

数资备考技巧

数量关系一点通——排列组合去重复

华图在线 数资组 董玉



红领培优 寒假全程

2020你与省考之间 只差一个红领培优 好老师 好课程 好服务

阶段	合计天数	申论	数量资料	判断推理	言语理解	常识判断	模考	开班方式
启蒙阶段	红领培优启蒙阶段学习包						共计4次模考	联系当地 华图教育
基础阶段	12	12	12	12	12	12		
强化阶段	12	12	12	12	12	12		
题海阶段	12	12	12	12	12	12		
巩固阶段	课后130+课时线上模块刷题课程 课后巩固阶段学习包							
冲刺阶段	12	12	12	12	12	12		
合计/天数	61	19	15	10	10	10		

- 好老师** 严选师资，扎根本省一线教学多年，学员好评率95%以上的老师才能成为培优专属师资！
 - 好课程** 讲练测评考五位一体，深度剖析基础知识，刷题演练及多次模拟解析找到学会的感觉！
 - 好服务** 督学严管，全备考周期的学习规划，全方面的行为管理——只为服务专心备考的你！
- 更多专属服务：个性化定制复习策略、一对一报考指导、申论批改、线上刷题课程、专属学习资料包……

当地更多课程
扫码查看



红领培优
上岸无忧

第一时间获取考试信息
扫码关注
华图教育微信公众号

huatuv



点击咨询最新考试	http://www.huatu.com/z/zixun/
查看当地更多课程	http://bm.huatu.com/

众所周知，重复计数是排列组合问题的主要错误之一，而此类问题具有隐蔽性，不易被发现。本文就排列组合中几种常见的重复性错误加以剖析，以期来提升大家解决问题的能力。

排列组合问题中一个最核心的要素是不重不漏，那如何才能避免重复计数呢，这就需要我们了解重复产生的原因。常见的容易产生重复的情况主要有三类：第一，分步引起重复计算；第二，平均分组易重复计算；第三，环形排列易重复计算，这里我们先介绍前两类：

一.分步引起重复计算

【例】从5名男生5名女生中选出4人，去参加培训，在选出的4人中至少有1名男生1名女生的情况数有多少种？

【错解】先在5名男生中选择1名，有 C_5^1 种，再在5名女生中选择1名，有 C_5^1 种，然后在剩余的8人中再选出2人，有 C_8^2 种，根据分步计数原理共有 $C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot C_8^2 = 700$ 种。

剖析：假设甲、乙为2名男生，丙、丁为2名女生，根据上述选法，其中有一种取法可以是“先选甲，再选丙，再选乙和丁”，另外一种取法是“先选乙，再选丁，再选甲和丙”。显然这两种取法是同一种结果，但上述解法却将其当成两种情况，导致重复。

究其原因是本题使用了分步计数原理，而分步本身就包含顺序(有先有后)，与排列相关。但是本题中无论是选择两名男生还是两名女生，只是一个组合，跟顺序没有关系，因此出现了重复计数。

【正解】分成三类：

(1) 1男3女，有 $C_5^1 \cdot C_5^3 = 50$ 种

(2) 2男2女，有 $C_5^2 \cdot C_5^2 = 100$ 种

(3) 3男1女，有 $C_5^3 \cdot C_5^1 = 50$ 种

共 $50+100+50=200$ 种。

类似的题目在公考中屡见不鲜，下面就通过两道题目对比理解：

【例 1】（2016 联考）在九宫格内依次填入数字 1—9，现从中任取两个数，要求取出的两个数既不在同一行也不在同一列，共有多少种不同取法？

- A.9
- B.18
- C.36
- D.45

【答案】B

【解析】

第一步，本题考查排列组合问题，属于基础排列组合。

第二步，先从 9 个数字中任选 1 个数，有 C_9^1 种情况，去掉一行一列后，再选第二个数有 C_4^1 种情况。而本题要求任意取出两个数，属于随机取数（即取出的两个数没有先后顺序），故共有 $\frac{C_9^1 C_4^1}{A_2^2} = 18$ （种）不同取法。

因此，选择 B 选项。

【例 2】（2016 河南）在 7×7 的队列中，先随机给一个队员戴上红绶带，再给另一个队员戴上蓝绶带，要求戴两种颜色绶带的这两位队员不在同一行也不在同一列。问有多少种戴法？

- A.1048
- B.1374
- C.1764
- D.1858

【答案】C

【解析】

第一步，本题考查排列组合，属于基础排列组合。

第二步，根据 7×7 的队列知，共有 $7 \times 7 = 49$ （人），则选出一人戴红绶带有 $C_{49}^1 = 49$ （种）情况。

第三步,要使所选出 1 人不在同一行也不在同一列,可知戴蓝绶带人选有 $6 \times 6 = 36$ (人),故从中选出一人戴蓝绶带共有 $C_{36}^1 = 36$ (种)情况。总的戴法为 $49 \times 36 = 1764$ (种)情况。

因此,选择 C 选项。

观察例 1 和例 2,我们会发现,例 1 要求“任取两个数”,所以采用分步计算后需要剔除重复;而例 2 要求“先给一个队员戴上红绶带,再给另一个队员戴上蓝绶带”有先后顺序,直接相乘即可。通过两道例题,我们可以总结如下:①如果按照顺序选取(或有先后顺序),则无重复;②如果随机选取(即无顺序),则有重复,需要剔除重复,剔除的方式是如果选取 M 个数,就除以 A_M^M 。

二.平均分组易重复计算

【例】将 6 个人平均分成 3 组,每组 2 人,有多少种分组方式?

【错解】分 3 步:首先在 6 人中任取 2 人,作为一组有 C_6^2 种;之后在余下 4 人中再取 2 人,有 C_4^2 种;最后剩下 2 人作为一组,据分步计数原理知共有 $C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 90$ 种。

剖析:将 6 人分别看为甲、乙、丙、丁、戊、己,假设第 1 种取法是“先取甲乙,再取丙丁,最后取戊己,分成 3 组”,第 2 种取法是“先取丙丁,再取甲乙,最后取戊己,分成 3 组”,可见 2 种取法是同一种分组方式,出现了重复计数。

【正解】首先在 6 人中任取 2 人,作为一组有 C_6^2 种;之后在余下 4 人中再取 2 人,有 C_4^2 种;最后剩下 2 人作为一组,再除以平均分组的重复次数 A_3^3 ,所以共有 $\frac{C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{A_3^3} = 15$ 种。

下面通过几道公考题目加深理解:

【例 3】(2015 四川)将 10 名运动员平均分成两组进行对抗赛,问有多少种不同的分法?

A.120

B.126

C.240

D.252

【答案】B

【解析】

第一步，本题考查排列组合问题，属于基础排列组合。

第二步，由平均分成两组知，第一组先选出 5 人有 $C_{10}^5=252$ （种）种分法，剩下 5 人自动成为第二组。由于没有先后顺序区别，所以有 $\frac{252}{A_2^2}=126$ （种）。

因此，选择 B 选项。

在解决平均分组类问题时，如果分成 N 组，需要除以 A_N^N 来剔除重复。

【例 4】（2018 浙江）某班共有 8 名战士，现在从中挑出 4 人平均分成两个战斗小组分别参加射击和格斗考核，问共有多少种不同的方案？

A.210

B.420

C.630

D.840

【答案】B

【解析】

第一步，本题考查排列组合问题，属于基础排列组合。

第二步，先从 8 名战士中挑出 4 人，有 $C_8^4=70$ （种）；再从这 4 名战士中选择 2 人参加射击考核，有 $C_4^2=6$ （种）；最后剩余的两名战士参加格斗考核，有 $C_2^2=1$ （种）；分步用乘法，共有 $70 \times 6 \times 1=420$ （种）。

因此，选择 B 选项。

究其实质本题有两个过程，第一，先分成 2 个 2 人小组，第二，分组之后去参加两个不同的小组，故需再乘以 A_2^2 ，即 $\frac{C_8^2 \cdot C_6^2}{A_2^2} \cdot A_2^2$ 。

【例 5】（2017 江苏）某单位组织志愿者参加公益活动，有 8 名员工报名，其中 2 名超过 50 岁。现将他们分成 3 组，人数为 3、3、2，要求 2 名超过 50 岁的员工不在同组，则不同分组的方案共有：

A.120 种

B.150 种

C.160 种

D.210 种

【答案】D

【解析】

第一步，本题考查排列组合问题，属于基础排列组合。

第二步，根据要求 2 名超过 50 岁的员工不在同组，有以下 2 种情况：

①分别在 2 个三人组，有 $C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 90$ （种）情况；

②分别在 1 个三人组，1 个二人组，有 $C_2^1 \cdot C_6^2 \cdot C_4^3 \cdot C_1^1 = 120$ （种）情况。

第三步，不同分组的方案共有 $90 + 120 = 210$ （种）。

因此，选择 D 选项。

例 5 是平均分组中较难的综合题目，但你只要明白了平均分组本质及原理，本题也会迎刃而解。

要想学习更多的秒杀技巧，可以关注华图教育。