

7.【答案】D

【解析】击中得可能性比较多，所以可以先求击中的对立事件——没击中的概率，由于三个人射击是独立事件，故没射中，就是三个人没射中的概率得乘积：$\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$. 所以射中的概率是：$1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$。

故本题选 D。

8.【答案】A

【解析】当 $m\subset\alpha$ 时，若 $n//\alpha$ 可得 $m//n$ 或 m,n 异面；若 $m//n$ 可得 $n//\alpha$ 或 $n\subset\alpha$，所以“$n//\alpha$”是“$m//n$”的既不充分也不必要条件，答案选 A。

故本题选 A。

9.【答案】A

【解析】：由题意 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，可得

$$f(x)=-f(-x),\log_3 2>0 \Rightarrow f(\log_3 2)=-f(-\log_3 2)=-f\left(\log_3{}^{\frac{1}{2}}\right)=-3^{\log_3{}^{\frac{1}{2}}}=-\frac{1}{2}。$$

故本题选 A。

10.【答案】D

【解析】根据二项式定理，展开原式：$1+C_4^r(3x)^{4-r}(\sqrt{x})^r=1+C_4^r3^{4-r}x^{4-r+\frac{1}{2}r}$. 由题意知 $4-r+\frac{1}{2}r=3$, 得 $r=2$, 则系数$=C_4^2\times3^2=54$。

故本题选 D。

二、填空题

11.【答案】自主学习；合作学习；探究学习

12.【答案】$\mathbf{1+\sqrt{3}}$

【解析】由题意知，双曲线 C_1 的焦点分别为 $(c,0)$ 和 $(-c,0)$，其中 $c^2=a^2+b^2$，且 $c>0$.

不妨设$F_1(c,0)$，$F_2(-c,0)$. 又因为$2\angle PF_1F_2=\angle PF_2F_1$，根据大边对大角原则，$PF_1>PF_2$.

又因为点P是双曲线$C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$与圆$C_2:x^2+y^2=a^2+b^2$的一个交点，所以

点P在双曲线右支上，根据对称性，不妨设点P在第一象限. $c^2=a^2+b^2$, 所以F_1、F_2在

圆$C_2:x^2+y^2=a^2+b^2$上，且F_1F_2为圆C_2直径. $\angle F_1PF_2=90^\circ$, $\angle PF_2F_1=60^\circ$, $F_1F_2=2c$,

$\therefore PF_2=c, PF_1=\sqrt{3}c$, 可求得$P(\frac{1}{2}c,\frac{\sqrt{3}}{2}c)$，代入$C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$中，化简

得$b^2c^2-3a^2c^2=4a^2b^2$，与$c^2=a^2+b^2$联立，得$(c^2-a^2)c^2-3a^2c^2=4a^2(c^2-a^2)$，得

$c^4-8a^2c^2+4a^4=0$，所以$c^2=\frac{8\pm\sqrt{48}}{2}a^2=(4\pm2\sqrt{3})a^2$，又$c>a>0$，所以

$c^2=(4+2\sqrt{3})a^2$，$4+2\sqrt{3}=(1+\sqrt{3})^2$，所以$c=(1+\sqrt{3})a$，即双曲线$C_1$离心率为

$\frac{c}{a}=1+\sqrt{3}$。

13.【答案】$16x-14y-11z-65=0$

14.【答案】$m-n$

【解析】根据行列式的性质可知

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}+a_{13} \\ a_{21} & a_{22}+a_{23} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}-\begin{vmatrix} a_{13} & a_{11} \\ a_{23} & a_{21} \end{vmatrix}=m-n。$$

15.【答案】$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【解析】$\frac{0}{0}$型,洛必达法则$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{\sin(2x-\frac{\pi}{3})}{1-2\cos(x+\frac{\pi}{6})}=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{2\cos(2x-\frac{\pi}{3})}{2\sin(x+\frac{\pi}{6})}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$。

三、解答题

16. 【答案】1.数形结合的思想，转化与化归的思想。

2.小学数学教学活动中可以采取以下措施来渗透和体现数学思想：

（1）在确定教学目标、实施教学过程、落实教学效果中，体现数学思想方法。

（2）在掌握重点、突破难点中，有意识地运用数学思想方法。

（3）在小结、复习中，有意识地画龙点睛，突出数学思想方法。

（4）设计一个渗透数学思想方法的题目。

（5）引导学生在反思中领悟数学思想方法。

17.【答案】（1）$a_n=\frac{1}{3^n}$　（2）$S_n=\frac{-2n}{n+1}$

【解析】（1）$\because 2a_1+3a_2=1$，$a_3^2=9a_2a_6$，$\therefore q=\frac{1}{3}$，$a_1=\frac{1}{3}\therefore a_n=\frac{1}{3^n}$；。

（2）$b_n=log_3a_1+log_3a_2+\ldots+log_3a_n=log_3\frac{1}{3}+log_3\frac{1}{3^2}+\ldots+log_3\frac{1}{3^n}$

$=-(1+2+\ldots+n)=-\frac{n(n+1)}{2}$，$\therefore\frac{1}{b_n}=\frac{-2}{n(n+1)}=-2\times\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$\therefore S_n=(-2)\times\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{-2n}{n+1}$。

18.【答案】2

【解析】$\int_{-1}^{1}(|2x|+x^2sinx)dx=\int_{-1}^{1}|2x|dx+\int_{-1}^{1}x^2sinxdx$。$y=|2x|$是偶函数，$\int_{-1}^{1}|2x|dx=2\int_{0}^{1}2xdx$。$y=x^2sinx$是奇函数，因此有$\int_{-1}^{1}x^2sinxdx=0$。原式$=2\int_{0}^{1}2xdx=2x^2|_0^1=2$。

19.【答案】（1）$f(x)=ln(x+2)-x^2-4x-3$；（2）$b\geq\frac{15}{4}$

【解析】（1）$f'(x)=\frac{1}{x+2}-2x+b$，$\therefore\begin{cases}f'(-1)=b+3=-1\\f(-1)=-1-b+c=0\end{cases}$，

$\begin{cases}b=-4\\c=-3\end{cases}$，$\therefore f(x)=\ln(x+2)-x^2-4x-3$。

（2）$f'(x)=\frac{1}{x+2}-2x+b$，在$x\epsilon[0，2]$时，$f'(x)>0$，即$b\geq 2x-\frac{1}{x+2}$在$x\epsilon[0，2]$时恒成立。令$g(x)=2x-\frac{1}{x+2}$，则函数在$x\epsilon[0，2]$上单调递增。$\therefore b\geq g(x)_{max}=g(2)=\frac{15}{4}$，$\therefore b\geq\frac{15}{4}$。

20.【答案】（1）$\varphi=\frac{\pi}{2}$　（2）$S=3(2-\sqrt{3})$

【解析】(1)由$f(x)=2sinx\cdot sin^2\frac{\varphi}{2}+cosxsin\varphi-sinx=sinx(1-cos\varphi)+cosxcos\varphi-sinx=\sin(\varphi-x)$。由题意得$\varphi-\pi=-\frac{\pi}{2}$，$\varphi=\frac{\pi}{2}$。

（2）由 $f(x)=sin(\frac{\pi}{2}-x)$得：$f(B)=sin\left(\frac{\pi}{2}-B\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$B=\frac{\pi}{6}$

$cosB=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{(a+c)^2-2ac-4}{2ac}=\frac{12-2ac}{2ac}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$ac=\frac{12}{2+\sqrt{3}}$，

$S=\frac{1}{2}acsinB=\frac{3}{2+\sqrt{3}}=3(2-\sqrt{3})$。

四、综合题

21.【参考答案】

在求解应用题的时候，条件不够，会导致所列出的线性无关的方程个数少于未知数的个数，就会导致不能直接求解出未知数的值，这个时候就需要我们利用中间变量的关系，抵消一些等价或者对应关系，以达到消减未知数的目的。

例如：轮船从 A 城到 B 城需行 3 天，而从 B 城到 A 城需行 4 天。从 A 城放一个无动力的木筏，它漂到 B 城需多少天？

分析：设所求为 t 天，要得所求，就需要增设无动力木筏从 A 城漂到 B 城的路程为 S，水流速度为 $V_水$，船速为 $V_船$，由题意可以得到：$\begin{cases}\dfrac{S}{V_船+V_水}=3\\ \dfrac{S}{V_船-V_水}=4\\ t=\dfrac{S}{V_水}\end{cases}$，两个表达式，两个线性无关方程，所以需要对所得的关系进行适量变形，消除中间无关量 $V_船$，$\begin{cases}4S=12\left(V_船+V_水\right)\\ 3S=12\left(V_船-V_水\right)\end{cases}$，化简得到 $S=24V_水$，求得它漂到 B 城需 $t=\dfrac{S}{V_水}=24$ 天。

上面的题目很好的运用辅助未知数 $V_船$，构造得到 $S=24V_水$，进而顺利求得结果，辅助未知数可以进行方程的构造，便于问题解决，同时又可以不参与直接计算，过程之中可以抵消，简化计算复杂程度。

22. 【参考答案】

数学模型是一种模拟，是用数学符号，数学式子，程序，图形等对实际课题本质属性的抽象而又简洁的刻画，它或能解释某些客观现象，或能预测未来的发展规律，或能为控制某一现象的发展提供某种意义下的最优策略或较好策略。数学模型一般并非现实问题的直接翻版，它的建立常常既需要人们对现实问题深入细微的观察和分析，又需要人们灵活巧妙地利用各种数学知识。这种应用知识从实际课题中抽象、提炼出数学模型的过程就称为数学建模。

数学建模的应用:数学建模的应用就是将数学建模的方法从目前纯竞赛和纯科研的领域引向商业化领域，解决社会生产中的实际问题，接受市场的考验。可以涉足企业管理、市场分类、经济计量学、金融证券、数据挖掘与分析预测、物流管理、供应链、信息系统、交通运输、软件制作、数学建模培训等领域，提供数学建模及数学模型解决方案及咨询服务，是对咨询服务业和数学建模融合的一种全新的尝试。

数学建模的意义：①丰富学生的课外生活，又培养学生的各方面的能力。②激发学生学习数学的兴趣。③数学建模活动及竞赛的题目是社会、经济与生产实践中经过简化的实际问题，体现了数学应用的广泛性。学生参与数学建模及竞赛活动，感受到了数学的生机与活力，感受到了对自己各方面能力的促进。④培养综合运用数学知识及方法进行分析，推理、计算的能力。