浙江省 2020 年教师招聘考试密卷（一）

数学（初高中）

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 复数 $z=i(2-i)$(i 为虚数单位），在复平面内对应点坐标为（　　）。

A.（－1，2）　　B.（1，2）　　C.（2，－1）　　D.（2，1）

2. 若 $x,y\in R$, 则 $xy\leqslant 1$ 是 $x^2+y^2\leqslant 1$ 的（　　）。

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要

3. 已知集合 $A=\{x|y=\sqrt{1-x},x\in R\}$，集合 $B=\{y|y=x^2+2x-2\}$，则 $A\cap B=$（　　）。

A. $\varnothing$　　B. $[-3,+\infty)$　　C. $(-\infty,1]$　　D. $[-3,1]$

4. 设 α,β 是两个平面，可推得 $\alpha//\beta$ 的条件是（　　）。

A.存在一条直线 a，$a//\alpha,a//\beta$

B. 存在一条直线 a，$a\subset\alpha,a//\beta$

C. 存在两条异面直线 a,b，$a\subset\alpha$ 且 $b\subset\beta,a//\beta,b//\alpha$

D. 存在两条平行直线 a,b，$a\subset\alpha$ 且 $b\subset\beta,a//\beta,b//\alpha$

5. 已知 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的半径分别是 3cm 和 4cm，且 O_1O_2 =5cm，那么 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关

系是（　　）。

A.外离　　B.外切　　C.相交　　D.内切

6.已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx$ 在 $x=1$ 处取得极值 -2，则（　　）。

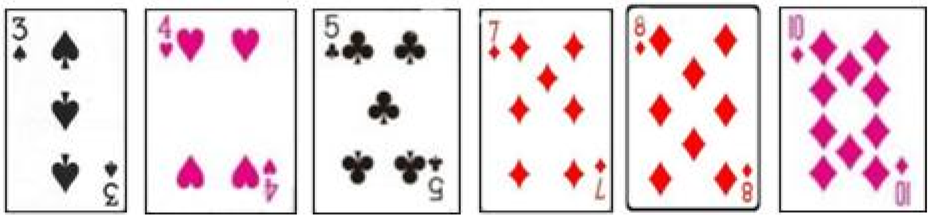
A. $a=-3$，$b=0$ 且 $x=1$ 为函数 $f(x)$ 的极小值点

B. $a=0$，$b=-3$ 且 $x=1$ 为函数 $f(x)$ 的极小值点

C. $a=-3$，$b=0$ 且 $x=1$ 为函数 $f(x)$ 的极大值点

D. $a=0$，$b=-3$ 且 $x=1$ 为函数 $f(x)$ 的极大值点

7.如图，有 6 张扑克牌，从中随机抽取一张，点数为偶数的概率是（　　）。



A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

8. 以下说法错误的是(　　) 。

A．直角坐标平面内直线的倾斜角的取值范围是 $[0,\pi)$

B．空间内二面角的平面角的取值范围是 $[0,\pi]$

C．平面内两个非零向量的夹角的取值范围是 $[0,\pi)$

D．空间两条直线所成角的取值范围是 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

9.若函数 $f(x)=x^2+\frac{a}{x}(a\in R)$，则下列结论正确的是（　　）。

A．$\forall a\in R$，$f(x)$在（0，$+\infty$）上是增函数

B．$\forall a\in R$，$f(x)$在（0，$+\infty$）上是减函数

C．$\exists a\in R$，$f(x)$是偶函数

D．$\exists a\in R$，$f(x)$是奇函数

10. $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 展开式的常数项等于（　　）。

A. 5　　B. 10　　C. 15　　D. 20

二、填空题（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

11. 统计与概率主要研究现实生活中______和客观世界中的______。

12.若椭圆 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$ 的右焦点与抛物线 $y^2=2px$ 的焦点重合，则 p 的值为______。

13.过 $x^2+y^2=4$ 上的点 $\left(1,\sqrt{3}\right)$ 的切线方程为______。

14. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 6 \\ 9 & 25 & 36 \end{vmatrix}=$______。

15. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\sqrt{2}\sin x}{\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}=$______。

三、解答题（共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

16.题目：$\log_{2x-1}(x-2)^2=2$

解： $2\log_{2x-1}(x-2)=2$

$\log_{2x-1}(x-2)=1$

$x-2=2x-1$

$x=-1$

$\therefore$原方程的解：$x=-1$

（1）指出错误之处，并分析产生错误的原因；

（2）给出正确的解法，并简述应采取哪些教学措施。

17. 设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，满足$S_{n+1}=3S_n+2^{n+1}-1(n\in N^*)$, 且满足$a_3-5,a_2+2,a_1-1$ 成等差数列。

（1）求a_1和a_2的值；

（2）求数列$\{a_n\}$的通项公式。

18. 求由抛物线$(y-1)^2=2x$与直线$y=x-3$所围成的平面图形的面积。

19. 已知函数$f(x)=alnx+x$在$(1,+\infty)$上存在两个零点x_1,x_2，且$x_1<x_2$。

（1）求实数 a 的取值范围；

（2）若方程$f(x)=lnx$的两根为$x_1^{'}$,$x_2^{'}$，且$x_1^{'}<x_2^{'}$。求证$x_1-x_2>x_1^{'}-x_2^{'}$。

20.已知函数 $f\left(x\right)=\lg\left(1+x\right)-\lg\left(1-x\right)$

（1）求函数$f(x)$的定义域；

（2）判断函数$f(x)$的奇偶性，并说明原因；

（3）若$f(x)$大于 0，求 x 的取值范围。

四、综合题（共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

21.直线倾斜角概念的教学片段：

师：对于平面直角坐标系中的一条直线，确定它的位置需要哪些条件？

生：给定直线上的任意两点可确定这条直线。

师：平面直角坐标系中，过一点 P 可以确定一条直线吗？

生：不能，过一点的直线有无数条。

师：这些直线有什么联系和区别呢？

生：这些直线都过一点，但倾斜程度各不相同。

师：说的很对，那么如何刻画直线的倾斜程度呢？

生：可以用角。

师：对，这说明已知直线上一点和倾斜角也可以确定一条直线，那么什么是直线的倾斜角呢？我们已经介绍过“x 轴的正方向”与“直线向上的方向”的概念，现在我们可以用这两个概念来定义“直线的倾斜角”。

师：（在黑板上板书）定义：x 轴的正方向与一条直线向上的方向之间所成的角叫作这条直线的倾斜角，通常用表示。

接下来，教师带领学生讨论倾斜角的分类范围等问题，并举出一些反例让学生辨认，对倾斜角的概念予以强化。

阅读以上材料，回答以下问题：

（1）数学概念教学，通常有哪两种教学设计方式？分析该概念教学属于何种方式，试对这种概念教学方式进行描述。（4 分）

（2）你认为直线倾斜角的概念应当如何教学，谈谈你的认识？（6 分）

22.教学设计：请你以《椭圆及其标准方程》这一节撰写一份符合新课程基本理念的教学过程设计（只要求写教学过程）。

浙江省 2020 年教师招聘考试密卷（一）

答案与解析

一、单项选择题

1.【答案】B

【解析】由 $z=i(2-i)=1+2i$，可知点坐标为（1, 2）。

故本题选 B。

2.【答案】B

【解析】当 $x=-2, y=1$ 时，$xy<1$, 但$x^2+y^2>1$. 所以是不充分条件。由条件知$x^2+y^2<1$, 整理 $1>x^2+y^2\geq 2xy$, 整理 $xy<\frac{1}{2}$, 所以是必要条件。

故本题选 B。

3.【答案】D

【解析】 $A=\{x|x\leq 1\}, B=\{y|y\geq -3\}\Rightarrow A\cap B=[-3,1]$。

故本题选 D。

4.【答案】C

【解析】选项 A，B，D 中，两个平面既可以平行也可以相交，只需 a 平行两平面的交线即可。

故本题选 C。

5.【答案】C

【解析】1< O_1O_2 <7，所以两圆相交。

故本题选 C。

6.【答案】B

【解析】因为 $f(x)=x^3+ax^2+bx$ 在 $x=1$ 处取得极值 -2，所以

$\begin{cases} f(1)=1+a+b=-2 \\ f'(1)=3+2a+b=0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a=0 \\ b=-3 \end{cases}$。所以 $f(x)=x^3-3x$，

$f'(x)=3x^2-3=3(x+1)(x-1)$。当 $x<-1$时， $f'(x)>0$；当 $-1<x<1$时， $f'(x)<0$；

当 $x>1$ 时，$f'(x)>0$。所以 $x=-1$ 为函数 $f(x)$ 的极大值点；$x=1$ 为函数 $f(x)$ 的极小值点。

故本题选 B。

7.【答案】D

【解析】∵有 6 张扑克牌，从中随机抽取一张，点数为偶数的有 3 种情况，∴从中随机抽取一张，点数为偶数的概率是：$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$。

故本题选 D。

8.【答案】C

【解析】平面内两个非零向量的夹角的取值范围是 $[0,\pi]$，A、B、D 均正确。

故本题选 C。

9.【答案】C

【解析】$a=0$ 时，$f(x)=x^2$ 是一个偶函数. 所以 C 正确. 对 $f(x)=x^2+\frac{a}{x}(a\in\boldsymbol{R})$ 求导得：$f'(x)=2x-\frac{a}{x^2}=\frac{2x^3-a}{x^2}$. 取 $a=16$，则 $f(x)=x^2+\frac{a}{x}(a\in\boldsymbol{R})$ 在 $(0,2)$ 上单调递减，在 $(2,+\infty)$ 上单调递增. 所以 A、B 都错. 对 D 选项，因为 $f(-x)=x^2-\frac{a}{x},-f(x)=-x^2-\frac{a}{x}$. 又 $x\neq 0$，所以 $x^2-\frac{a}{x}\neq -x^2-\frac{a}{x}$，即 $f(-x)\neq -f(x)$. 所以不存在 $a\in\boldsymbol{R}$，使得 $f(x)$ 是奇函数。

故本题选 C。

10.【答案】C

【解析】：$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 是 A 展开项通式为 $C_6^i x^{\frac{3i-12}{2}}$，可知取常数项时 $i=4$，$C_6^4=C_6^2=15$。

故本题选 C。

二、填空题

11.【答案】数据；随机现象

12.【答案】4

【解析】椭圆$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$的右焦点$F(2,0)$，抛物线$y^2=2px$的焦点$F'(\frac{p}{2},0)$重合，所以$\frac{p}{2}=2, p=4$。

13.【答案】$x+\sqrt{3}y-4=0$。

【解析】设直线的方程为$y=kx+b$，点$(1,\sqrt{3})$在直线上，所以$k+b=\sqrt{3}$，圆心$(0,0)$到直线的距离等于半径 2，即$\frac{|b|}{\sqrt{k^2+1}}=2$，联立两个方程得$\begin{cases} k=-\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b=\frac{4\sqrt{3}}{3} \end{cases}$，即直线的方程为$x+\sqrt{3}y-4=0$。

14.【答案】6

【解析】(范德蒙行列式)$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 6 \\ 9 & 25 & 36 \end{vmatrix}=9\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}-25\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}+36\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}=9-75+72=6$。

15.【答案】1

【解析】洛必达法则求导可得$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\sqrt{2}\sin x}{\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{-\sqrt{2}\cos x}{-\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}=1$。

三、解答题

16.【答案】（1）见解析　（2）见解析

【解析】(1)没有考虑到对数函数底数的取值范围，对对数函数的整体把握不足(2)$x=1$，教师在上课过程中要突出重点，把握难点，解决学生易错点，做到反复强调，练习是数学教学的一种常用方法，加强练习，让学生学以致用。前面已经学过指数函数，增强学生新旧知识的联系，加深记忆。

17.【答案】（1）$a_1=1,a_2=5$；（2）$a_n=3^n-2^n$

【解析】（1）由$S_{n+1}=3S_n+2^{n+1}-1(n\in N^*)$得：$S_2=3S_1+3,S_3=3S_2+7$，由$a_3-5,a_2+2,a_1-1$成等差数列得$2(a_2+2)=a_1+a_3-6$。

综上得：$a_1=1,a_2=5$。

（2）由$S_{n+1}=3S_n+2^{n+1}-1(n\in N^*)$得$S_n=3S_{n-1}+2^n-1$，作差得：$a_{n+1}=3a_n+2^n$.

设$a_{n+1}+k\cdot 2^{n+1}=3(a_n+k\cdot 2^n)$化简得：$a_{n+1}=3a_n+k\cdot 2^n$. 得 $k=1$, 整理得：$a_{n+1}+2^{n+1}=3(a_n+2^n)$，设$b_n=a_n+2^n$, 得$b_{n+1}=3b_n$,$b_1=a_1+2=3$,$q=3$ 得: $b_n=3^n$, 整理 $a_n=3^n-2^n$。

18. 【答案】18

【解析】根据题意得：$\begin{cases}(y-1)^2=2x\\ y=x-3\end{cases}$解得：直线与椭圆的两个交点坐标为$(8，5)$，$(3，-1)$。$S=\int_{-1}^{5}\left[y+3-\frac{(y-1)^2}{2}\right]dy=\int_{-1}^{5}\left(-\frac{y^2}{2}+2y+\frac{5}{2}\right)dy=-\frac{1}{6}y^3|_{-1}^{5}+y^2|_{-1}^{5}+\frac{5}{2}y|_{-1}^{5}=-21+24+15=18$，所以围成图形的面积为 18。

19.【答案】（1）$a<-e$ （2）见解析

【解析】(1)由题意可知函数 $f(x)$的定义域$(0，+\infty)$。$f'(x)=\frac{a}{x}+1$,$f'(x)=0$ 时,$x=-a$。$x>-a$ 时,$f'(x)>0$;$x<-a$ 时,$f'(x)<0$。因此:$f(a)$是极小值点。如果函数在$(1，+\infty)$上存在两个零点。可得:$\begin{cases}f(-a)<0\\ f(1)=1>0\\ \lim\limits_{x\to+\infty}f(x)>0\end{cases}$,解得:$a<-e$。(2)$f(x)$的两个根 $0<x_1<e$，$x_2>e$。

$a=-\frac{x_1}{lnx_1}=-\frac{x_2}{lnx_2}$。$f(x)=lnx$ 的两个根 $a=1-\frac{x_1'}{lnx_1'}=1-\frac{x_2'}{lnx_2'}$。所以有:$\begin{cases}-\frac{x_1}{lnx_1}=1-\frac{x_1'}{lnx_1'}\\ -\frac{x_2}{lnx_2}=1-\frac{x_2'}{lnx_2'}\end{cases}$ 解得：$x_1'<x_1$; $x_2'>x_2$，所以有$x_1-x_2>x_1'-x_2'$。

20.【答案】(1)(-1，1) (2)奇函数 (3)(0，1)

【解析】(1) $\because\begin{cases}1+x>0\\ 1-x>0\end{cases}\therefore -1<x<1$，所以函数 $f(x)$ 的定义域为（-1，1）;（2）$\because f(-x)=\lg(1-x)-\lg(1+x)=-[\lg(1+x)-\lg(1-x)]=-f(x)\therefore f(x)$为奇函数。(3) $\because f(x)>0\therefore\lg(1+x)-\lg(1-x)>0\therefore\begin{cases}-1<x<1\\ \frac{1+x}{1-x}>0\end{cases}\therefore 0<x<1$。所以 x 的取值范围为（0，1）。

四、综合题

21.【参考答案】

（1）概念教学有概念同化和概念形成两种教学方式。本案例属于概念同化。概念同化指的是：就是利用学习者认知结构中原有的概念，以定义或描述的方式直接向学习者揭示新

概念的本质属性，进而使学习者获得概念的过程。也就是以间接经验为基础，利用已掌握的概念去学习新概念的过程。

（2）直线倾斜角概念的教学中，可以先让学生画出一条过固定点 p 的任意直线，然后教师通过多媒体展示学生们画的直线，让学生们自己观察不同直线的异同，引导学生观察发现这些都过 p 点，而直线的倾斜程度不同，进一步引导学生用角度来表示这种不同的倾斜程度，最终引导学生自己总结归纳出倾斜角的概念。

这样的概念教学属于概念的形成，概念的形成指的是从大量的具体例子出发，以学生的感性经验为基础，形成表象，进而以归纳方式抽象出事物的本质属性，这样学生能参与整个概念的形成过程，有利于学生更好的掌握和理解概念。

22. 【参考答案】

教学过程：

（1）创设情境，引入新课

用灯光斜照在圆形桌面上，让学生观察桌子在地面上形成的影子的形状。

提问：在我们日常生活中，椭圆随处可见，你能举出椭圆形的例子吗？

在肯定学生的回答后，老师加以补充。比如：

①嫦娥二号绕月球运行的是椭圆形的轨道；

②天体行星和卫星运行的轨道；

由此可见，椭圆是我们生活中一种重要的曲线，引出课题—椭圆及其标准方程。

设计意图：通过灯光照射形成椭圆可以充分调动学生的学习兴趣，激发学生的探究心理。为引出新知做铺垫。通过举例生活中的椭圆形的图片，让学生认识到椭圆和日常生活紧密联系。

（2）讲授新课

①概念形成

手工操作演示椭圆的形成：取一条定长的细绳，把它的两段固定在画图板上的 F_1，F_2 两点，当绳长大于两点间的距离时，用铅笔把绳子拉近，使笔尖在图板上慢慢移动，就可以画出一个椭圆。

提问：轨迹上的点是怎么来的？在这个运动过程中，什么是不变的？

学生回答：两个定点，绳长；不论运动到何处，绳长不变（即轨迹上与两个定点距离之和不变）。

问题：绳长能小于F_1，F_2之间的距离吗？能画出图形吗？

学生观察可以得到：如果绳长小于两图钉之间的距离是不能画出图形的。

师生共同总结出椭圆的定义：平面内与两个定点F_1，F_2的距离之和等于常数的点的轨迹叫做椭圆。这两个定点叫做椭圆的焦点，两焦点间的距离叫做椭圆的焦距。且常数要大于焦距。

②方程推导

提问：如何求椭圆的方程呢？求椭圆的一般步骤是什么？

复习求轨迹方程的基本步骤；推导方程：

建系设点：以两定点F_1，F_2所在直线为x轴，线段F_1F_2的垂直平分线为y轴，建立直角坐标系，设$|F_1F_2|=2c\left(c>0\right)$，$M\left(x，y\right)$为椭圆上任意一点，则$F_1\left(-c,0\right)$，$F_2\left(c,0\right)$。又设$M$与$F_1$，$F_2$的距离的和等于$2a$。集合表示：动点$M$的集合为：$P=\left\{M\left\|MF_1\right|+\left|MF_2\right|=2a,\left|F_1F_2\right|<2a\right\}$；坐标化：用含有动点坐标的方程表示：$\sqrt{\left(x-c\right)^2+y^2}+\sqrt{\left(x+c\right)^2+y^2}=2a$；化简：对上述式子进行化简，引入$b^2=a^2-c^2$，得到椭圆的标准方程$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$提问：如果焦点在$y$轴上，椭圆的方程又是什么呢？只要将方程的$x$，$y$调换（选取方式不同，调换$x$，$y$轴），即可得$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$，此也是椭圆的标准方程。

引导学生比较归纳出两种标准方程的区别。总结归纳：在两种标准方程中，因为$a^2>b^2$，所以可以根据分母的大小来判定焦点在哪一个坐标轴上。

③巩固练习，内化提高

判断焦点的位置并求其坐标：

$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{6}=1$　　$\frac{y^2}{7}+\frac{x^2}{4}=1$　　$3x^2+4y^2=5$

求适合下列条件的椭圆的标准方程：

已知椭圆的焦点坐标是$F_1\left(-4,0\right)$，$F_2\left(4,0\right)$，椭圆上任一点到F_1、F_2的距离之和为10，求椭圆的标准方程。

两个焦点的坐标分别是$(0,-2),(0,2)$，并且椭圆经过点$\left(-\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$。

（分析后多媒体显示过程）

④回顾整理，反思提升

（1）知识总结：椭圆的定义，椭圆的标准方程。

（2）思想方法总结：数形结合，待定系数法，分类讨论。

⑤作业布置

必做题：习题 2.2 第 1、2 题；

选做题：

已知F_1、F_2是椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$的两个焦点，过$F_1$的直线交椭圆于$M$、$N$两点，则$\Delta MNF_2$的周长为_____；

若方程$\frac{x^2}{25-m}+\frac{y^2}{16+m}=1$表示焦点在$y$轴上的椭圆，则$m$ 的取值范围是_____。

⑥板书设计：

椭圆及其标准方程

新课引入	合理建系，推导方程	应用举例
归纳定义		巩固练习
	课堂小结	