目录

第一篇《函数的单调性》

1.题目：函数的单调性

2.内容：

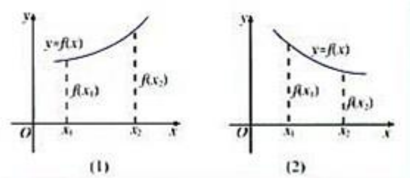
对于二次函数 $f(x)=x^2$，我们可以这样描述“在区间 $(0,+\infty)$ 上，随着 x 的增大，相应的 $f(x)$ 也随着增大”：在区间 $(0,+\infty)$ 上，任取两个 x_1，x_2，得到 $f(x_1)=x_1^2$，$f(x_2)=x_2^2$，当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)<f(x_2)$。这时，我们就说函数 $f(x)=x^2$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上是增函数。

你能仿照这样的描述，说明函数 $f(x)=x^2$ 在区间 $(-\infty,0]$ 上是减函数吗？

一般地，设函数 $f(x)$ 的定义域为 I：

如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$，那么就说函数 $f(x)$ 在区间 D 上是增函数（increasing function）（图1.3-3(1)）；

如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)>f(x_2)$，那么就说函数 $f(x)$ 在区间 D 上是减函数（decreasing function）（图1.3-3(2)）。



3.基本要求

（1）试讲时间约 10 分钟；

（2）创设问题进行导入，建立与已学知识之间的联系；

（3）采用恰当的教学方法，让学生直观感受数形结合思想。

4．考核目标：教学设计，教学方法，教学实施。

课时：

1 课时

课型：

新授课

教学目标：

1、知识与技能：从形与数两方面理解单调性的概念，初步学会利用函数图象和单调性定义判断、证明函数单调性的方法。

2、过程与方法：通过对函数单调性定义的探究，提高观察、归纳、抽象的能

力和语言表达能力；通过对函数单调性的证明，提高推理论证能力，体验数形结合思想方法。

3、情感态度价值观：通过知识的探究过程养成细心观察、认真分析、严谨论证的良好思维习惯；感受用辩证的观点思考问题。

教学重点：

函数单调性的概念形成和初步运用。

教学难点：

函数单调性的概念形成。

教学过程：

（一）创设情境，导入新课

教师活动：分别作出函数 $y=2x$，$y=-2x$ 和 $y=x^2+1$ 的图象，并且观察函数变化规律，描述前两个图象后，明确这两种变化规律分别称为增函数和减函数。 然后提出两个问题：问题一：二次函数是增函数还是减函数？问题二：能否用自己的理解说说什么是增函数，什么是减函数？

学生活动：观察图象，利用初中的函数增减性质进行描述，$y=2x$ 的图象自变量 x 在实数集变化时，y 随 x 增大而增大，$y=-2x$ 的图象自变量 x 在实数集变化时，y 随 x 增大而减小。在此基础上描述 $y=x^2+1$ 在$(-\infty，0]$上 y 随 x 增大而减小，在$(0，+\infty)$上 y 随 x 增大而增大。理解单调性是函数的局部性质，在一个区间里，y 随 x 增大而增大，则是增函数；y 随 x 增大而减小就是减函数。

设计意图：数学课程标准中提出“通过已学过的函数特别是二次函数理解函数的单调性”，因此在本环节的设计上，从学生熟知的一次函数和二次函数入手，从初中对函数增减性的认识过渡到对函数单调性的直观感受。通过一次函数认识单调性，再通过二次函数认识单调性是局部性质，进而完善感性认识。

（二）初步探索，形成概念

教师活动：（以 $y=x^2+1$ 在 $(0，+\infty)$上单调性为例）让学生理解如何用精确的数

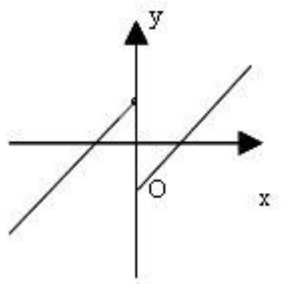
学语言（随着、增大、任取）来描述函数的单调性，进而得到增（减）函数的定义。并进一步提出如何判断的问题。

学生活动：通过交流、提出见解，提出质疑，相互补充理解函数定义的解释，讨论表示大小关系时，理解如何取值，明白任取的意义。

设计意图：通过启发式提问，实现学生从“图形语言”到“文字语言”到“符号语言”认识函数的单调性，实现“形”到“数”的转换。

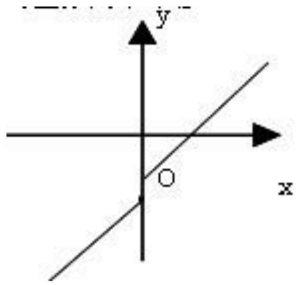
（三）概念深化，延伸扩展

教师活动：提出下面这个问题：能否说 $f(x)=\frac{1}{x}$ 在它的定义域上是减函数？从这个例子能得到什么结论？并给出例子进行说明：



进一步提问：函数在定义域内的两个区间 A,B 上都是增（减）函数，何时函数在 A∪B 上也是增（减）函数，最后再一次回归定义，强调任意性。

学生活动：思考、讨论，提出自己观点，并提出反例，如 x1=-1，x2=1，进而得出结论：函数在定义域内的两个区间 A,B 上都是增（减）函数，函数在 A∪B 上不一定是增（减）函数将函数图象进行变形（如 x<0 时图象向下平移）。



设计意图：通过上面的问题，学生已经从描述性语言过渡到严谨的数学语言。而对严谨的数学语言学生还缺乏准确理解，因此在这里通过问题深入研讨加深学生对单调性概念的理解。

（四）证明探究，应用定义

教师活动：展示例题

例 1：证明函数

$f(x)=x^2+1$在（0，+∞）上是增函数

证明：任取 $x_1, x_2 \in (0,+\infty)$ 且 $x_1 < x_2$

$\Delta x = x_2 - x_1 > 0$

$\Delta y = f(x_2) - f(x_1) = (x_2^2+1) - (x_1^2+1)$

$= x_2^2 - x_1^2$

$= (x_2 + x_1)(x_2 - x_1)$

$\because x_2 - x_1 = \Delta x > 0$

$x_1 + x_2 > 0$

$\therefore \Delta y = f(x_2) - f(x_1) > 0$

∴函数 $f(x)=x^2+1$在（0，+∞）上是增函数。

进一步提问：如果把（0，+∞）条件去掉，如何解这道题？要求学生课后思考。

学生活动：根据单调性定义进行证明、讨论，规范出证明步骤：设元、作差、变形、断号、定论，理解根据定义进行判断，体会判断可转化成证明并完成课后思

考题。

设计意图：本环节是对函数单调性概念的准确应用，本题采用前面出现过的函数，一方面希望学生体会到函数图象和数学语言从不同角度刻画概念，另一方面避免学生遇到障碍，而是把注意力都集中在单调性定义的应用上。课标中指出“形式化是数学的基本特征之一，但不能仅限于形式化的表达。高中课程强调返璞归真”因此本题不再从证明角度，而是让学生再次从定义出发，寻求方法，并体会转化思想。

（五）小结评价，作业创新

教师活动：从知识、方法两个方面引导学生进行总结，留出如下的课后作业（1、2、4 必做，3 选做）：

1、 证明：函数 $f(x)=\sqrt{x}$ 在区间[0，+∞)上是增函数。

2、课上思考题

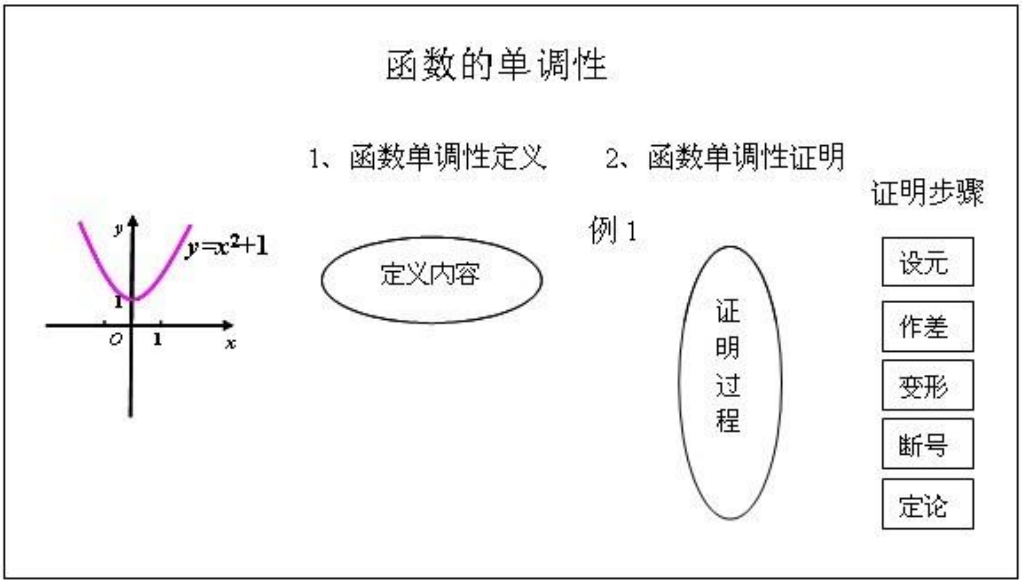
3、求函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}$ 的单调区间

4、思考 P46 探索与研究

学生活动：回顾函数单调性定义的探究过程、证明、判断函数单调性的方法步骤和数学思想方法，完成课后作业。

设计意图：使学生对单调性概念的发生与发展过程有清晰的认识，体会到数学概念形成的主要三个阶段：直观感受、文字描述和严格定义，并且作业实现分层，满足学生需求。

六、板书设计


函数的单调性
1、函数单调性定义
2、函数单调性证明
证明步骤
例 1
$y=x^2+1$
定义内容
证明过程
设元
作差
变形
断号
定论

第二篇《函数的奇偶性》

1．题目：函数的奇偶性

2．内容：

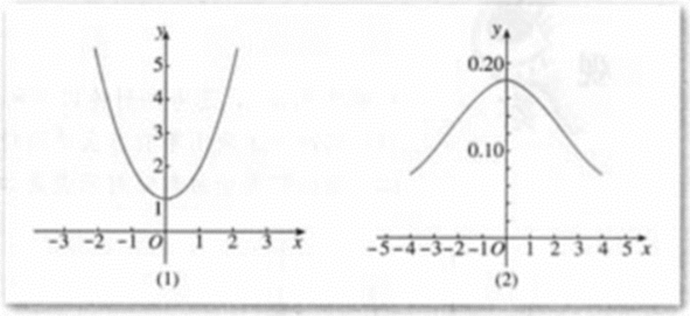
例如，对于函数 $f(x)=x^2$ 有：

$$f(-3)=9=f(3);$$
$$f(-2)=4=f(2);$$
$$f(-1)=1=f(1).$$

实际上，对于 **R** 内任意的一个 x，都有 $f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$．这时我们称函数 $y=x^2$ 为偶函数．

一般地，如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫做偶函数(even function)．

例如，函数 $f(x)=x^2+1$，$f(x)=\dfrac{2}{x^2+11}$ 都是偶函数，它们的图象分别如图 1.3-8(1)(2) 所示．



例如，对于函数 $f(x)=x$ 有：

$$f(-3)=-3=-f(3);$$
$$f(-2)=-2=-f(2);$$
$$f(-1)=-1=-f(1).$$

实际上，对于函数 $f(x)=x$ 定义域 **R** 内任意一个 x，都有 $f(-x)=-x=-f(x)$．这时我们称函数 $f(x)=x$ 为奇函数．

一般地，如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数（odd function)．

3．基本要求：

（1）试讲时间约 10 分钟；

（2）通过问题设计，联系学生已有知识经验探索新知识；

（3）设计一些基础性例题，以帮助学生理解函数奇偶性的主要特征。

4．考核目标：问题设计，知识归纳，教学实施。

教学设计

课时：

1 课时

课型：

新授课

教学目标：

1、知识与技能目标：理解函数的奇偶性及其几何意义。

2、过程与方法目标：经历从图形直观感知到代数抽象概括，从特殊到一般的概念形成过程，培养学生观察、抽象的能力。

3、情感、态度与价值观目标：通过自主探索，体会数形结合的思想，感受数学的对称美。

教学重点：

理解函数的奇偶性及其几何意义。

教学难点：

判断函数奇偶性的方法。

教学准备：多媒体

教学过程：

一、图片展示，引入新课

多媒体展示喜字、蝴蝶、扑克牌、交通标志四幅图片，请学生观察这些图片具有什么样的共同特征。

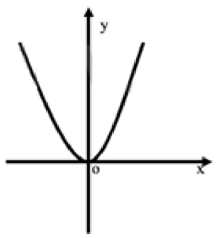
通过观察，老师适当引导，学生能够发现前两幅图是轴对称的，后两幅图是中心对称的。

继续追问数学中这样的对称，请学生举例说明。由于前几节课都在学习函数，会有部分学生想到有些函数的图像是对称的。

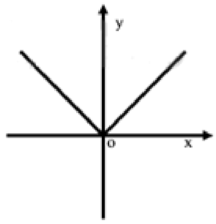
引入课题：今天我们一起来研究图像具有对称特征的函数的性质——奇偶性

二、合作探索，学习新知

1.观察下列函数的图像：说明图像有什么样的特点。



$y=x^2$



$y=|x|$

思考1：这两个函数的图像有何共同特征？

思考2：对于上述两个函数，f(1)与f(-1)，f(2)与f(-2)，f(a)与f(-a)有什么关系？

一般地，若函数y=f(x)的图象关于y轴对称，当自变量x任取定义域中的一对相反数时，对应的函数值相等。即f(-x)=f(x)

思考3:怎样定义偶函数？

学生先进行独立思考，然后小组讨论形成小组结论，最后展示本组讨论结果。

师生互动将学生得到的定义进行补充完善最终得到精确的偶函数的定义：设函数f(x)的定义域为D，如果对D内的任意一个数X，都有 $-x \in D$ ，且 $f(-x)=f(x)$ ，则这个函数叫做偶函数。

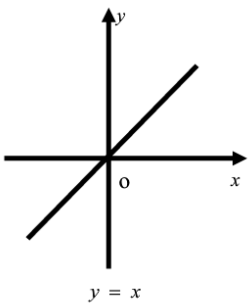
练习：判断下列函数是否为偶函数？（口答）

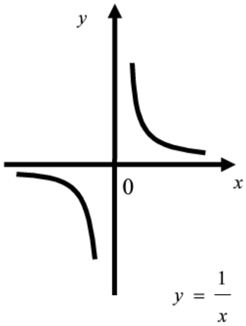
(1) $f(x)=x^2, x\in[-1,1]$

(2) $f(x)=x^2, x\in[-1,1)$

(3) $f(x)=x^2, x\in[-2,-1)\cup(1,2]$

2.观察下面两个函数的图像，回答以下问题。





问题1：观察图像，从对称的角度思考，它们有什么共同特征？

问题2：分别求当自变量x=±1，±2时的函数值，从中你能发现什么规律？

问题3：是否对于定义域内所有的x，都有类似的情况？

问题4：类比偶函数的定义给出奇函数的定义。

学生先进行独立思考后，小组内进行交流，形成小组最后结论，最终展示本组成果。

小组代表展示结果后，师生互动得出奇函数的定义：设函数f(x)的定义域为D，如果对D内的任意一个数X，都有$-x\in D$，且$f(-x)=-f(x)$，则这个函数叫做偶函数。

练习：判断下列函数是否为偶函数？（口答）

(1) $f(x)=x^3, x\in[-1,1]$

(2) $f(x)=x^3, x\in[-1,1)$

(3) $f(x)=x^3, x\in[-2,-1)\cup(1,2]$

3.强化定义，深化内涵

对奇函数、偶函数定义的说明：

（1）如果一个函数f(x)是奇函数或偶函数，那么我们就说函数f(x),具有奇偶性。

（2）函数具有奇偶性的前提是：定义域关于原点对称。

（3）若f(x)为奇函数，则f(-x)=—f(x)成立；若f(x)为偶函数,则f(-x)=f(x)成立。

三、讲练结合，巩固提升

例 1. 利用定义判断下列函数的奇偶性

（1） $f(x)=x^{3}+2x$

小结：用定义判断函数奇偶性的步骤： ：

（1）先求定义域，看是否关于原点对称；

（2）再判断 f(—x)与 f(x)的关系；

（3）若 f(-x)=f(x)则 f(x)是偶函数；若 f(-x)=-f(x)，则 f(x)是奇函数。

例题 2：利用定义判断下列函数的奇偶性

(1) $f(x)=x-\frac{1}{x}$　　(2) $f(x)=-x^{2}+1, x\in[-1,1)$

(3) $f(x)=0$　　(4) $f(x)=x^{2}+x$

四、总结升华

师生一起回顾函数奇偶性的定义，图像性质，已经如何判断一个函数的奇偶性。

五、布置作业

1. 教材 42 页习题

2. 设 f(x)是定义在 R 上的奇函数，当 x>0 时，f(x)=2x+1，求 x<0 时，f(x)的解析式。

板书设计：

函数的奇偶性

偶函数：

奇函数：

判断函数奇偶性步骤：一看

二找

三判断

第三篇《一元二次不等式解法》

1.题目：一元二次不等式解法

2.内容:

$$x_1=0,\quad x_2=5.$$

由二次函数的零点与相应的一元二次方程根的关系，$x_1=0$，$x_2=5$ 是二次函数 $y=x^2-5x$ 的两个零点.

画出二次函数 $y=x^2-5x$ 的图象（图 3.2-2），观察函数图象可知，当 $x<0$，或 $x>5$ 时，函数图象位于 x 轴上方，此时 $y>0$，即 $x^2-5x>0$；当 $0<x<5$ 时，函数图象位于 x 轴下方，此时 $y<0$，即 $x^2-5x<0$. 所以，一元二次不等式 $x^2-5x\leqslant 0$ 的解集是

$$\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 5\}.$$

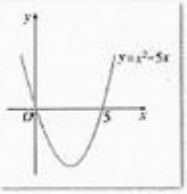


图 3.2-2

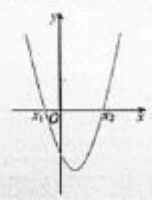
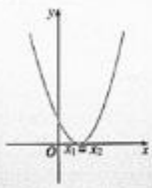
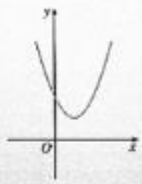
所以，当一次上网时间在5 小时以内（含恰好 5 小时）时，选择公司 A 的费用小于或等于选择公司 B 的费用；超过 5 小时，选择公司 B 的费用少.

在函数 $y=x^2-5x$ 的图象上任取一点 $P(x,y)$，观察当 P 点在抛物线上移动时，随着 P 的横坐标的变化，P 的纵坐标有什么变化.

上述方法可以推广到求一般的一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$ 或 $ax^2+bx+c<0$ $(a>0)$ 的解集. 我们可以由函数的零点与相应一元二次方程根的关系，先求出一元二次方程的根，再根据函数图象与 x 轴的相关位置确定一元二次不等式的解集.

我们知道，对于一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a>0)$，设 $\Delta=b^2-4ac$，它的解按照 $\Delta>0$，$\Delta=0$，$\Delta<0$ 可分为三种情况. 相应地，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ $(a>0)$ 的图象与 x 轴的位置关系也分为三种情况. 因此，我们可分三种情况来讨论对应的一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$ $(a>0)$ 的解集.

根据上述方法，请将下表填充完整.

$\Delta=b^2-4ac$	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
$y=ax^2+bx+c$ $(a>0)$ 的图象			
$ax^2+bx+c=0$ $(a>0)$ 的根			没有实数根
$ax^2+bx+c>0$ $(a>0)$ 的解集		$\{x\mid x\neq -\frac{b}{2a}\}$	
$ax^2+bx+c<0$ $(a>0)$ 的解集		$\varnothing$	

3.基本要求：

（1）试讲时间约 10 分钟；

（2）通过问题设计，联系学生已有知识经验探索新知识；

（3）设计一些基础性例题，以帮助学生理解方程，函数及不等式之间的关系。

4.考核目标：问题设计，知识归纳，教学实施。

教学设计

课时：1 课时

课型：新授课

教学目标：

1、知识与技能目标：理解“三个二次”的关系；掌握看图象找解集的方法，熟悉一元二次不等式的解法。

2、过程与方法目标：通过看图象找解集，学生学习“从形到数”的转化方法，“从具体到抽象”、“从特殊到一般”的归纳概括能力。

3、情感、态度与价值观目标：创设问题情景，激发学生观察、分析、探求的学习激情、强化学生参与意识及主体作用。

教学重点：

掌握一元二次不等式的解法

教学难点：

“三个二次”的关系

教学准备：

计算机、多媒体资料

教学过程：

（一）创设情景，引出“三个一次”的关系

师：请同学们解一元二次方程：$x^2-x-6=0$

生：解（略）

师：若将上述方程中的“=”改为“>”，就得到一元二次不等式 $x^2-x-6>0$，怎样求解一元二次不等式呢？这就是我们本节课学习的内容（板书课题）

师：初中已经学过一元一次方程和一元一次不等式的解法，如：

$2x-7=0 \Rightarrow x=3.5$

$2x-7>0 \Rightarrow x>3.5$ （学生口答，教师板书）

$2x-7<0 \Rightarrow x<3.5$

师：其实两个一元一次不等式的解是通过不等式的基本性质得到的，但是我们很难利用不等式的基本性质尽快得到一元二次不等式的解，为此我们换一种角度来认识一元一次不等的解，我们引入一次函数 $y=2x-7$ 的图象来认识 $2x-7<0$ 和 $2x-7>0$ 的解。

借助动画展示：

当 $2x-7=0$ 时，得 $x=3.5$；当 $y=0$ 时，函数的图象与 x 轴交于点(3.5,0)，得 $x=3.5$。

当 $2x-7>0$ 时，得 $x>3.5$；当 $y>0$ 时，函数的图象在 x 轴上方，得 $x>3.5$。

当 $2x-7<0$ 时，得 $x<3.5$；当 $y<0$ 时，函数的图象在 x 轴下方，得 $x<3.5$。

引导学生观察得出结论：

①当 $2x-7=0$ 的解是函数 $y=2x-7$ 的图象与 x 轴交点的横坐标。

②当 $2x-7>0$ 的解集是函数 $y=2x-7$ 的图象在 x 轴的上方的点的横坐标的集合。

③当 $2x-7<0$ 的解集是函数 $y=2x-7$ 的图象在 x 轴的下方的点的横坐标的集合。

由此可以利用一次函数的图象得到一元一次不等式的解集，请我们一起用此方法来探索一元二次不等式 $x^2-x-6>0$ 的解集。

（二）比旧悟新，引出“三个二次”的关系

画一画：学生画完后展示课件

看一看：函数图象与 x 轴的位置关系。

说一说：①方程 $x^2-x-6=0$ 的解是 <u>x=-2 或 x=3</u>；

②不等式 $x^2-x-6>0$ 的解集是 <u>$\{x|x<-2,或\ x>3\}$</u>；

③不等式 $x^2-x-6<0$ 的解集是{x|-2<x<3}。

问一问：我们把函数 $y=x^2-x-6$ 变为 $y=ax^2+bx+c(a>0)$，那么图象与 x 轴有几个交点？(①因为 a>0，所以图象开口向上；② $\Delta=b^2-4ac=0$ 时，图象与 x 轴只有一个交点； $\Delta>0$ 时，图象与 x 轴有两个交点； $\Delta<0$ 时，图象与 x 轴没有交点。)

（三）归纳提炼，得出“三个二次”的关系

1、引导学生观察图象与 x 轴的相对位置关系，写出相关不等式的解集。

2、学生思考：若 a＜0 时，怎样求解不等式 $ax^2+bx+c>0$ 及 $ax^2+bx+c<0$？

（四）应用新知，熟练掌握一元二次不等式的解集

例 1、解不等式 $2x^2-3x-2>0$

分析：不等式 $2x^2-3x-2>0$ 与表格中 $ax^2+bx+c>0(a>0)$ 的形式完全一样，因此先考虑对应方程的判别式及方程的根，然后根据不等式解集情况求得原不等式的解集，画出相应二次函数的图象帮助理解。(学生口答，教师板书)

解：因为 $\Delta>0$，方程 $2x^2-3x-2=0$ 的解是 $x_1=-\frac{1}{2}$， $x_2=2$

所以，不等式的解集是 $\{x|\ x<-\frac{1}{2}$，或 $x>2\}$

例 2　解不等式 $-3x^2+6x>2$

分析：$-3x^2+6x>2$，即 $-3x^2+6x-2>0$ 与表格中不等式的形式比较可发现，它们不同之处在于二次项系数，故先将其变为二次项系数大于零的情形，转化为熟知类型，然后求解。(学生口答，教师板书)

解：整理，得 $3x^2-6x+2<0$

因为 $\Delta>0$，方程 $3x^2-6x+2=0$ 的解是 $x_1=1-\frac{\sqrt{3}}{3}$， $x_2=1+\frac{\sqrt{3}}{3}$

所以，原不等式的解集是 $\{x\mid 1-\frac{\sqrt{3}}{3}<x<1+\frac{\sqrt{3}}{3}\}$

解法步骤总结：一化正→二算 Δ →三求根→四写解集

例 3　解不等式 $4x^2-4x+1>0$

例 4　解不等式 $-x^2+2x-3>0$

例 3 紧扣函数 $y=4x^2-4x+1$ 的图象与 x 轴只有一个交点，例 4 按照一化正→二算Δ→三求根→四写解集的程序规范书写（先由学生独立求解，然后抽学生板演，教师巡视、指导，讲评学生完成情况，寻找学生中的闪光点，给予热情表扬）

（五）课堂小结

解一元二次不等式的“四部曲”：

1、把二次项的系数化为正数

2、计算判别式Δ

3、解对应的一元二次方程

4、根据一元二次方程的根，结合图像(或口诀)，写出不等式的解集。概括为：一化正→二算Δ→三求根→四写解集

（六）布置作业

1、必做题：习题 1.5 的 1、3 题

2、探究题：①若 a、b 不同时为零，记 $ax^2+bx+c=0$ 的解集为 P，$ax^2+bx+c>0$ 的解集为 M，$ax^2+bx+c<0$ 的解集为 N，那么 $P\cup M\cup N$=______________；②已知不等式 $(k^2+4k-5)x^2+4(1-k)x+3>0$ 的解集是 R，求实数 k 的取值范围。

板书设计：

一元二次不等式解法(1)

(一)“三个一次”的关系 (二)观察 $y=x^2-x-6$ 的图像 (三)“三个二次”的关系	(四)例题解析 例 1 例 2 例 3	例 4 (五)总结 (六)作业

第四篇《用二分法求方程的近似解》

1．题目：用二分法求方程的近似解

2．内容：

我们已经知道，函数 $f(x)=\ln x+2x-6$ 在区间(2，3)内有零点．进一步的问题是，如何找出这个零点？

一个直观的想法是：如果能够将零点所在的范围尽量缩小，那么在一定精确度的要求下，我们可以得到零点的近似值．为了方便，下面我们通过“取中点”的方法逐步缩小零点所在的范围．

取区间（2，3）的中点 2.5，用计算器算得 $f(2.5)\approx-0.084$．因为 $f(2.5)\cdot f(3)<0$，所以零点在区间(2.5，3)内．

再取区间（2.5，3）的中点 2.75，用计算器算得 $f(2.75)\approx0.512$．因为 $f(2.5)\cdot f(2.75)<0$，所以零点在区间（2.5，2.75）内．

由于（2，3）$\supsetneqq$(2.5，3)$\supsetneqq$(2.5，2.75)，所以零点所在的范围确实越来越小了．如果重复上述步骤，那么零点所在的范围会越来越小（见表 3-2 和图 3.1-4）．这样，在一定精确度下，我们可以在有限次重复相同步骤后，将所得的零点所在区间内的任意一点作为函数零点的近似值，特别地，可以将区间端点作为零点的近似值．例如，当精确度为 0.01 时，由于 $|2.5390625-2.53125|=0.0078125<0.01$，所以，我们可以将 $x=2.54$ 作为函数 $f(x)=\ln x+2x-6$ 零点的近似值，也即方程 $\ln x+2x-6=0$ 根的近似值．

对于在区间 $[a，b]$ 上连续不断、且 $f(a)\cdot f(b)<0$ 的函数 $y=f(x)$，通过不断地把函数 $f(x)$ 的零点所在的区间一分为二，使区间的两个端点逐步逼近零点，进而得到零点近似值的方法叫做二分法（bisection）．

给定精确度 ε，用二分法求函数 $f(x)$ 零点近似值的步骤如下：

1．确定区间 $[a，b]$，验证 $f(a)\cdot f(b)<0$，给定精确度 ε；

2．求区间（a，b）的中点 x_1；

3．计算 $f(x_1)$；

（1）若 $f(x_1)=0$，则 x_1 就是函数的零点；

（2）若 $f(a)\cdot f(x_1)<0$，则令 $b=x_1$（此时零点 $x_0\in(a，x_1)$）；

（3）若 $f(x_1)\cdot f(b)<0$，则令 $a=x_1$（此时零点 $x_0\in(x_1，b)$）．

4．判断是否达到精确度 ε：即若 $|a-b|<\varepsilon$，则得到零点近似值 a（或 b）；否则重复 2～4．

由函数的零点与相应方程根的关系，我们可用二分法来求方程的近似解．由于计算量较大，而且是重复相同的步骤，因此，我们可以通过设计一定的计算程序，借助计算器或计算机完成计算．

3．基本要求：

（1）试讲时间约 10 分钟；

（2）通过问题设计，联系学生已有知识经验探索新知识；

（3）通过具体实例引导启发学生理解二分法求方程近似解的过程。

4．考核目标：教学设计，教学实施。

教学设计

课题：用二分法求方程的近似解

课型：新授课

课时：1 课时

年级：高中一年级

教学目标：

1、知识与技能：解二分法求解方程的近似解的思想方法，会用二分法求解具体方程的近似解。

2、过程与方法：学生在求解方程近似解的实例中感知二分发思想。

3、情感态度与价值观：体会二分法的程序化解决问题的思想,认识二分法的价值所在，学生更加热爱数学；培养学生认真、耐心、严谨的数学品质。

重难点：

教学重点：用二分法求解函数 f(x)的零点近似值的步骤。

教学难点：为何由 $|a-b|<\varepsilon$ 便可判断零点的近似值为 a(或 b)?

教学准备：多媒体课件

教学过程：

（一）创设情境，揭示课题

提出问题：

（1）一元二次方程可以用公式求根，但是没有公式可以用来求解放程 $\ln x+2x-6=0$ 的根；联系函数的零点与相应方程根的关系，能否利用函数的有关知识来求她的根呢？

（2）通过前面一节课的学习，函数 $f(x)=\ln x+2x-6$ 在区间内有零点；进一步的问题是，如何找到这个零点呢？

（二）研讨新知

一个直观的想法是：如果能够将零点所在的范围尽量的缩小，那么在一定的精确度的要求下，我们可以得到零点的近似值；为了方便，我们通过“取中点”的方法逐步缩小零点所在的范围。

取区间（2，3）的中点 2.5，用计算器算得 $f(2.5)\approx-0.084$,因为 $f(2.5)*f(3)<0$,所以零点在区间（2.5，3）内；

再取区间（2.5，3）的中点 2.75，用计算器算得 $f(2.75)\approx0.512$,因为 $f(2.75)*f(2.5)<0$,所以零点在（2.5，2.75）内；

由于（2，3），（2.5，3），（2.5，2.75）越来越小，所以零点所在范围确实越来越小了；重复上述步骤，那么零点所在范围会越来越小，这样在有限次重复相同的步骤后，在一定的精确度下，将所得到的零点所在区间上任意的一点作为零点的近似值，特别地可以将区间的端点作为零点的近似值。

例如，当精确度为 0.01 时，由于 $|2.5390625-2.53125|=0.0078125<0.01$，所以我们可以将 $x=2.54$ 作为函数 $f(x)=\ln x+2x-6$ 零点的近似值，也就是方程 $\ln x+2x-6=0$ 近似值。

这种求零点近似值的方法叫做二分法。

1．师：引导学生仔细体会上边的这段文字，结合课本上的相关部分，感悟其中的思想方法.

生：认真理解二分法的函数思想，并根据课本上二分法的一般步骤，探索其求法。

2．为什么由 $|a-b|<\varepsilon$ 便可判断零点的近似值为 a（或 b）？

先由学生思考几分钟，然后作如下说明：

设函数零点为 x_0，则 $a<x_0<b$，则：

$0<x_0-a<b-a$，$a-b<x_0-b<0$；

由于 $|a-b|<\varepsilon$，

所以 $|x_0-a|<b-a<\varepsilon$，$|x_0-b|<|a-b|<\varepsilon$，

即 a 或 b 作为零点 x_0 的近似值都达到了给定的精确度 ε。

（三）巩固深化，发展思维

1、学生在老师引导启发下完成下面的例题

例 2．借助计算器用二分法求方程 $2^x+3x=7$ 的近似解（精确到 0.01）

问题：原方程的近似解和哪个函数的零点是等价的？

师：引导学生在方程右边的常数移到左边，把左边的式子令为 f(x),则原方程的解就是 f（x）的零点。

生：借助计算机或计算器画出函数的图象，结合图象确定零点所在的区间，然后利用二分法求解.

（四）归纳整理，整体认识

在师生的互动中，让学生了解或体会下列问题：

1、本节我们学过哪些知识内容？

2、你认为学习“二分法”有什么意义？

3、在本节课的学习过程中，还有哪些不明白的地方？

板书设计：

用二分法求方程的近似解

步骤：

1. 如果要求已知函数 f(x)=0 根，那么先找出一个区间[a,b],使得 f(a)与 f(b)异号
2. 求该区间的中点 m=(a+b)/2,并找出 f(m)的值
3. 若 f(m)与 f(a)正负号相同，则取[m,b]为新区间，否则取[a,m]
4. 重复第三步与第四步直到理想的精确度为止

第五篇《映射》

1．题目：映射

2．内容：

函数是“两个数集间的一种确定的对应关系”．当我们将数集扩展到任意的集合时，就可以得到映射的概念．例如，亚洲的国家构成集合 A，亚洲各国的首都构成集合 B，对应关系 f：国家 a 对应于它的首都 b．这样，对于集合 A 中的任意一个国家，按照对应关系 f，在集合 B 中都有唯一确定的首都与之对应．我们将对应 $f: A\to B$ 称为映射．

一般地，我们有：

设 A，B 是两个非空的集合，如果按某一个确定的对应关系 f，使对于集合 A 中的任意一个元素 x，在集合 B 中都有唯一确定的元素 y 与之对应，那么就称对应 $f: A\to B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个映射(mapping)．

在我们的生活中，有很多映射的例子，例如，设集合 $A=\{x|x$是某场电影票上的号码$\}$，集合 $B=\{x|x$ 是某电影院的座位号$\}$，对应关系 f：电影票的号码对应于电影院的座位号，那么对应 $f: A\to B$ 是一个映射．

例 7　以下给出的对应是不是从集合 A 到 B 的映射？

(1) 集合 $A=\{P|P$ 是数轴上的点$\}$，集合 $B=\mathbf{R}$，对应关系 f：数轴上的点与它所代表的实数对应；

(2) 集合 $A=\{P|P$ 是平面直角坐标系中的点$\}$，集合 $B=\{(x，y)|x\in\mathbf{R}，y\in\mathbf{R}\}$，对应关系 f：平面直角坐标系中的点与它的坐标对应；

(3) 集合 $A=\{x|x$ 是三角形$\}$，集合 $B=\{x|x$ 是圆$\}$，对应关系 f：每一个三角形都对应它的内切圆；

(4) 集合 $A=\{x|x$ 是新华中学的班级$\}$，集合 $B=\{x|x$ 是新华中学的学生$\}$，对应关系 f：每一个班级都对应班里的学生．

解：(1) 按照建立数轴的方法可知，数轴上的任意一个点，都有唯一的实数与之对应，所以这个对应 $f: A\to B$ 是从集合 A 到 B 的一个映射．

(2) 按照建立平面直角坐标系的方法可知，平面直角坐标系中的任意一个点，都有唯一的一个实数对与之对应，所以这个对应 $f: A\to B$ 是从集合 A 到 B 的一个映射．

(3) 由于每一个三角形只有一个内切圆与之对应，所以这个对应 $f: A\to B$ 是从集合 A 到 B 的一个映射．

(4) 新华中学的每一个班级里的学生都不止一个，即与一个班级对应的学生不止一个，所以这个对应 $f: A\to B$ 不是从集合 A 到 B 的一个映射．

3．基本要求：

（1）试讲时间约 10 分钟；

（2）创设问题进行导入，建立与已学知识之间的联系；

（3）采用恰当的教学方法，让学生直观理解．

4．考核目标：导入设计，教学方法，教学实施．

教学设计

课题：映射

课型：新授课

课时：1 课时

年级：高中必修 1

教学目标：

1、知识与技能：了解映射的概念及表示方法，结合简单的对应图表，理解一一映射的概念；会利用映射的概念来判断“对应关系”是否是映射．

2、过程与方法：函数推广为映射，只是把函数中的两个数集推广为两个任意的集合；通过实例进一步理解映射的概念．

3、情感态度与价值观：映射在近代数学中是一个极其重要的概念，帮助学生进一步理解函数的意义．

重难点：

教学重点：理解映射的概念

教学难点：会判断“对应关系”是否是映射

教学准备：多媒体课件

教学过程：

（一）创设情境，揭示课题

复习初中常见的对应关系

1．对于任何一个实数 a ，数轴上都有唯一的点 p 和它对应；

2．对于坐标平面内任何一个点 A，都有唯一的有序实数对（x，y）和它对应；

3．对于任意一个三角形，都有唯一确定的面积和它对应；

4．某影院的某场电影的每一张电影票有唯一确定的座位与它对应；

5．函数的概念．

（二）研探新知

1．我们已经知道，函数是建立在两个非空数集间的一种对应，若将其中的条件“非空数集”弱化为“任意两个非空集合”，按照某种法则可以建立起更为普通的元素之间的对应关系，这种对应就叫映射（板书课题）.

2．先看几个例子，两个集合 A、B 的元素之间的一些对应关系：

（1）开平方；（2）求正弦；（3）求平方；（4）乘以 2.

归纳引出映射概念：

一般地，设 A、B 是两个非空的集合，如果按某一个确定的对应法则 f ，使对于集合 A 中的任意一个元素 x ，在集合 B 中都有唯一确定的元素 y 与之对应，那么就称对应 f ：A→B 为从集合 A 到集合 B 的一个映射.

记作“ f ：A→B”

说明：（1）这两个集合有先后顺序，A 到 B 的映射与 B 到 A 的映射是截然不同的，其中 f 表示具体的对应法则，可以用多种形式表述.

（2）“都有唯一”什么意思？

包含两层意思：一是必有一个；二是只有一个，也就是说有且只有一个的意思.

（三）质疑答辩，排难解惑，发展思维

例 1：下列哪些对应是从集合 A 到集合 B 的映射？

（1）A={ $P \mid P$ 是数轴上的点}，B=R，对应关系 f ：数轴上的点与它所代表的实数对应；

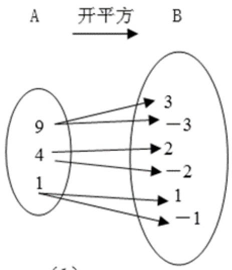
（2）A={ $P \mid P$ 是平面直角坐标中的点}， $B=\{(x,y) \mid x\in R, y\in R\}$，对应关系 f ：平面直角坐标系中的点与它的坐标对应；

（3）A={三角形}，B={ $x \mid x$是 圆}，对应关系 f ：每一个三角形都对应它的内切圆；

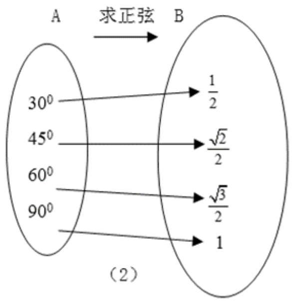
（4）A={ $x \mid x$ 是新华中学的班级}， $B=\{x \mid x 是新华中学的学生\}$，对应关系 f ：每一个班级都对应班里的学生.

思考：将（3）中的对应关系 f 改为：每一个圆都对应它的内接三角形；（4）中的对应关系 f 改为：每一个学生都对应他的班级，那么对应 f ：B→A 是从集合 B 到集合 A 的映射吗？

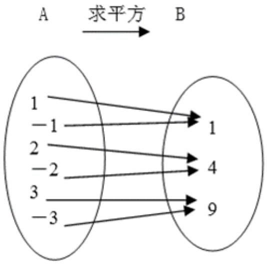
例 2：在下图中，图（1)，(2)，(3)，(4）用箭头所标明的 A 中元素与 B 中元素的对应法则，是不是映射？是不是函数关系？



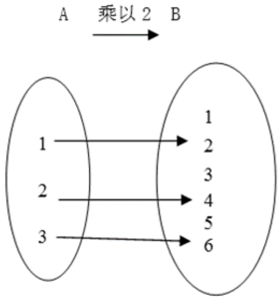
（1）



（2）



（3）



（4）

（四）巩固深化，反馈矫正

画图表示集合 A 到集合 B 的对应（集合 A，B 各取 4 个元素）

已知：（1） $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{2,4,6,8\}$ ，对应法则是“乘以 2”；

（2）A=$\{x\mid x>0\}$，B=R，对应法则是“求算术平方根”；

（3） $A=\{x\mid x\neq 0\}$, $B=R$ ，对应法则是“求倒数”；

（4） $A=\{\angle\alpha\mid 0^0<\angle\alpha\leq 90^0\}$, $B=\{x\mid x\leq 1\}$, 对应法则是“求余弦”.

（五）归纳小结

提出问题：怎样判断建立在两个集合上的一个对应关系是否是一个映射，你能归纳出几个“标准”呢？

师生一起归纳：判定是否是映射主要看两条：一条是 A 集合中的元素都要有象，但 B 中元素未必要有原象；二条是 A 中元素与 B 中元素只能出现“一对一”或“多对一”的对应形式.

板书设计：

映射

1. A 集合中的元素都要有象，但 B 中元素未必要有原象；

2. A 中元素与 B 中元素只能出现“一对一”或“多对一”的对应形式

第六篇《对数的运算》

1．题目：对数的运算

2．内容：

设

$$M=a^m,\ N=a^n,$$

于是

$$MN=a^{m+n}.$$

由对数的定义得到

$$\log_a M=m,\ \log_a N=n,$$
$$\log_a(M\cdot N)=m+n.$$

这样，我们就得到对数的一个运算性质：

$$\log_a(M\cdot N)=\log_a M+\log_a N.$$

同样地，同学们可以仿照上述过程，由 $a^m\div a^n=a^{m-n}$ 和 $(a^m)^n=a^{mn}$，得出对数运算的其他性质.

于是，我们得到如下的对数运算性质：

> 如果 $a>0$，且 $a\neq1$，$M>0$，$N>0$，那么：
>
> （1）$\log_a(M\cdot N)=\log_a M+\log_a N$；
>
> （2）$\log_a\dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$；
>
> （3）$\log_a M^n=n\log_a M\ (n\in\mathbf{R})$.

例3　用 $\log_a x$，$\log_a y$，$\log_a z$ 表示下列各式：

（1）$\log_a\dfrac{xy}{z}$；　　（2）$\log_a\dfrac{x^2\sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}}$.

解：（1）$\log_a\dfrac{xy}{z}$

$$=\log_a(xy)-\log_a z$$
$$=\log_a x+\log_a y-\log_a z;$$

（2）$\log_a\dfrac{x^2\sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}}$

$$=\log_a(x^2\sqrt{y})-\log_a\sqrt[3]{z}$$
$$=\log_a x^2+\log_a\sqrt{y}-\log_a\sqrt[3]{z}$$
$$=2\log_a x+\frac{1}{2}\log_a y-\frac{1}{3}\log_a z.$$

3．基本要求：

（4）试讲时间约 10 分钟；

（5）采用恰当的方式导入新课，注意与已学知识的联系；

（6）设计合适的例题帮助学生理解和学会应用对数的运算性质．

4．考核目标：问题设计，推导过程，教学实施．

教学设计

课题：对数的运算

课型：新授课

课时：1 课时

年级：高中必修 1

教学目标：

1、知识与技能：通过实例推导对数的运算性质，准确地运用对数运算性质进行运算，求值、化简，并掌握化简求值的技能．

2、过程与方法：经历并推理出对数的运算性质，培养学生分析、综合解决问题的能力．

3、情感态度与价值观：感受对数运算性质的重要性，增加学生的成功感，增强学习的积极性．

重难点：

教学重点：对数运算的性质与对数知识的应用．

教学难点：正确使用对数的运算性质．

教学准备：多媒体课件

教学过程：

（一）复习导入

1、复习：对数的定义及对数恒等式

$\log_a N = b \Leftrightarrow a^b = N$ （a＞0，且 $a \neq 1$，N＞0），

2、指数的运算性质：$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$； $a^m \div a^n = a^{m-n}$

$(a^m)^n = a^{mn}$； $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$

（二）新知探究

探究：在上课中，我们知道，对数式可看作指数运算的逆运算，你能从指数与对数的关系以及指数运算性质，得出相应的对数运算性质吗？如我们知道

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$，那 $m+n$ 如何表示，能用对数式运算吗？

如：$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$，设 $M = a^m, N = a^n$。于是 $MN = a^{m+n}$，由对数的定义得到：

$M = a^m \Leftrightarrow m = \log_a M$, $N = a^n \Leftrightarrow n = \log_a N$

$MN = a^{m+n} \Leftrightarrow m+n = \log_a MN$

$\therefore \log_a M + \log_a N = \log_a MN$（放出投影）

即：同底对数相加，底数不变，真数相乘

提问：你能根据指数的性质按照以上的方法推出对数的其它性质吗？（让学生探究，讨论）

如果 $a>0$ 且 $a\neq1$，M>0，N>0，那么：

（1）$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

（2）$\log_a \dfrac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

（3）$\log_a M^n = n\log_a M \quad (n\in R)$

证明：

（1）令 $M = a^m, N = a^n$，则 $\dfrac{M}{N} = a^m \div a^n = a^{m-n}$，$\therefore m-n = \log_a \dfrac{M}{N}$

又由 $M = a^m$，$N = a^n$，$\therefore m = \log_a M, n = \log_a N$

即：$\log_a M - \log_a N = m - n = \log_a \dfrac{M}{N}$

（3）$n\neq 0$ 时，令 $N = \log_a M^n$，则 $M = a^{\frac{N}{n}}$

$b=n\log_a M$，则 $M=a^{\frac{b}{n}}$

$\therefore a^{\frac{N}{n}}=a^{\frac{b}{n}}$

$\therefore N=b$

即 $\log_a\frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

当 n =0 时，显然成立．$\therefore \log_a M^n=n\log_a M$

提问：①在上面的式子中，为什么要规定 a >0，且 a ≠1，M>0，N>0？②你能用自己的语言分别表述出以上三个等式吗？

例题 1：判断下列式子是否正确，a >0 且 a ≠1，x >0 且 a ≠1，x >0，x > y，则有

（1）$\log_a x\cdot\log_a y=\log_a(x+y)$ （2）$\log_a x-\log_a y=\log_a(x-y)$

（3）$\log_a\frac{x}{y}=\log_a x\div\log_a y$ （4）$\log_a xy=\log_a x-\log_a y$

（5）$(\log_a x)^n=n\log_a x$ （6）$\log_a x=-\log_a\frac{1}{x}$

（7）$\sqrt[n]{\log_a x}=\frac{1}{n}\log_a x$

例题 2：用 $\log_a x$，$\log_a y$，$\log_a z$ 表示出（1）（2）小题，并求出（3）、（4）小题的值．

（1）$\log_a\frac{xy}{z}$ （2）$\log_a\frac{x^2\sqrt{y}}{\sqrt[3]{8}}$ （3）$\log_z(4^7\times 2^5)$ （4）$\lg\sqrt[5]{100}$

分析：利用对数运算性质直接计算：

（1）$\log_a\frac{xy}{z}=\log_a xy-\log_a z=\log_a x+\log_a y-\log_a z$

（2）$\log_a \frac{x^2\sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}} = \log_a x^2\sqrt{y} - \log_a \sqrt[3]{z} = \log_a x^2 + \log_a \sqrt{y} - \log_a \sqrt[3]{z} =$

$2\log_a x + \frac{1}{2}\log_a y - \frac{1}{3}\log_a z$

（3）$\log_2(4^7 \times 2^5) = \log_2 4^7 + \log_2 2^5 = 14 + 5 = 19$

（4）$\lg \sqrt[5]{100} = \lg 10^{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5}$

点评：此题关键是要记住对数运算性质的形式，要求学生不要死记硬背公式.

让学生完成课本中的练习第 1，2，3 题.

（三）归纳小结

1、学习归纳本节；

2、你认为学习对数有什么意义？大家议论.

板书设计：

对数的运算

公式：

（1）$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

（2）$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

（3）$\log_a M^n = n\log_a M \quad (n \in R)$

第七篇《方程的根与函数的零点》

1．题目：方程的根与函数的零点

2．内容：

先来观察几个具体的一元二次方程及其相应的二次函数，如

方程 $x^2-2x-3=0$ 与函数 $y=x^2-2x-3$；

方程 $x^2-2x+1=0$ 与函数 $y=x^2-2x+1$；

方程 $x^2-2x+3=0$ 与函数 $y=x^2-2x+3$.

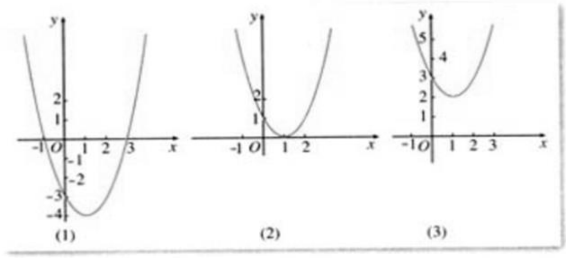


图 3.1-1

容易知道，方程 $x^2-2x-3=0$ 有两个实数根 $x_1=-1$，$x_2=3$；函数 $y=x^2-2x-3$ 的图象与 x 轴有两个交点 $(-1,0)$，$(3,0)$，如图 3.1-1(1)．这样，方程 $x^2-2x-3=0$ 的两个实数根就是函数 $y=x^2-2x-3$ 的图象与 x 轴交点的横坐标.

方程 $x^2-2x+1=0$ 有两个相等的实数根 $x_1=x_2=1$；函数 $y=x^2-2x+1$ 的图象与 x 轴有唯一的交点 $(1,0)$，如图 3.1-1(2)．这样，方程 $x^2-2x+1=0$ 的实数根就是函数 $y=x^2-2x+1$ 的图象与 x 轴交点的横坐标.

方程 $x^2-2x+3=0$ 无实数根，函数 $y=x^2-2x+3$ 的图象与 x 轴没有交点，如图 3.1-1(3).

上述关系对一般的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$ 及其相应的二次函数 $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq0)$ 也成立.

设判别式 $\Delta=b^2-4ac$，我们有：

(1) 当 $\Delta>0$ 时，一元二次方程有两个不等的实数根 x_1、x_2，相应的二次函数的图象与 x 轴有两个交点 $(x_1,0)$，$(x_2,0)$；

(2) 当 $\Delta=0$ 时，一元二次方程有两个相等实数根 $x_1=x_2$，相应的二次函数的图象与 x 轴有唯一的交点 $(x_1,0)$；

(3) 当 $\Delta<0$ 时，一元二次方程没有实数根，相应的二次函数的图象与 x 轴没有交点.

二次函数的图象与 x 轴的交点和相应的一元二次方程根的关系，可以推广到一般情形．为此，先给出函数零点的概念：

对于函数 $y=f(x)$，我们把使 $f(x)=0$ 的实数 x 叫做函数 $y=f(x)$ 的零点 (zero point).

3．基本要求：

（7）试讲时间约 10 分钟；

（8）通过设计问题，引发学生思考；

（9）引导学生通过探究得出新知，理解其中的原理和意义.

4．考核目标：问题设计，知识归纳，教学实施.

教学设计

课题：方程的根与函数的零点

课型：新授课

课时：1 课时

年级：高中必修 1

教学目标：

1、知识与技能：理解函数（结合二次函数）零点的概念，领会函数零点与相应方程的关系.

2、过程与方法：通过观察、思考、探究的过程，培养学生的观察能力，和抽象概括能力.

3、情感态度与价值观：在函数与方程的联系中体验数学中的转化思想的意义和价值.

重难点：

教学重点：零点的概念.

教学难点：零点概念的探究.

教学准备：多媒体课件

教学过程：

（一）创设情境，揭示课题

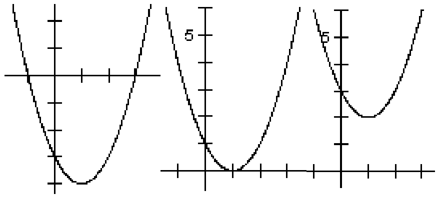
1、提出问题：一元二次方程 $ax_2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$的根与二次函数 $y=ax_2+bx+c(a\neq 0)$的图象有什么关系？

2．先来观察几个具体的一元二次方程的根及其相应的二次函数的图象：(用投影仪给出）

①方程 $x^2-2x-3=0$ 与函数 $y=x^2-2x-3$

②方程 $x^2-2x+1=0$ 与函数 $y=x^2-2x+1$

③方程 $x^2-2x+3=0$ 与函数 $y=x^2-2x+3$



（二）互动交流，研讨新知

1、引导学生解方程，画函数图象，分析方程的根与图象和 x 轴交点坐标的关系，引出零点的概念．学生独立思考完成解答，观察、思考、总结、概括得出结论，并进行交流．并思考：上述结论推广到一般的一元二次方程和二次函数又怎样？

函数零点的概念：对于函数 $y=f(x)(x\in D)$，把使 $f(x)=0$ 成立的实数 x 叫做函数 $y=f(x)(x\in D)$ 的零点．

函数零点的意义：函数 $y=f(x)$ 的零点就是方程 $f(x)=0$ 实数根，亦即函数 $y=f(x)$ 的图象与 x 轴交点的横坐标．即：方程 $f(x)=0$ 有实数根 $\Leftrightarrow$ 函数 $y=f(x)$ 的图象与 x 轴有交点 $\Leftrightarrow$ 函数 $y=f(x)$ 有零点．

2、引导学生仔细阅读体会课本中的内容，认真理解函数零点的意义，并根据函数零点的意义探索其求法：

函数零点的求法：

①（代数法）求方程 $f(x)=0$ 的实数根；

②（几何法）对于不能用求根公式的方程，可以将它与函数 $y=f(x)$ 的图象联系起来，并利用函数的性质找出零点．

3、根据函数零点的意义探索研究二次函数的零点情况，并进行交流，总结概括形成结论．

二次函数的零点：二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$．

（1）△＞0，方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两不等实根，二次函数的图象与 x 轴有

两个交点，二次函数有两个零点.

（2）△＝0，方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两相等实根（二重根），二次函数的图象与 x 轴有一个交点，二次函数有一个二重零点或二阶零点.

（3）△＜0，方程 $ax^2+bx+c=0$ 无实根，二次函数的图象与 x 轴无交点，二次函数无零点.

（三）巩固深化，发展思维

例题：求函数 f(x)=ln x＋2x－6 的零点个数.

问题：

（1）你可以想到什么方法来判断函数零点个数？

（2）判断函数的单调性，由单调性你能得该函数的单调性具有什么特性？

（四）归纳整理，整体认识

1、请学生回顾本节课所学知识内容有哪些，所涉及到的主要数学思想又有哪些；

2、在本节课的学习过程中，还有哪些不太明白的地方，请向老师提出.

板书设计：

方程的根与函数的零点

方程 $f(x)=0$ 有实数根 $\Leftrightarrow$ 函数 $y=f(x)$ 的图象与 x 轴有交点 $\Leftrightarrow$ 函数 $y=f(x)$ 有零点

第八篇《柱体、锥体、台体的表面积》

1．题目：柱体、锥体、台体的表面积

2．内容：

我们知道，圆柱的侧面展开图是一个矩形（图1.3-3）．如果圆柱的底面半径为 r，母线长为 l，那么圆柱的底面面积为 πr^2，侧面面积为 $2\pi rl$．因此，圆柱的表面积

$$S=2\pi r^2+2\pi rl=2\pi r(r+l).$$

将空间图形问题转化为平面图形问题，是解决立体几何问题基本的、常用的方法．

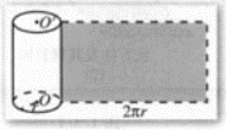


图 1.3-3

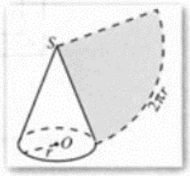


图 1.3-4

圆锥的侧面展开图是一个扇形（图 1.3-4）．如果圆锥的底面半径为 r，母线长为 l，那么它的表面积

$$S=\pi r^2+\pi rl=\pi r(r+l).$$

探究

（1）联系圆柱和圆锥的展开图，你能想象圆台展开图的形状，并且画出它吗？

（2）如果圆台的上、下底面半径分别为 r'，r，母线长为 l，你能计算出它的表面积吗？

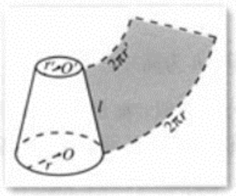


图 1.3-5

圆台的侧面展开图是一个扇环（图 1.3-5），它的表面积等于上、下两个底面的面积和加上侧面的面积，即

$$S=\pi(r'^2+r^2+r'l+rl).$$

例 2　如图 1.3-6，一个圆台形花盆盆口直径为 20 cm，盆底直径为15 cm，底部渗水圆孔直径为 1.5 cm，盆壁长 15 cm．那么花盆的表面积约是多少平方厘米（π 取 3.14，结果精确到 1 cm²）？

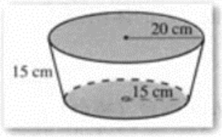


图 1.3-6

分析：花盆的表面积等于花盆的侧面面积加上底面面积，再减去底面圆孔的面积．

解：如图 1.3-6，由圆台的表面积公式得花盆的表面积

$$S=\pi\left[\left(\frac{15}{2}\right)^2+\frac{15}{2}\times15+\frac{20}{2}\times15\right]-\pi\left(\frac{1.5}{2}\right)^2$$

$$\approx999\ (\text{cm}^2).$$

答：花盆的表面积约是 999 cm²．

3．基本要求：

（10）试讲时间约 10 分钟；

（11）采用恰当的方式导入新课，引导学生探究新知；

（12）设计一些基础性例题，帮助学生灵活运用.

4．考核目标：问题设计，实例设计，教学实施.

教学设计

课题：柱体、锥体、台体的表面积

课型：新授课

课时：1 课时

年级：高中必修 2

教学目标：

1、知识与技能：通过对柱、锥、台体的研究，掌握柱、锥、台的表面积的求法.

2、过程与方法：经历几何全的侧面展一过程，感知几何体的形状，培养学生空间想象能力和思维能力.

3、情感态度与价值观：感受到几何体面积的求解过程，拓展空间思维能力，增强学习的积极性.

重难点：

教学重点：运用公式解决问题.

教学难点：理解计算公式的由来.

教学准备：多媒体课件

教学过程：

（一）复习准备

1、讨论：正方体、长方体的侧面展开图？→正方体、长方体的表面积计算公式？

2、讨论：圆柱、圆锥的侧面展开图？→圆柱的侧面积公式？圆锥的侧面积公式？

（二）新知探究

1、表面积计算公式的推导：

（1）讨论：如何求棱柱、棱锥、棱台等多面体的表面积？（展开成平面图形，

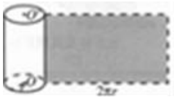
各面面积和）

（2）练习：

①已知棱长为 a，各面均为等边三角形的正四面体 *S-ABC* 的表面积.

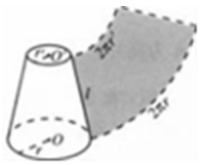
③一个三棱柱的底面是正三角形，边长为 4，侧棱与底面垂直，侧棱长 10，求其表面积.

（3）讨论：如何求圆柱、圆锥、圆台的侧面积及表面积？（图→侧→表）



圆柱：侧面展开图是矩形，长是圆柱底面圆周长，宽是圆柱的高（母线），$S_{圆柱侧}=2\pi rl$，$S_{圆柱表}=2\pi r(r+l)$，其中为 r 圆柱底面半径，l 为母线长.

圆锥：侧面展开图为一个扇形，半径是圆锥的母线，弧长等于圆锥底面周长，侧面展开图扇形中心角为 $\theta=\frac{r}{l}\times 360^0$，$S_{圆锥侧}=\pi rl$，$S_{圆锥表}=\pi r(r+l)$，其中为 r 圆锥底面半径，l 为母线长.



圆台：侧面展开图是扇环，内弧长等于圆台上底周长，外弧长等于圆台下底周长，侧面展开图扇环中心角为 $\theta=\frac{R-r}{l}\times 360^0$，$S_{圆台侧}=\pi(r+R)l$，$S_{圆台表}=\pi(r^2+rl+Rl+R^2)$.

（4）练习：一个圆台，上、下底面半径分别为 10、20，母线与底面的夹角为 60°，求圆台的表面积.

（变式：求切割之前的圆锥的表面积）

2、教学表面积公式的实际应用

（1）例 2：一圆台形花盆，盘口直径 20cm，盘底直径 15cm，底部渗水圆孔直径 1.5cm，盘壁长 15cm，为美化外表而涂油漆，若每平方米用 100 毫升油漆，涂 200 个这样的花盘要多少油漆？

讨论：油漆位置？→如何求花盆外壁表面积？

（列式→计算→变式训练：内外涂）

（2）练习：粉碎机的上料斗是正四棱台性，它的上、下底面边长分别为 80mm、440mm，高是 200mm，计算制造这样一个下料斗所需铁板的面积.

（三）巩固练习

①已知底面为正方形，侧棱长均是边长为 5 的正三角形的四棱锥 S-ABCD，求其表面积.

②圆台的上下两个底面半径为 10、20，平行于底面的截面把圆台侧面分成的两部分面积之比为 1：1，求截面的半径.（变式：r、R；比为 p:q）

③已知圆锥的表面积为 a ㎡，且它的侧面展开图是一个半圆，则这个圆锥的底面直径为.

④若一个圆锥的轴截面是等边三角形，其面积为 $\sqrt{3}$ ，求这个圆锥的表面积.

⑤圆锥的底面半径为 2cm，高为 4cm，求圆锥的内接圆柱的侧面积的最大值.

⑥面积为 2 的菱形，绕其一边旋转一周所得几何体的表面积是多少？

（四）小结

表面积公式及推导；实际应用问题.

板书设计：

柱体、锥体、台体的表面积

柱体表面积：$S_{圆柱表}=2\pi r(r+l)$

椎体表面积：$S_{圆锥表}=\pi r(r+l)$

圆台表面积：$S_{圆台表}=\pi(r^2+rl+Rl+R^2)$.

第九篇《直线与平面垂直的判定》

1．题目：直线与平面垂直的判定

2．内容：

如果一条直线垂直于一个平面内的无数条直线，那么这条直线是否与这个平面垂直？

如图2.3-2，在阳光下观察直立于地面的旗杆及它在地面的影子．随着时间的变化，尽管影子 BC 的位置在移动，但是旗杆 AB 所在直线始终与 BC 所在直线垂直．也就是说，旗杆 AB 所在直线与地面内任意一条过点 B 的直线垂直．事实上，旗杆 AB 所在直线与地面内任意一条不过点 B 的直线 $B'C'$ 也是垂直的．

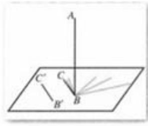


图 2.3-2

如果直线 l 与平面 α 内的任意一条直线都垂直，我们就说直线 l 与平面 α 互相垂直，记作 $l\perp\alpha$．直线 l 叫做平面 α 的垂线，平面 α 叫做直线 l 的垂面．直线与平面垂直时，它们唯一的公共点 P 叫做垂足．

画直线与平面垂直时，通常把直线画成与表示平面的平行四边形的一边垂直，如图 2.3-3．

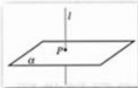


图 2.3-3

除定义外，我们如何判断一条直线与一个平面垂直呢？

探究

如图 2.3-4，请同学们准备一块三角形的纸片，我们一起来做一个试验：

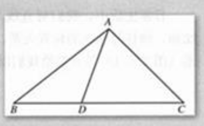


图 2.3-4

过△ABC 的顶点 A 翻折纸片，得到折痕 AD，将翻折后的纸片竖起放置在桌面上（BD，DC 与桌面接触）．

（1）折痕 AD 与桌面垂直吗？

（2）如何翻折才能使折痕 AD 与桌面所在平面 α 垂直？

容易发现，当且仅当折痕 AD 是 BC 边上的高时，AD 所在直线与桌面所在平面 α 垂直（图 2.3-5）．

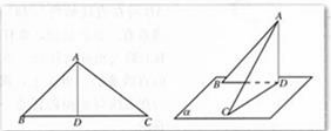


图 2.3-5

思考

（1）有人说，折痕 AD 所在直线与桌面所在平面 α 上的一条直线垂直，就可以判断 AD 垂直平面 α．你同意他的说法吗？

（2）如图 2.3-5，由折痕 $AD\perp BC$，翻折之后垂直关系不变，即 $AD\perp CD$，$AD\perp BD$．由此你能得到什么结论？

定理体现了“直线与平面垂直”与“直线与直线垂直”互相转化的数学思想．

一般地，我们有下面的判定直线与平面垂直的定理．

定理　一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直，则该直线与此平面垂直．

定理中的“两条相交直线”这一条件不可忽视．

3．基本要求：

（13）试讲时间约 10 分钟；

（14）通过具体实例，帮助感知线面垂直的特征；

（15）采用恰当的教学方法，让学生直观理解．

4．考核目标：实例设计，教学方法，教学实施．

教学设计

课题：直线与平面垂直的判定

课型：新授课

课时：1 课时

年级：高中必修 2

教学目标：

1、知识与技能：掌握直线和平面垂直的定义及判定定理

2、过程与方法：通过教学活动，使学生了解，感受直线和平面垂直的定义的形成过程，培养学生的几何直观能力．

3、情感态度与价值观：培养学生学会从“感性认识”到“理性认识”过程中获取新知．

重难点：

教学重点：直线与平面垂直的定义．

教学难点：判定定理的探究过程．

教学准备：多媒体课件

教学过程：

（一）创设情境，揭示课题

1、教师首先提出问题：在现实生活中，我们经常看到一些直线与平面垂直的现象，例如：“旗杆与地面，大桥的桥柱和水面等的位置关系”，你能举出一些类似的例子吗？然后让学生回忆、思考、讨论、教师对学生的活动给予评价．

2、接着教师指出：一条直线与一个平面垂直的意义是什么？并通过分析旗杆与它在地面上的射影的位置关系引出课题内容．

（二）研探新知

1、为使学生学会从“感性认识”到“理性认识”过程中获取新知，可再借助长方体模型让学生感知直线与平面的垂直关系．然后教师引导学生用“平面化”的

思想来思考问题：从直线与直线垂直、直线与平面平行等的定义过程得到启发，能否用一条直线垂直于一个平面内的直线来定义这条直线与这个平面垂直呢？并组织学生交流讨论，概括其定义.

如果直线 L 与平面 α 内的任意一条直线都垂直，我们就说直线 L 与平面 α 互相垂直，记作 L⊥α，直线 L 叫做平面 α 的垂线，平面 α 叫做直线 L 的垂面．如图 2.3-1，直线与平面垂直时,它们唯一公共点 P 叫做垂足．并对画示表示进行说明.

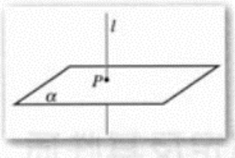


图 2.3-3

2、老师提出问题，让学生思考：

（1）问题：虽然可以根据定义判定直线与平面垂直，但这种方法实际上难以实施．有没有比较方便可行的方法来判断直线和平面垂直呢？

（2）师生活动：请同学们准备一块三角形的纸片，我们一起来做如图 2.3-4 试验：过△ABC 的顶点 A 翻折纸片，得到折痕 AD，将翻折后的纸片竖起放置在桌面上（BD、DC 与桌面接触），问如何翻折才能保证折痕 AD 与桌面所在平面垂直？

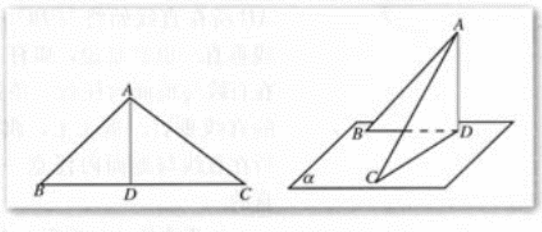


图 2.3-5

（3）归纳结论：引导学生根据直观感知及已有经验（两条相交直线确定一个平面），进行合情推理，获得判定定理：

一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直，则该直线与此平面垂直.

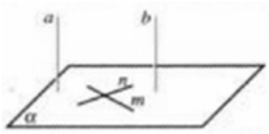
老师特别强调：

①定理中的“两条相交直线”这一条件不可忽视；

②定理体现了“直线与平面垂直”与“直线与直线垂直”互相转化的数学思想.

（三）实际应用，巩固深化

例题：如图，已知$a // b, a \perp \alpha$，求证：$b \perp \alpha$



（分析：线面垂直→ 线线垂直→ 线面垂直）

（四）归纳小结，课后思考

小结：采用师生对话形式，完成下列问题：

①请归纳一下获得直线与平面垂直的判定定理的基本过程；

②直线与平面垂直的判定定理，体现的教学思想方法是什么？

板书设计：

直线与平面垂直的判定

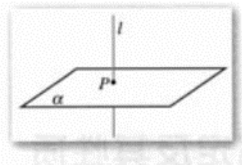


图 2.3-3

判定定理：一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直，则该直线与此平面垂直

第十篇《任意角的三角函数》

1．题目：任意角的三角函数

2．内容：

由相似三角形的知识，对于确定的角 α，这三个比值不会随点 P 在 α 的终边上的位置的改变而改变，因此我们可以将点 P 取在使线段 OP 的长 $r=1$ 的特殊位置上（如图 1.2-2）．这样就可以得到用直角坐标系内点的坐标表示的锐角三角函数：

$$\sin\alpha=\frac{MP}{OP}=b,\ \cos\alpha=\frac{OM}{OP}=a,\ \tan\alpha=\frac{MP}{OM}=\frac{b}{a}.$$

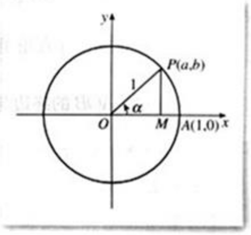


图 1.2-2

在引进弧度制时我们看到，在半径为单位长的圆中，角 α 的弧度数的绝对值等于圆心角 α 所对的弧长（符号由角 α 的终边的旋转方向决定）．在直角坐标系中，我们称以原点 O 为圆心，以单位长度为半径的圆为单位圆（unit circle）．这样，上述 P 点就是 α 的终边与单位圆的交点．锐角三角函数可以用单位圆上点的坐标表示．

同样的，我们可以利用单位圆定义任意角的三角函数．

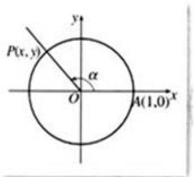


图 1.2-3

如图 1.2-3，设 α 是一个任意角，它的终边与单位圆交于点 $P(x,y)$，那么：

（1）y 叫做 α 的正弦（sine），记作 $\sin\alpha$，即

$$\sin\alpha=y;$$

（2）x 叫做 α 的余弦（cosine），记作 $\cos\alpha$，即

$$\cos\alpha=x;$$

（3）$\frac{y}{x}$ 叫做 α 的正切（tangent），记作 $\tan\alpha$，即

$$\tan\alpha=\frac{y}{x}(x\neq0).$$

可以看出，当 $\alpha=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$ 时，α 的终边在 y 轴上，这时点 P 的横坐标 x 等于 0，所以 $\tan\alpha=\frac{y}{x}$ 无意义．除此之外，对于确定的角 α，上述三个值都是唯一确定的．所以，正弦、余弦、正切都是以角为自变量，以单位圆上点的坐标或坐标的比值为函数值的函数，我们将它们统称为三角函数（trigonometric function）．由于角的集合与实数集之间可以建立一一对应关系，三角函数可以看成是自变量为实数的函数．

3．基本要求：

（16）试讲时间约 10 分钟；

（17）创设情境进行导入，建立与已学知识之间的联系；

（18）通过引导学生探究新知，帮助学生理解和掌握任意角的三角函数的概念．

4．考核目标：问题设计，教学方法，教学实施．

教学设计

课题：任意角的三角函数

课型：新授课

课时：1 课时

年级：高中必修 4

教学目标：

1、知识与技能：掌握任意角的正弦、余弦、正切的定义，理解任意角的三角函数不同的定义方法．

2、过程与方法：通过学生积极参与知识的“发现”与“形成”的过程，培养合情猜测的能力，从中感悟数学概念的严谨性与科学性．

3、情感态度与价值观：让学生在任意角三角函数概念的形成过程中，体会函数思想，体会数形结合思想．

重难点：

教学重点：任意角的正弦、余弦、正切的定义

教学难点：与初中三角函数定义的异同

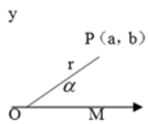
教学准备：多媒体课件

教学过程：

（一）创设情境

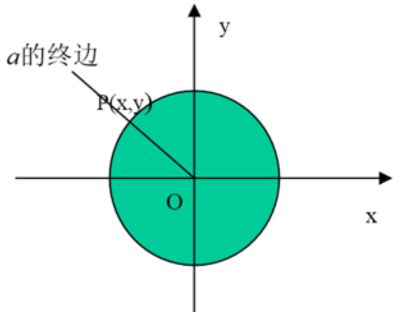
提问：锐角 O 的正弦、余弦、正切怎样表示？

借助下图直角三角形，复习回顾．



引入：锐角三角函数就是以锐角为自变量，以比值为函数值的函数．

你能用直角坐标系中角的终边上点的坐标来表示锐角三角函数吗？



如图，设锐角α的顶点与原点O重合，始边与x轴的正半轴重合，那么它的终边在第一象限．在α的终边上任取一点$P(a,b)$，它与原点的距离$r=\sqrt{a^2+b^2}>0$．过P作x轴的垂线，垂足为M，则线段OM的长度为a，线段MP的长度为b，则

$$\sin\alpha=\frac{MP}{OP}=\frac{b}{r};\quad \cos\alpha=\frac{OM}{OP}=\frac{a}{r};\quad \tan\alpha=\frac{MP}{OM}=\frac{b}{a}.$$

思考：对于确定的角α，这三个比值是否会随点P在α的终边上的位置的改变而改变呢？

显然，我们可以将点取在使线段OP的长$r=1$的特殊位置上，这样就可以得到用直角坐标系内的点的坐标表示锐角三角函数：

$$\sin\alpha=\frac{MP}{OP}=b;\quad \cos\alpha=\frac{OM}{OP}=a;\quad \tan\alpha=\frac{MP}{OM}=\frac{b}{a}.$$

思考：上述锐角α的三角函数值可以用终边上一点的坐标表示.那么,角的概念推广以后，我们应该如何对初中的三角函数的定义进行修改，以利推广到任意角呢？本节课就研究这个问题——任意角的三角函数.

（二）探究新知

1、探究：结合上述锐角α的三角函数值的求法,我们应如何求解任意角的三角函数值呢?

显然，我们只需在角的终边上找到一个点，使这个点到原点的距离为1，然后就可以类似锐角求得该角的三角函数值了．所以，我们在此引入单位圆的定义：在直角坐标系中，我们称以原点O为圆心,以单位长度为半径的圆．

2、思考：如何利用单位圆定义任意角的三角函数的定义？

设α 是一个任意角，它的终边与单位圆交于点$P(x,y)$，那么：

（1）y 叫做α 的正弦(sine)，记做$\sin\alpha$，即$\sin\alpha = y$；

（2）x 叫做α 的余弦(cossine)，记做$\cos\alpha$，即$\cos\alpha = x$；

（3）$\frac{y}{x}$ 叫做α 的正切(tangent)，记做$\tan\alpha$，即$\tan\alpha = \frac{y}{x}(x \neq 0)$.

注意：当α 是锐角时，此定义与初中定义相同（指出对边，邻边，斜边所在）；当α 不是锐角时，也能够找出三角函数，因为，既然有角，就必然有终边，终边就必然与单位圆有交点$P(x,y)$，从而就必然能够最终算出三角函数值.

3、思考：如果知道角终边上一点，而这个点不是终边与单位圆的交点,该如何求它的三角函数值呢？

前面我们已经知道,三角函数的值与点P 在终边上的位置无关，仅与角的大小有关.我们只需计算点到原点的距离$r = \sqrt{x^2+y^2}$，那么$\sin\alpha = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$，$\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$，$\tan\alpha = \frac{y}{x}$. 所以，三角函数是以为自变量，以单位圆上点的坐标或坐标的比值为函数值的函数，又因为角的集合与实数集之间可以建立一一对应关系，故三角函数也可以看成实数为自变量的函数.

（三）课堂小结

(1)高中的三角函数定义与初中时的定义有何异同？

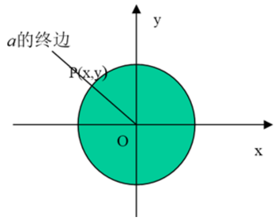
(2)你能准确判断三角函数值在各象限内的符号吗？

板书设计：

任意角的三角函数

1.正弦函数$\sin\alpha = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

2.余弦函数 $\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$



3.正切函数 $\tan\alpha = \frac{y}{x}$