

## 目 录

第一篇《反比例函数》 .....	3
第二篇《勾股定理》 .....	9
第三篇《二次函数》 .....	14
第四篇《二次根式的化简》 .....	18
第五篇《消元法》 .....	23
第六篇《乘方》 .....	28
第七篇《平方差公式》 .....	33
第八篇《角平分线的性质》 .....	38
第九篇《平行四边形的判定》 .....	44
第十篇《直方图》 .....	49



## 第一篇《反比例函数》

1. 题目：一次函数
2. 内容：

### 26.1.1 反比例函数



思考

下列问题中，变量间具有函数关系吗？如果有，它们的解析式有什么共同特点？

(1) 京沪线铁路全程为 1 463 km，某次列车的平均速度  $v$  (单位：km/h) 随此次列车的全程运行时间  $t$  (单位：h) 的变化而变化；

(2) 某住宅小区要种植一块面积为 1 000  $\text{m}^2$  的矩形草坪，草坪的长  $y$  (单位：m) 随宽  $x$  (单位：m) 的变化而变化；

(3) 已知北京市的总面积为  $1.68 \times 10^4 \text{ km}^2$ ，人均占有面积  $S$  (单位： $\text{km}^2/\text{人}$ ) 随全市总人口  $n$  (单位：人) 的变化而变化。

问题 (1) 中，有两个变量  $t$  与  $v$ ，当一个量  $t$  变化时，另一个量  $v$  随着它的变化而变化，而且对于  $t$  的每一个确定的值， $v$  都有唯一确定的值与其对应。问题 (2) (3) 也一样。所以这些变量间具有函数关系，它们的解析式分别为

$$v = \frac{1\,463}{t}, y = \frac{1\,000}{x}, S = \frac{1.68 \times 10^4}{n}.$$

上述解析式都具有  $y = \frac{k}{x}$  的形式，其中  $k$  是非零常数。

一般地，形如  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  为常数， $k \neq 0$ ) 的函数，叫做**反比例函数** (inverse proportional function)，其中  $x$  是自变量， $y$  是函数。自变量  $x$  的取值范围是不等于 0 的一切实数。

例如，在上面的问题 (1) 中，当路程一定 (1 463 km) 时， $v = \frac{1\,463}{t}$  表示速度  $v$  是时间  $t$  的反

在  $y = \frac{k}{x}$  中，自变量  $x$  是分式  $\frac{k}{x}$  的分母，当  $x = 0$  时，分式  $\frac{k}{x}$  无意义。

3. 基本要求：
  - (1) 试讲时间约 10 分钟；
  - (2) 学生理解反比例函数图像及特点
  - (3) 通过自主探索，能理解函数思想。
4. 考核目标：思维品质，问题设计，教学实施。

教学设计

课时：

1 课时

课型：

新授课

## 教学目标

1、知识与技能目标：通过对反函数的学习，在具体情境中感受反函数的解决实际问题的，与生活息息相关，加深对函数概念的理解。

2、过程与方法目标：通过带领学生解决实际问题，体验反函数的学习过程，并且能够运用反函数解决实际问题。

3、情感、态度与价值观目标：在整个教学过程中照顾到全体学生，创造平等的教学氛围和环境。

## 教学重点：

理解反函数的概念，体验学习反函数概念的过程。

## 教学难点：

理解反函数的概念，会运用反函数去解决实际问题。

## 教学准备：

多媒体课件

## 教学过程：

### 一、导入

**活动内容：**教师提出问题，引导学生复习函数及一元一次函数的相关知识。

问题1：上次课我们学习了函数，那么有谁知道一次函数和正比例函数表达式么？

师：同学们能用语言和字母分别表示一次函数和正比例函数：

生：一次函数的表达式为  $y=kx+b$ . 其中  $k, b$  为常数且  $k \neq 0$ , 正比例函数的表达式为  $y=kx$ , 其中  $k$  为不为零的常数. 但是在现实生活中, 并不是只有这两种类型的表达式.

师：如从 A 地到 B 地的路程为 1200km, 某人开车要从 A 地到 B 地, 汽车的速度  $v$  (km/h) 和时间  $t$  (h) 之间的关系式为  $vt=1200$ , 如果速度是恒定的, 我们关心的是花费的时间, 那么时间是如何去求的呢?

生： $t = \frac{1200}{v}$

师：那么这里的  $t$  和  $v$  之间的关系式肯定不是正比例函数和一次函数的关系式，那么它们之间的关系式究竟是什么关系式呢？

## 二、新授

### 活动内容：

师：同学们可以根据以下三个具体的问题列出表达式吗？

- (1) 京沪线铁路全程为1463km，某次列车的平均速度  $v$ （单位：km/h）随此次列车的全程运行时间  $t$ （单位：h）的变化而变化；
- (2) 某住宅小区要种植一个面积为 $1000\text{m}^2$ 的矩形草坪，草坪的长  $y$ （单位：m）随宽度  $x$ （单位：m）的变化而变化；
- (3) 已知北京市的总面积为 $1.68 \times 10^4$ 平方千米，人均占有的土地面积  $S$ （单位：平方千米/人）随全市总人口  $n$ （单位：人）的变化而变化。

生：(1)  $v = \frac{1463}{t}$

(2)  $y = \frac{1000}{x}$

(3)  $S = \frac{1.68 \times 10^4}{n}$

师：同学们你们还记得函数的定义吗？一起回顾下。

生：对于两个变量  $x, y$ ，若给定其中一个变量  $x$  的值， $y$  都有唯一确定的值与它对应，则称  $y$  是  $x$  的函数。

师：同学们一起观察下，上面大家列出来的三个表达式是不是也满足函数的定义。同学们有没有预习课本，那么这里是什么函数呢？

生：反比例函数。

师：那么大家能不能给出反比例函数准确的定义呢？

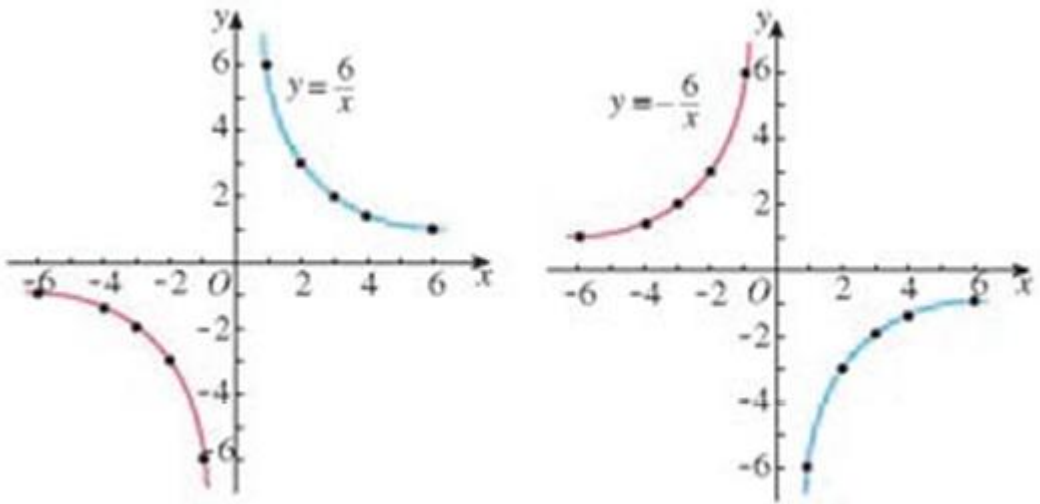
生：形如  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  为常数,  $k \neq 0$ ) 的函数称之为反比例函数, 其中  $x$  是自变量,  $y$  是函数

师：同学们能不能采用描点法绘制出反比例函数  $y = \frac{6}{x}$  与  $y = -\frac{6}{x}$  的图象。

生：列表表示几组  $x$  与  $y$  的对应值

$x$	...	-3	-2	-1	1	2	3	...
$y = \frac{6}{x}$	...	-2	-3	-6	6	3	2	...
$y = -\frac{6}{x}$	...	2	3	6	-6	-3	-2	...

采用描点法绘制  $y = \frac{6}{x}$  与  $y = -\frac{6}{x}$  的图形如图所示



师：观察函数解析式和图象, 同学们有没有发现他们之间有没有什么特点和联系呢?

生：对于反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ), 其中  $k > 0$  时, 函数图象在一三象限, 并且是单调递减的, 无线的接近坐标轴; 当  $k < 0$  时, 函数图象在二四象限, 并且是单调递增的, 无线的接近坐标轴。

### 三、巩固

**活动内容：**运用几个恰当的例题进行训练，让学生进一步理解反比例函数，同时熟悉反比例函数的图象。讲解时，先让学生尝试独立完成，然后根据学生遇到的问题和出错点，有针对性地进行讲解和板书演示。

例题:(1)一个游泳池的容积为  $2000 m^3$ ，注满游泳池所用的时间  $t$  (单位:  $h$ ) 随注水速度  $v$  (单位:  $m^3/h$ ) 的变化而变化；

(2) 某长方体的体积为  $1000 cm^3$ ，长方体的高  $h$  (单位:  $cm$ ) 随底面积  $s$  (单位:  $cm^2$ ) 的变化而变化；

以上三个题目先让学生自己独立尝试去完成，并且鼓励学生几个学生将自己的演算过程在黑板上展示，同时绘制相应的图象，让其他的学生进行评价，并且找出错误，最后老师带学生一起进行订正及示范。在学生充分思考和参与讨论以后，一起去订正，体现学生学习的主体地位。

#### 四、小结

带领学生一起去回顾今天所学的主要内容。

##### 1、知识方面：

反比例函数的解析式、图象以及特点。

##### 2、其他方面

采用了类比的思想，逐层深入地去探讨和学习的思想。

#### 五、作业

1、书面作业：P<sub>46-47</sub>页

2、查找反比例函数在我们实际生活中的应用。

**【评析】**课本作业和开放性作业相结合，让学生掌握课本知识的同时，拓展学生的思维。

**板书设计：**

- 1、正比例函数和一次函数。
- 2、反比例函数的解析式同时绘制反比例函数的图象。
- 3、列出反比例函数的特点以及图象之间的关系。



## 第二篇 《勾股定理》

1. 题目：勾股定理
2. 内容

### 17.1 勾股定理

相传 2 500 多年前，毕达哥拉斯有一次在朋友家作客时，发现朋友家用砖铺成的地面图案反映了直角三角形三边的某种数量关系，我们也来观察一下地面的图案（图 17.1-1），看看能从中发现什么数量关系。



毕达哥拉斯 (Pythagoras, 约前 580—约前 500)，古希腊著名的哲学家、数学家、天文学家。



图 17.1-1



**思考**

图 17.1-2 中三个正方形的面积有什么关系？等腰直角三角形的三边之间有什么关系？



图 17.1-2

可以发现，以等腰直角三角形两直角边为边长的小正方形的面积的和，等于以斜边为边长的大正方形的面积。即等腰直角三角形的三边之间有一种特殊的关系：斜边的平方等于两直角边的平方和。

看似平淡无奇的现象有时却蕴藏着深刻的道理。

3. 基本要求：
  - (1) 试讲时间约 10 分钟；
  - (2) 学生掌握勾股定理且知道勾股定理的背景知识；
  - (3) 通过自主探索，能理解从特殊到一般的数学思想。
4. 考核目标：思维品质，问题设计，教学实施。

教学设计

**课时：**

1 课时

**课型：**

新授课

**教学目标：**

1、知识与技能目标：理解和掌握勾股定理的内容，能够灵活运用勾股定理进行计算，并解决一些简单的实际问题。

2、过程与方法目标：通过观察分析，大胆猜想，并探索勾股定理，培养学生动手操作、合作交流、逻辑推理的能力。

3、情感、态度与价值观目标：了解中国古代的数学成就，激发学生爱国热情；学生通过自己的努力探索出结论获得成就感，培养探索热情和钻研精神；同时体验数学的美感，从而了解数学，喜欢几何。

**教学重点：**

引导学生经历探索及验证勾股定理的过程，并能运用勾股定理解决一些简单的实际问题

**教学难点：**

用面积法方法证明勾股定理

**课前准备：**

多媒体 ppt，相关图片

**教学过程：**

（一）情境导入

1、多媒体课件放映图片欣赏：勾股定理数形图，1955 年希腊发行的一枚纪念邮票，美丽的勾股树，2002 年国际数学大会会标等。通过图形欣赏，感受数学之美，感受勾股定理的文化价值。



2、多媒体课件演示 FLASH 小动画片：某楼房三楼失火，消防队员赶来救火，了解到每层楼高 3 米，消防队员取来 6.5 米长的云梯，如果梯子的底部离墙基的距离是 2.5 米，请问消防队员能否进入三楼灭火？

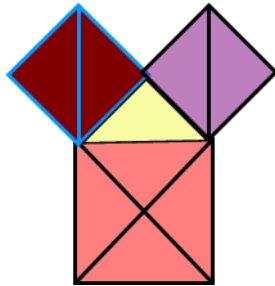


已知一直角三角形的两边，如何求第三边？

学习了今天的这节课后，同学们就会有办法解决了

## (二) 学习新课

问题一是等腰直角三角形的情形（通过多媒体给出图形），判断外围三个正方形面积有何关系？相传 2500 年前，毕达哥拉斯（古希腊著名的哲学家、数学家、天文学家）有一次在朋友家做客时，发现朋友家里用砖铺成的地面中反映了直角三角形三边的某种数量关系。你能观察图中的地面，看看能发现什么？

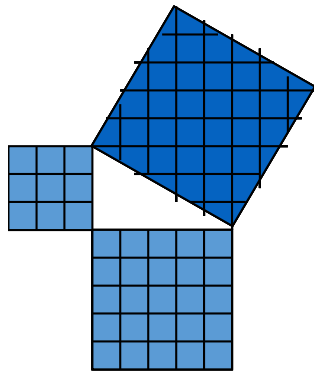


对于等腰直角三角形有这样的性质：两直边的平方和等于斜边的平方

那么对于一般的直角三角形是否也有这样的性质呢？

请大家画一个任意的直角三角形，量一量，算一算。

问题二是一般直角三角形的情形，判断这时外围三个正方形的面积是否也存在这种关系？



通过这个观察和验算这个直角三角形外围的三个正方形面积之间的关系，同学们发现了什么规律吗？

通过前面对两个问题的验证，可以得到勾股定理：如果直角三角形的两直角边长分别为  $a$ 、 $b$ ，斜边为  $c$ ，那么  $a^2+b^2=c^2$ 。

### （三）巩固练习

1、如果一个直角三角形的两条边长分别是 6 厘米和 8 厘米，那么这个三角形的周长是多少厘米？

2、解决课程开始时提出的情境问题。

### （四）小结

1、背景知识介绍

①《周髀算经》中，西周的商高在公元一千多年前发现了“勾三股四弦五”这一规律；

②康熙数学专著《勾股图解》有五种求解直角三角形的方法，积求勾股法是他的独创。

2、通过这节课的学习，你会写方程了吗？你有什么收获和体会？

(五) 作业

练习 18.1 中的 1、2、3 题。

板书设计：

勾股定理

勾股定理：如果直角三角形的两直角边长分别为  $a$ 、 $b$ ，斜边为  $c$ ，那么  $a^2+b^2=c^2$ 。


## 第三篇 《二次函数》

1. 题目：二次函数

2. 内容：

$y = 20x^2 + 40x + 20$  ③

③式表示了两年后的产量  $y$  与计划增产的倍数  $x$  之间的关系，对于  $x$  的每一个值， $y$  都有一个对应值，即  $y$  是  $x$  的函数。

 **思考**

函数①②③有什么共同点？

在上面的问题中，函数都是用自变量的二次式表示的。一般地，形如  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$  是常数， $a \neq 0$ ) 的函数，叫做**二次函数** (quadratic function)。其中， $x$  是自变量， $a, b, c$  分别是函数解析式的二次项系数、一次项系数和常数项。

3. 基本要求：

- (1) 试讲时间约 10 分钟；
- (2) 学生掌握二次函数特点；
- (3) 通过自主探索，能理解函数思想。

4. 考核目标：思维品质，问题设计，教学实施。

教学设计

**课时：**

1 课时

**课型：**

新授课

**教学目标：**

1、知识与技能目标：能表示简单变量之间的二次函数关系，掌握二次函数的概念，会辨别二次函数。

2、过程与方法目标：经历列函数解析式、类比一次函数和反比例函数得出二次函数的过程，体会二次函数的意义、类比思想在数学学习中的地位与作用。经历学

生自主探究、辨别二次函数表达式的过程，加深对二次函数的理解。

3、情感、态度与价值观目标：通过实际问题的解决，体验数学活动与人类生活的密切联系，调动学生学习数学的兴趣和积极性。经历概念的得出过程，体会数学知识的发现、产生、发展的过程。经历辨别二次函数解析式的过程，感受数学知识的严谨性、确定性，以及进行质疑和独立思考的习惯。

**教学重点：**

经历抽象二次函数概念的过程，体会二次函数的意义，掌握二次函数的概念。

**教学难点：**

体会二次函数的意义，掌握二次函数的概念。

**教学过程：**

(一) 导入

1、设矩形花圃的垂直于墙的一边 AB 的长为  $x_m$ ，先取  $x$  的一些值，算出矩形的另一边 BC 的长，进而得出矩形的面积  $y_m^2$ 。试将计算结果填写在下表的空格中，

AB 长 $x(m)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
BC 长 $(m)$				12					
面积 $y(m^2)$				48					

2、 $x$  的值是否可以任意取?有限定范围吗?

3、我们发现，当 AB 的长( $x$ )确定后，矩形的面积( $y$ )也随之确定， $y$  是  $x$  的函数，试写出这个函数的关系式，

对于 1，可让学生根据表中给出的 AB 的长，填出相应的 BC 的长和面积，然后引导学生观察表格中数据的变化情况，提出问题：(1)从所填表格中，你能发现什么？(2)对前面提出的问题的解答能做出什么猜想?让学生思考、交流、发表意见，达成共识：当 AB 的长为 5cm，BC 的长为 10m 时，围成的矩形面积最大；最大面积为  $50m^2$ 。

对于 2，可让学生分组讨论、交流，然后各组派代表发表意见。形成共识， $x$

的值不可以任意取，有限定范围，其范围是  $0 < x < 10$ 。

对于 3，教师可提出问题，(1) 当  $AB = x_m$  时，BC 长等于多少 m? (2) 面积  $y$  等于多少? 并指出  $y = x(20 - 2x)$  ( $0 < x < 10$ ) 就是所求的函数关系式。

这个函数关系式与我们之前学过的有哪些不同? 这就是我们今天要学习的“二次函数”。

## (二) 新授

启发学生观察方程  $y = x(20 - 2x)$  ( $0 < x < 10$ ) 归纳出

(1) 函数解析式均为整式 (这表明这种函数与一次函数有共同的特征)。

(2) 自变量的最高次数是 2 (这与一次函数不同)。

二次函数的定义：形如  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  为常数) 的函数叫做二次函数。

巩固对二次函数概念的理解：

1、强调“形如”，即由形来定义函数名称。二次函数即  $y$  是关于  $x$  的二次多项式。

2、在  $y = ax^2 + bx + c$  中自变量是  $x$ ，它的取值范围是一切实数。但在实际问题中，自变量的取值范围是使实际问题有意义的值。

## (三) 巩固

**例 1** 下列函数中哪些是二次函数? 哪些不是? 若是二次函数，指出  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 。

(1)  $y = 1 - x^2$ ;

(2)  $y = x(x - 6)$ ;

(3)  $y = 3x(2 - x) + 3x^2 - 2$ ;

(4)  $y = (x + 2)(x - 2)$ ;

(5)  $y = x + 1$ ;

(6)  $y = x^4 + 2x^2 + 1$

**例 2.** 已知函数  $y = mx^2 + nx + p$  是二次函数的条件是，是一次函数的条件



是？

例 3、函数  $y = (m^2 - 1)x^3 + (m + 1)x^2$  是二次函数，则  $m$  的值？

(四) 小结

本节课你有什么收获？

(五) 布置作业

课本作业题

板书设计：

二次函数

二次函数：形如  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

## 第四篇 《二次根式的化简》

1. 题目：二次根式的化简
2. 内容：

例4 计算：

$$(1) \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}}; \quad (2) \sqrt{\frac{3}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{18}}.$$

解：(1)  $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{24}{3}} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2};$

(2)  $\sqrt{\frac{3}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{18}} = \sqrt{\frac{3}{2} \div \frac{1}{18}} = \sqrt{\frac{3}{2} \times 18} = \sqrt{3 \times 9} = 3\sqrt{3}.$

把  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$  反过来，就得到

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0),$$

利用它可以进行二次根式的化简.

例5 化简：

$$(1) \sqrt{\frac{3}{100}}; \quad (2) \sqrt{\frac{75}{27}}.$$

解：(1)  $\sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{3}}{10};$

(2)  $\sqrt{\frac{75}{27}} = \sqrt{\frac{5^2 \times 3}{3^2 \times 3}} = \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{3^2}} = \frac{5}{3}.$

例6 计算：

$$(1) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}; \quad (2) \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{27}}; \quad (3) \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2a}}.$$

解：(1) 解法1:  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{3 \times 5}{5 \times 5}} = \sqrt{\frac{15}{5^2}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5^2}} = \frac{\sqrt{15}}{5}.$

解法2:  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{15}}{5}.$

$$(2) \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{27}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3^2 \times 3}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3^2} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$(3) \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2a}} = \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{2a}}{\sqrt{2a} \cdot \sqrt{2a}} = \frac{4\sqrt{a}}{2a} = \frac{2\sqrt{a}}{a}.$$

在解法2中，分子变形  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$  是为了去掉分母中的根号.

观察上面例4、例5、例6中各小题的最后结果，比如  $2\sqrt{2}$ ， $\frac{\sqrt{3}}{10}$ ， $\frac{2\sqrt{a}}{a}$  等，可以发现这些式子有如下两个特点：

- (1) 被开方数不含分母；
- (2) 被开方数中不含能开得尽方的因数或因式.

我们把满足上述两个条件的二次根式，叫做最简二次根式 (simplest quadratic radical).

在二次根式的运算中，一般要把最后结果化为最简二次根式，并且分母中不含二次根式.

3. 基本要求:

- (1) 试讲时间约 10 分钟;
- (2) 通过已学知识, 引导学生探究新知识, 注意知识之间的联系;
- (3) 在教学过程中注意讲练结合, 体现学生主体性。

4. 考核目标: 教学设计, 思想方法, 教学实施。

教学设计

**课题:** 二次根式的化简

**课型:** 新授课

**课时:** 1 课时

**年级:** 初中八年级

**教学目标:**

1、知识与技能: 会进行简单的二次根式的除法运算, 使学生能利用商的算术平方根的性质进行二次根式的化简与运算; 理解最简二次根式的概念。

2、过程与方法: 引导学生从特殊到一般总结归纳的方法以及类比的方法, 解决数学问题。

3、情感态度与价值观: 通过本节课的学习使学生认识到事物之间是相互联系的, 相互作用的。

**重难点:**

**教学重点:** 会利用商的算术平方根的性质进行二次根式的化简, 会进行简单的二次根式的除法运算

**教学难点:** 二次根式的除法与商的算术平方根的关系及应用。

**教学准备:** 多媒体课件

**教学过程:**

(一) 回忆对比

请同学们回忆  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$  ( $a \geq 0, b \geq 0$ ) 是如何得到的?

使学生回忆起二次根式乘法的运算方法的推导过程。

## (二) 探索新知

学生观察下面的例子, 并计算:  $\sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$ ,  $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$ 。

由学生总结上面两个式的关系得:  $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}$ 。

类似地, 请每个同学再举一个例子, 然后由这些特殊的例子, 得出:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$$

请学生们思考为什么  $b$  的取值范围变小了?

例 1、计算:

$$(1) \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}}; \quad (2) \sqrt{\frac{3}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{18}}$$

与学生一起写清解题过程, 提醒他们被开方式一定要开尽。

$$\text{解: } (1) \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{24}{3}} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2};$$

$$(2) \sqrt{\frac{3}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{18}} = \sqrt{\frac{3}{2} \div \frac{1}{18}} = \sqrt{\frac{3}{2} \times 18} = \sqrt{3 \times 9} = 3\sqrt{3}$$

练习 1: 找四名同学上黑板板演, 其余学生在练习本上计算, 然后再找学生指出不足。

$$(1) \sqrt{28} \div \sqrt{7}; \quad (2) \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}; \quad (3) \sqrt{3x} \div \sqrt{18x^3}; \quad (4) \sqrt{\frac{2m}{3}} \div \sqrt{\frac{6m}{11n^2}}。$$

## (三) 逆向思维

二次根式的乘法公式可以逆用, 那除法公式可以逆用吗?

把  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$  反过来, 就得到  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$

利用它就可以进行二次根式的化简。

例 2 化简：(1)  $\sqrt{\frac{7}{121}}$ ；(2)  $\sqrt{\frac{36a}{25b^2}}$  ( $b \geq 0$ )。

找学生口述解题过程，教师将过程写在黑板上。

解：(1)  $\sqrt{\frac{7}{121}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{121}} = \frac{\sqrt{7}}{11}$  (2)  $\sqrt{\frac{36a}{25b^2}} = \frac{\sqrt{36a}}{\sqrt{25b^2}} = \frac{6\sqrt{a}}{5b}$

练习 2 化简：(1)  $\sqrt{\frac{0.09 \times 144}{0.36 \times 100}}$  (2)  $\sqrt{\frac{12mn^3}{m^3}}$

#### (四) 归纳总结

请学生仿照例题自己解决这两道小题，组长检查本组的学习情况。

观察之前例题的结果，可以发现这些式子中的二次根式有如下两个特点：

1. 被开方数不含分母；
2. 被开方数中不含能开得尽方的因数或因式。

我们把满足上述两个条件的二次根式，叫做最简二次根式。

那么上题中的比是否是最简二次根式呢？如果不是，把它们化成最简二次根式。

练习 3：下列根式中，哪些是最简二次根式？

$$\sqrt{12a}, \sqrt{18}, \sqrt{x^2 - 9}, \sqrt{5x^3y}, \sqrt{27abc}, 2\sqrt{x^2 + y}, \sqrt{\frac{ab}{2}}, \frac{\sqrt{3xy}}{5}, \sqrt{5(a^2 - b^2)}$$

学生判断并说明理由，然后请每个同学再举一个最简二次根式的例子。

#### (四) 畅谈收获

请学生自己谈收获，并总结本节课的主要内容。

- 1、商的算术平方根的性质（注意公式成立的条件）；
- 2、会利用商的算术平方根的性质进行简单的二次根式的化简；
- 3、对最简二次根式概念的理解及简单运用。

板书设计：

一、最简二次根式

二、化最简二次根式

例 1 ……

例 2 ……

例 3 ……

小结：

## 第五篇 《消元法》

1. 题目：消元法
2. 内容：

在 8.1 节中我们已经看到，直接设两个未知数：胜  $x$  场、负  $y$  场，可以列方程组  $\begin{cases} x+y=10, \\ 2x+y=16 \end{cases}$  表示本章引言中问题的数量关系。如果只设一个未知数：胜  $x$  场，那么这个问题也可以用一元一次方程  $2x+(10-x)=16$  来解。



**思考**

上面的二元一次方程组和一元一次方程有什么关系？

我们发现，二元一次方程组中第一个方程  $x+y=10$  可以写为  $y=10-x$ 。由于两个方程中的  $y$  都表示负的场数，所以，我们把第二个方程  $2x+y=16$  中的  $y$  换为  $10-x$ ，这个方程就化为一元一次方程  $2x+(10-x)=16$ 。解这个方程，得  $x=6$ 。把  $x=6$  代入  $y=10-x$ ，得  $y=4$ 。从而得到这个方程组的解。

二元一次方程组中有两个未知数，如果消去其中一个未知数，那么就把二元一次方程组转化为我们熟悉的一元一次方程。我们可以先求出一个未知数，然后再求另一个未知数。这种将未知数的个数由多化少、逐一解决的思想，叫做消元思想。

上面的解法，是把二元一次方程组中一个方程的一个未知数用含另一个未知数的式子表示出来，再代入另一个方程，实现消元，进而求得这个二元一次方程组的解。这种方法叫做代入消元法，简称代入法 (substitution method)。

**例 1 用代入法解方程组**

$$\begin{cases} x-y=3, & \text{①} \\ 3x-8y=14. & \text{②} \end{cases}$$

分析：方程①中  $x$  的系数是 1，用含  $y$  的式子表示  $x$ ，比较简便。

解：由①，得

$$x = y + 3. \quad \text{③}$$

把③代入②，得

$$3(y+3)-8y=14.$$

解这个方程，得

$$y = -1.$$

把  $y=-1$  代入③，得

$$x = 2.$$

所以这个方程组的解是

$$\begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases}$$

把③代入①可以吗？试试看。

把  $y=-1$  代入①或②可以吗？

3. 基本要求:

- (1) 试讲时间约 10 分钟;
- (2) 以探究学习的方式, 引导学生初步理解和运用消元法;
- (3) 通过问题设计, 培养学生的数学思考能力。

4. 考核目标: 思维品质, 问题设计, 教学实施。

教学设计

**课题:** 消元法

**课型:** 新授课

**课时:** 1 课时

**年级:** 初中七年级

**教学目标:**

1、知识与技能: 通过探索, 领会并总结解二元一次方程组的方法。根据方程组的情况, 能恰当地应用“代入消元法”解方程组。

2、过程与方法: 培养学生的观察、比较、分析、综合等能力, 会用学过的知识解决新问题。

3、情感态度与价值观: 通过研究解决问题的方法, 培养学生的合作交流意识与探究精神。

**重难点:**

教学重点: 用代入法解二元一次方程组。

教学难点: 代入消元法和化二元为一元的转化思想。

**教学准备:** 多媒体课件

**教学过程:**

(一) 创设情境, 引入课题

播放学生篮球赛录像剪辑: 体育节要到了, 篮球是初一(1)班的拳头项目, 为了取得好名次, 他们想在全部 22 场比赛中得到 40 分, 已知每场比赛都要分出胜负, 胜队得 2 分, 负队得 1 分。那么初一(1)班应该胜、负各几场? 你会用二元一次方程组解决这个问题吗?

根据问题中的等量关系设胜  $x$  场, 负  $y$  场, 可以更容易地列出方程:

$$\begin{cases} x + y = 20 & (1) \\ 2x + y = 40 & (2) \end{cases}, \text{那么有哪些方法可以求得二元一次方程组的解呢?}$$



## (二) 探究新知

1、引导：什么是二元一次方程组的解？（方程组中各个方程的公共解）

满足方程①的解有： $\begin{cases} x = 21 \\ y = 1 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x = 20 \\ x = 2 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x = 19 \\ x = 3 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x = 18 \\ x = 4 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x = 17 \\ y = 5 \end{cases}$  …

满足方程②的解有： $\begin{cases} x = 19 \\ y = 2 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x = 18 \\ y = 4 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x = 17 \\ y = 6 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x = 16 \\ y = 6 \end{cases}$  …

这两个方程的公共解是 $\begin{cases} x = 18 \\ y = 4 \end{cases}$

2、师：这个问题能用一元一次方程来解决吗？

学生思考并列式子：设胜  $x$  场，负  $(22-x)$  场，解方程  $2x+(22-x)=40$  (3)

观察：上面的二元一次方程组和一元一次方程有什么关系？

若学生还是感到困难，教师可通过提问进一步引导。

- 1) 在一元一次方程解法中，列方程时所用的等量关系是什么？
- 2) 方程组中方程②所表示的等量关系是什么？
- 3) 方程②与③的等量关系相同，那么它们的区别在哪里？
- 4) 怎样使方程②中含有的两个未知数变为只含有一个未知数呢？

结合学生的回答，教师做出讲解。

由方程①进行移项得  $y=22-x$ ，由于方程②中的  $y$  与方程①中的  $y$  都表示负的场数，故可以把方程②中的  $y$  用  $(22-x)$  来代换，即得  $2x+(22-x)=40$ ，由此一来，二元化为一元了，解得  $x=18$ 。

问题解完了吗？怎样求  $y$ ？将  $x=18$  代入方程  $y=22-x$ ，得  $y=4$ 。能代入原方程组中的方程①②来求  $y$  吗？代入哪个方程更简便？这样，二元一次方程组的解是

$$\begin{cases} x = 18 \\ y = 4 \end{cases}$$

归纳：这种通过代入消去一个未知数，使二元方程转化为一元方程，从而方程组得以求解的方法叫做代入消元法，简称代入法。（板书课题）

## (三) 巩固新知

例 1 用代入法解方程组

$$\begin{cases} x = y + 3 \\ 3x - 8y = 14 \end{cases}$$

本题较简单，直接由学生板演，师生共同评价。

解后反思。教师引导学生思考下列问题：

- (1)选择哪个方程代人另一方程？其目的是什么？
- (2)为什么能代？
- (3)只求出一个未知数的值，方程组解完了吗？
- (4)把已求出的未知数的值，代入哪个方程来求另一个未知数的值较简便？
- (5)怎样知道你运算的结果是否正确呢？

（与解一元一次方程一样，需检验。其方法是将求得的一对未知数的值分别代入原方程组里的每一个方程中，看看方程的左、右两边是否相等。检验可以口算，也可以在草稿纸上验算）

#### （四）小结提高

合作交流：你从上面的学习中体会到代人法的基本思路是什么？主要步骤有哪些呢？与你的同伴交流。学生畅所欲言，互相补充，小组派中心发言人进行总结发言。最后，由老师出示幻灯片。

代入法的实质是消元，使两个未知数转化为一个未知数一般步骤为：

- ①从方程组中选一个未知数系数比较简单的方程。将这个方程中的一个未知数，例如  $y$ ，用含  $x$  的式子表示出来，也就是化成  $y=ax+b$  的形式；
- ②将  $y=ax+b$  代人方程组中的另一个方程中，消去  $y$ ，得到关于  $x$  的一元一次方程；
- ③解这个一元一次方程，求出  $x$  的值；
- ④把求得的  $x$  值代人方程  $y=ax+b$  中，求出  $y$  的值，再写出方程组解的形式；
- ⑤检验得到的解是不是原方程组的解。这一步不是完全必要的，若能肯定解题无误，这一点可以省略。

板书设计：

### 消元法

消元法的基本步骤：

- ①从方程组中选一个未知数系数比较简单的方程。将这个方程中的一个未知数，

例如  $y$ ，用含  $x$  的式子表示出来，也就是化成  $y=ax+b$  的形式；

②将  $y=ax+b$  代人方程组中的另一个方程中，消去  $y$ ，得到关于二的一元一次方程；

③解这个一元一次方程，求出  $x$  的值；

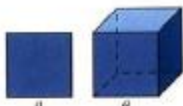
④把求得的  $x$  值代人方程  $y=ax+b$  中，求出  $y$  的值，再写出方程组解的形式；

⑤检验得到的解是不是原方程组的解

## 第六篇《乘方》

1. 题目：乘方
2. 内容：

### 1.5.1 乘方



边长为  $a$  的正方形的面积是  $a \cdot a$ ，棱长为  $a$  的正方体的体积是  $a \cdot a \cdot a$ 。

$a \cdot a$  简记作  $a^2$ ，读作  $a$  的平方（或二次方）；

$a \cdot a \cdot a$  简记作  $a^3$ ，读作  $a$  的立方（或三次方）。

一般地， $n$  个相同的因数  $a$  相乘，即  $\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_n$ ，

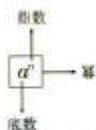
记作  $a^n$ ，读作  $a$  的  $n$  次方。

求  $n$  个相同因数的积的运算，叫做乘方，乘方的结果叫做幂（power）。在  $a^n$  中， $a$  叫做底数（base number）， $n$  叫做指数（exponent），当  $a^n$  看作  $a$  的  $n$  次方的结果时，也可读作  $a$  的  $n$  次幂。

例如，在  $9^4$  中，底数是 9，指数是 4， $9^4$  读作 9 的 4 次方，或 9 的 4 次幂。

一个数可以看作这个数本身的一次方，例如，5 就是  $5^1$ ，指数 1 通常省略不写。

因为  $a^n$  就是  $n$  个  $a$  相乘，所以可以利用有理数的乘法运算来进行有理数的乘方运算。



**例 1** 计算：

(1)  $(-4)^3$ ；                      (2)  $(-2)^4$ 。

**解：**(1)  $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4)$   
 $= -64$ ；

(2)  $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$   
 $= 16$ 。

3. 基本要求：
  - (1) 试讲时间约 10 分钟；
  - (2) 通过已学知识，引导学生探究新知识，注意知识之间的联系；
  - (3) 在教学过程中注意讲练结合，体现学生主体性。
4. 考核目标：教学设计，思想方法，教学实施。

教学设计

课题：乘方

课型：新授课

课时：1 课时

年级：初中七年级

**教学目标：**

- 1、知识与技能：理解有理数乘方的意义，掌握乘方、幂、指数底数等概念，会利用有理数乘法意义进行乘方运算。
- 2、过程与方法：学生能够灵活的进行乘方运算，培养学生的观察、比较、分析、解决问题能力。
- 3、情感态度与价值观：学生能够把新授知识应用到实际生活中，解决实际问题。通过研究解决问题的方法，培养学生的合作交流意识与探究精神。

**重难点：**

**教学重点：**

- (1) 有理数的乘方的意义；
- (2) 乘方、幂、指数底数等概念。

**教学难点：**乘方、幂、指数底数等概念。

**教学准备：**多媒体课件。

**教学过程：**

**（一）创设情境，引入课题**

播放一个故事场景：古时候，在某个王国里有一位聪明的大臣，他发明了国际象棋，献给了国王，国王从此迷上了下棋。为了对聪明的大臣表示感谢，国王答应满足这个大臣的一个要求。大臣说：“陛下，就在这个棋盘上放一些米粒吧！第1格放1粒米，第2格放2粒米，第3格放4粒米，然后是8粒、16粒、32粒，一直到第64格。”“你真傻！就要这么一点米粒！”国王哈哈大笑。大臣说：“就怕您的国库里没有这么多米！”

**（二）探究新知**

1、猜想活动，引入乘方

引导学生猜想第64格的米粒是多少？

第 1 格: 1

第 2 格:  $2 = 2^1$

第 3 格:  $4 = 2 \times 2 = 2^2$

第 4 格:  $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

第 5 格:  $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

.....

第 64 格:  $= \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{63 \uparrow 2} = 2^{63}$

这些数字都非常大, 我们我们能求出第 6 格, 第 7 格, 第 10 格的米粒数吗?

## 2、讨论乘方

### (1) 概念引导

通过学生回答问题: 第 6 格  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ ( 个 ), 第 7 格

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64 \text{ ( 个 )}$$

第 10 格  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 512$ ( 个 )

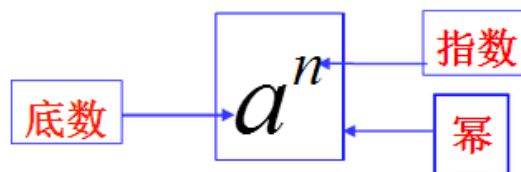
请学生思考: 几个相同的数相加, 我们用乘法表示就很简单, 那么几个数相乘我们能不能用更简单的式子表示呢?

结合学生的讨论探究, 引出乘方的概念。

乘方: 求  $n$  个相同因数  $a$  的积的运算叫做乘方。

$$\underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \uparrow a} = a^n$$

### (2) 乘方概念理解



$a^n$  读作  $a$  的  $n$  次幂（或  $a$  的  $n$  次方）

其中  $a$  是  $n$  的底数， $n$  是指数。

### （三）巩固新知

例 1. ①  $(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)$

②  $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

③  $-3 \times 3 \times 3 \times 3$

教师引导学生思考下列问题：

- (1) 第①题和第③题有什么不同？
- (2) 分数的乘方我们怎么表示？如何计算呢？

例 2. ①  $(-1)^{2016}$ ；②  $1.5^3$

通过学生自己做练习、探索规律，获取乘方运算的符号法则。教师放手学生操作，把课堂还给学生，真正体现学生的主体地位。

### （四）小结提高

本节课你学到了什么？

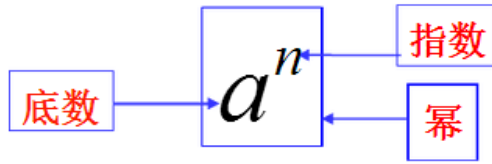
- ① 乘方的意义和相关概念；
- ② 乘方的有关运算；
- ③ 体会归纳类比的数学思想方法。

### （五）作业

学生课下思考生活中那些能用到乘方的知识，并尝试去解决生活问题。

**板书设计：**

乘方





## 第七篇 《平方差公式》

1. 题目：平方差公式
2. 内容：

### 15.3.1 平方差公式



计算下列多项式的积，你能发现什么规律？

- (1)  $(x+1)(x-1)=$ \_\_\_\_\_；
- (2)  $(m+2)(m-2)=$ \_\_\_\_\_；
- (3)  $(2x+1)(2x-1)=$ \_\_\_\_\_.

我们再来计算 $(a+b)(a-b)$ ，有

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2$$

$$=a^2-b^2.$$

一般地，我们有

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

即两个数的和与这两个数的差的积，等于这两个数的平方差。

这个公式叫做（乘法的）平方差公式（formula for the difference of squares）.

3. 基本要求：
  - (1) 试讲时间约 10 分钟；
  - (2) 创设情境问题导入新课，激发学生的学习兴趣；
  - (3) 注意引导学生自主发现规律。
4. 考核目标：教学设计，师生互动，教学实施。

教学设计

**课题：**平方差公式

**课型：**新授课

**课时：**1 课时

**年级：**初中八年级

**教学目标：**

- 1、知识与技能：了解平方差公式推导的过程，掌握平方差公式的结构特征，并且

能熟练运用平方差公式。

2、过程与方法：通过探究与学习平方差公式，学生锻炼类比、探究、讲练结合的能力。

3、情感态度与价值观：通过学生自主探索、总结的过程，激发学生积极参与学习的意识，养成严谨的学习习惯。

**重难点：**

**教学重点：**平方差公式的推导过程，会用平方差公式计算。

**教学难点：**平方差公式的公式特征。

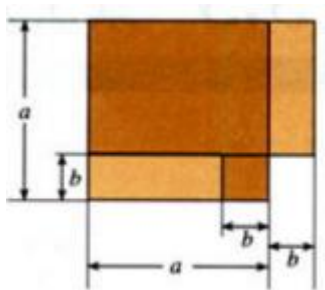
**教学准备：**多媒体课件，直尺，剪刀

**教学过程：**

### （一）情境导入

活动：通过剪纸拼凑的形式来进行公式的推导。

首先，请学生把课前准备的把边长为  $a$  的正方形图形取出来，沿边剪掉一个边长为  $b$  的小正方形（教师在讲台演示，带领学生操作），那么现在这个图形的面积是多少呢？



接下来，把长方形边剪下，平凑到另一边上，形成一个新的长方形，那么现在这个长方形的面积是多少呢？跟上一个图形的面积相等吗？

### （二）探究新知

1、整式运算，初步感受

在之前的课程中，学生已经学习过整式的运算，接下来计算以下整式：

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

$$(m + n)(m - n) = m^2 - n^2$$

$$(c + d)(c - d) = c^2 - d^2$$

我们发现，三个式子作用的字母不同，所得的结果完全不同，但表达形式比较接近。

请同学们观察一下，这三个式子与它们的结果有什么特点呢？

## 2、实例分析，理解平方差

### (1) 发现规律

鼓励学生进行观察并分组讨论，要求各组展示自己的讨论结果。总结发现可以用一个统一的公式  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  来表示。

### (2) 实例研究

组织学生剪切正方形的活动（与之前的活动相结合，提高学生的兴趣），我们的原正方形的面积是  $a^2$ ，在减去一个小正方形之后的面积为  $a^2 - b^2$ 。重新拼接成长方形之后的面积为  $(a + b)(a - b)$ 。

师：我们回到刚才的那个问题上：这两个图形面积相等吗？

生：是相等的。

所以我们同样可以得出  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  这个结论。（通过结合图形进行推导，培养学生初步的数形结合思想）。

### (三) 巩固新知

#### 1、解下列式子

(1)  $(3x + 2)(3x - 2)$ ;

(2)  $(b + 2a)(2a - b)$ ;

(3)  $(-x + 2y)(-x - 2y)$ .

在带领学生解题的过程中，可以先采用学生比较熟悉整式运算法则进行运算，得出答案。

接下来试着采用我们刚刚学过的平方差公式计算。体会平方差公式的便捷和快速。

解后反思：

(1) 同学们在解题过程中有哪些易错点呢？我们需要注意哪些点呢？

(2) 在上面的式子中，哪一部分相当于公式中的  $a$  和  $b$  呢？

2、同学们能不能快速的说出下列式子的结果呢？

$$21 \times 19 = ?$$

$$103 \times 97 = ?$$

归纳：(1) 总结平方差公式的特点，完全相同的两个数是  $a$ ，符号相反的是  $b$ ；重点是观察它们的符号。

(2) 只有符合公式条件的式子才可以使用平方差公式，不能按公式计算的仍按多项式乘法法则来计算式。

(3) 平方差公式中的  $a$  和  $b$  可以是式子，也可以是数字。

#### (四) 小结提高

(1) 本节内容中，我们学到了哪些知识和内容？这些知识和我们之前学到的内容有哪些相通的地方？

(2) 平方差公式的结构有哪些特点？

(3) 我们运用平方差公式需要注意哪些方面呢？

#### (五) 作业布置

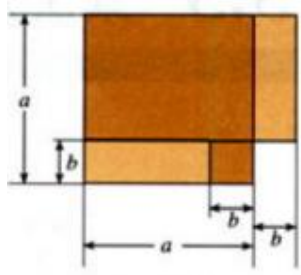
有一个农民老王把一块边长为  $x$  米的正方形的土地租给老张种植，有一天，老王对老张说：“我把这块地的东边减少 5 米，再在北边增加 5 米，继续租给你，你也没有吃亏，你看如何？”老张一听觉得没有吃亏，就答应了，回到家中，他把这件事对儿子讲了，儿子一听，说：“你吃亏了。”老张非常吃惊。同学们，你能说出这是为什么吗？若老张租的地是长方形的，问题又会怎样呢？

板书设计：

### 平方差公式

1.  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

2. 几何意义:



## 第八篇 《角平分线的性质》

1. 题目：角平分线的性质
2. 内容



如图 13.3-3，将 $\angle AOB$ 对折，再折出一个直角三角形（使第一条折痕为斜边），然后展开，观察两次折叠形成的三条折痕，你能得出什么结论？

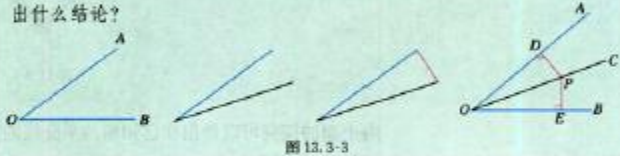


图 13.3-3

你能用三角形全等证明这个性质吗？

可以看出，第一条折痕是 $\angle AOB$ 的平分线 $OC$ ，第二次折叠形成的两条折痕 $PD$ 、 $PE$ 是角的平分线上一点到 $\angle AOB$ 两边的距离，这两个距离相等，由此我们得到角的平分线的性质：  
**角的平分线上的点到角的两边的距离相等**

3. 基本要求：
  - (1) 试讲时间约 10 分钟；
  - (2) 以探究学习的方式，引导自主证明角平分线的性质；
  - (3) 通过问题设计，培养学生的数学思考能力。
4. 考核目标：思维品质，问题设计，教学实施。

教学设计

**课题：**角平分线的性质

**课型：**新授课

**课时：**1 课时

**年级：**初中八年级上册

**教学目标：**

- 1、知识与技能：能够掌握角的平分线的性质并能证明。
- 2、过程与方法：通过折纸、画图、文字语言到符号的翻译活动中，培养学生的联想、探索、概括、归纳的能力。

3、情感态度与价值观：培养学生动手操作能力与探索精神，激发学生学习数学的兴趣。

重难点：

教学重点：角的平分线的性质的证明。

教学难点：角的平分线的性质探究。

教学准备：多媒体课件、折纸、直尺、圆规。

教学过程：

一、提出问题，创设情境

问题 1：什么是角的平分线？

角的平分线定义：从一个角的顶点引出一条射线，把这个角分成两个相等的角，这条射线叫做这个角的角平分线。

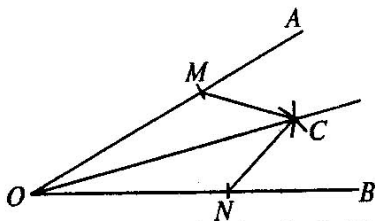
问题 2：怎样作一个已知角的平分线呢？

用量角器量出三角形的角的大小，量角器零度线与这个角的一边重合，这个角的一半所对应的线就是这个角的角平分线。我们还有其它的方法吗？

二、讲授新知

(一) 作角平分线

1、教师利用圆规和直尺板演作一个已知角的平分线



2、在刚才作的  $\angle AOB$  的平分线上作取一点  $P$ ，作点  $P$  到  $\angle AOB$  两边的垂线段  $PD$ 、 $PE$ ，估计  $PD$  和  $PE$  的长度有什么关系，并量一量这两条垂线段，从中你有什么新发现？学生动手操作，并估计  $PD$ 、 $PE$  长度相等，得出一个结论：角平分线上的点到角的两边的距离相等。

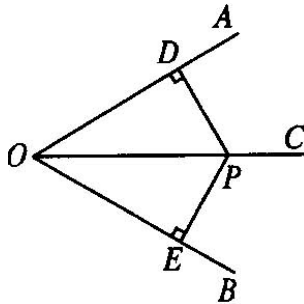
## (二) 证明角平分线的性质

通过估计和度量得出的结论具有偶然性，它是否正确，还需要用我们学过的几何知识加以证明。那么我们又该怎样去证明这个命题呢？比较以往我们做过的证明题，得出这个文字命题的证明步骤：

1、要分清命题中题设和结论，也就是“已知”和“求证”。

这个命题的题设是“一个点在角平分线上”，结论是“这个点到这个角两边的距离相等。”

其次，为了更直观清楚地表达题意，我们通常在证明之前画出图形，并用符号表示已知和求证。



### 2、探索证明过程

已知：如图  $\angle AOC = \angle BOC$ ，点  $P$  在  $OC$  上， $PD \perp OA$ ， $PE \perp OB$ ，垂足分别为点  $D$ ， $E$ 。

求证： $PD = PE$ 。

最后，经过分析，找出由已知推出求证的途径，写出证明过程。

证明： $\because PD \perp OA$ ， $PE \perp OB$ （已知）

$\therefore \angle PDO = \angle PEO = 90^\circ$ （垂直的定义）

在  $\triangle PDO$  和  $\triangle PEO$  中，

$$\begin{cases} \angle PDO = \angle PEO \text{ (已证)} \\ \angle AOC = \angle BOC \text{ (角平分线定义)} \\ OP = OP \text{ (公共边)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle PDO \cong \triangle PEO$  (AAS)

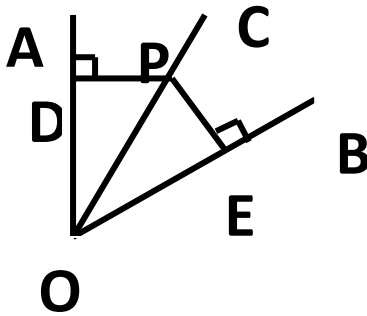


∴ PD=PE (全等三角形对应边相等)

我们推理论证了只要满足两个重要条件：一是点在角的平分线上，二是到角的两边距离，我们就能得到这两个距离相等。从而我们得出角平分线的性质：角平分线上的点到角的两边的距离相等。

### 三、随堂练习：

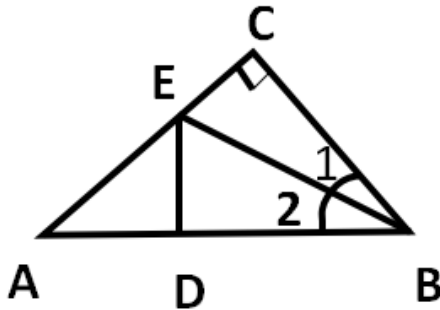
1、如图, OC 是  $\angle AOB$  的平分线, 点 P 在 OC 上,  $PD \perp OA$ ,  $PE \perp OB$ , 垂足分别是 D、



E,  $PD=4\text{cm}$ , 则

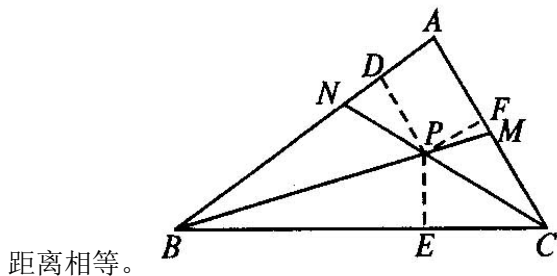
$PE=$  \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ 。

2、如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $DE \perp AB$ ,  $\angle 1=\angle 2$ , 且  $AC=6\text{cm}$ , 那么线段 BE 是  $\triangle ABC$



的 \_\_\_\_\_,  $AE+DE=$  \_\_\_\_\_。

3、如图,  $\triangle ABC$  的角平分线 BM、CN 相交于点 P。求证：点 P 到三边 AB、BC、CA 的



距离相等。

#### 四、课堂小结

教师与学生共同回顾本节课所学的主要内容，并请学生回答以下问题：

- (1) 本节课你有哪些收获？
- (2) 角的平分线的性质为我们提供了证明什么的方法？

#### 五、作业布置

角平分线的性质有 2 条，请大家回去先自行预习第 2 条，我们下节课一起来讨论证明方法。

板书设计：

#### 角平分线的性质

1. 性质：角的平分线上的点到角的两边的距离相等

2. 证明过程：

$\because PD \perp OA, PE \perp OB$  (已知)

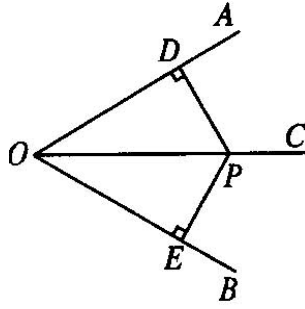
$\therefore \angle PDO = \angle PEO = 90^\circ$  (垂直的定义)

在  $\triangle PDO$  和  $\triangle PEO$  中，

$$\begin{cases} \angle PDO = \angle PEO \text{ (已证)} \\ \angle AOC = \angle BOC \text{ (角平分线定义)} \\ OP = OP \text{ (公共边)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle PDO \cong \triangle PEO$  (AAS)

$\therefore PD = PE$  (全等三角形对应边相等)



## 第九篇 《平行四边形的判定》

1. 题目：平行四边形的判定
2. 内容



如图 19.1-8(1)，将两根两根的四根细木条用小钉绞合在一起，做成一个四边形，使等长的木条成为对边，转动这个四边形，使它形状改变，在图形变化的过程中，它一直是一个平行四边形吗？

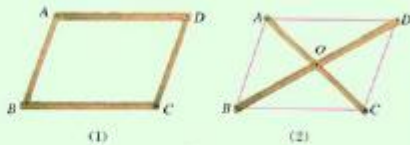


图 19.1-8

如图 19.1-8(2)，将两根细木条  $AC$ 、 $BD$  的中点重叠，用小钉绞合在一起，用橡皮筋连接木条的顶点，做成一个四边形  $ABCD$ ，转动两根木条，四边形  $ABCD$  一直是一个平行四边形吗？

你能利用三角形的全等，根据平行四边形的定义得出这两个结论吗？

从探究可以发现：

**两组对边分别相等的四边形是平行四边形；**  
**对角线互相平分的四边形是平行四边形。**

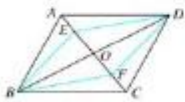


图 19.1-9

**例 3** 如图 19.1-9， $\square ABCD$  的对角线  $AC$ 、 $BD$  交于点  $O$ ， $E$ 、 $F$  是  $AC$  上的两点，并且  $AE=CF$ ，求证四边形  $BFDE$  是平行四边形。

**证明：** $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形，  
 $\therefore AO=CO, BO=DO$ ，  
 $\because AE=CF$ ，  
 $\therefore EO=FO$ ，  
 又  $BO=DO$ ，  
 $\therefore$  四边形  $BFDE$  是平行四边形。

你还有其他证明方法吗？

3. 基本要求：
  - (1) 试讲时间约 10 分钟；
  - (2) 学生能掌握平行四边形的判定；
  - (3) 能知道其证明过程并理解证明的基本思路。
4. 考核目标：数学思考，问题解决，教学设计。

教学设计

课题：平行四边形的判定

**课型：**新授课

**课时：**1 课时

**年级：**初中七年级

**教学目标：**

- 1、知识与技能：理解平行四边形的判定方法，学会判定平行四边形。
- 2、过程与方法：学生通过自主探究，合作交流的方式，培养学生的观察、比较、分析、综合等能力。
- 3、情感态度与价值观：学生通过自己动手观察平行四边形的变形，培养学习几何图形的兴趣，感受数学的魅力。

**重难点：**

**教学重点：**平行四边形的判定方法。

**教学难点：**学会用平行四边形的判定方法来判定平行四边形。

**教学准备：**一长一短的小木条若干组，多媒体课件

**教学过程：**

### （一）创设情境，引入课题

播放学校门口的收缩门视频：大家在生活中经常能见到这种收缩门，有没有注意观察过，这种门为什么能收缩呢？大家看一下这个视频，收缩门上是什么图形？在大门工作中，平行四边形依靠变形收缩！

学生分小组，各小组分发两长两短的木条，引导学生自主探究？

### （二）探究新知

#### 1、活动一：探究判定方法 1

小组同学将两长两短的木条钉合，使等长的两根成为对边，转动这个平行四边形，观察在这个过程中，它一直是一个平行四边形吗？

引导学生说出：不管如何变形，都一直是平行四边形。

师：通过刚才的变形性观察，什么样的四边形称为平行四边形？

学生思考，并总结出：只要两组对边相等，不管如何变形，都是平行四边形！

师：总结的很好，两组对边分别相等的四边形就是平行四边形！

根据上面命题，组织学生自己画出图形，写出已知、求证。

引导采用学生小组合作的形式，讨论可以证明的方法后，学生独立写出证明过程。

（可让几个学生上黑板展示自己的证明过程）

## 2、活动二：探究判定方法 2

师：除了刚刚总结的条件，我们还可以怎么判定一个四边形是不是平行四边形呢？

请学生动手将一长一短的两根细木条中点重合，用小钉钉在一起，用橡皮筋连接木条的顶点，制成一个平行四边形，引导学生转动两根木条观察，橡皮筋围成的四边形一直是一个平行四边形吗？

引导学生得出结论，转动木条，手中围成的四边形一直是一个平行四边形！

师：根据刚才的实验，我们可以还可以怎么判定一个四边形是不是平行四边形呢？

学生思考，总结出，对角线在中点相交的四边形是平行四边形。

师：对角线互相平分的四边形是平行四边形。

以同样的方式，请学生自己证明判定方法 2。

## 3、呈现定理

通过“类比—猜想—证明”的方法，得出上面猜想的命题是正确的，得到平行四边形的两个判定。

用课件展示定理的文字语言与符号语言。

平行四边形的判定定理 1：两组对边分别相等的四边形是平行四边形。

符号语言： $\because AB=CD, AD=BC \quad \therefore$  四边形 ABCD 是平行四边形

平行四边形的判定定理 2：对角线互相平分的四边形是平行四边形。

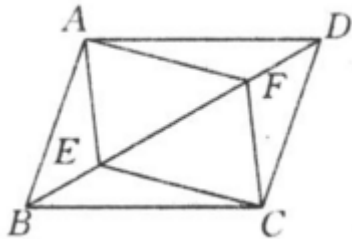
符号语言： $\because OA=OC, OB=OD \quad \therefore$  四边形 ABCD 是平行四边形

教师和学生一起分析命题中需要注意的问题。

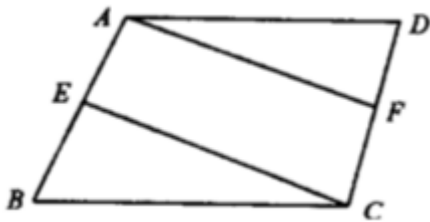
## （三）巩固新知

1、在平行四边形 ABCD 中，E，F 为 BD 上的点，BF=DE，那么四边形 AECF 是什么图

形？试证明你的猜想。



2、在平行四边形 ABCD 中，E、F 分别是 AB、CD 的中点， 四边形 AECF 是平行四边形吗？证明你的结论。



#### （四）小结提高

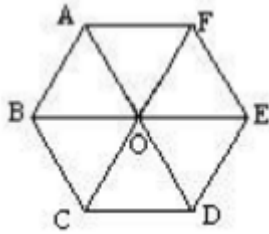
你在今天的课堂上学习到了哪些内容？如何应用今天学到的知识解决生活中的问题？在证明过程中书写格式应该是什么样的？与同桌或同组学生交流，学生畅所欲言，互相补充，最后老师在幻灯片上展示：

两组对边分别相等的四边形是平行四边形。

对角线互相平分的四边形是平行四边形。

#### （五）布置作业

1、小明用手中六个全等的正三角形做拼图游戏时，拼成一个六边形。你能在图中找出所有的平行四边形吗？并说说你的理由。



2、我们预习下后面的内容，总结一下平行四边形的判定还有其他的吗？

**板书设计：**

### 平行四边形的判定

1. 平行四边形的判定定理 1：两组对边分别相等的四边形是平行四边形。

符号语言： $\because AB=CD, AD=BC \quad \therefore$  四边形 ABCD 是平行四边形

2. 平行四边形的判定定理 2：对角线互相平分的四边形是平行四边形。

符号语言： $\because OA=OC, OB=OD \quad \therefore$  四边形 ABCD 是平行四边形



## 第十篇《直方图》

1. 题目：直方图
2. 内容

### 12.1.3 直方图

为了研究 800 米赛跑后学生心率的分布情况，体育老师统计了全班同学一分时间脉搏的次数，并整理成下面的表格（表 12.1-4）。

表 12.1-4

脉搏次数 $x$ (次/分)	频数 (学生人数)
$130 \leq x < 135$	1
$135 \leq x < 140$	2
$140 \leq x < 145$	4
$145 \leq x < 150$	6
$150 \leq x < 155$	9
$155 \leq x < 160$	14
$160 \leq x < 165$	11
$165 \leq x < 170$	2



表 12.1-4 中，体育老师把全班学生的脉搏次数按范围分成 8 组，每一组的两个端点的差都是 5。我们把分成的组的个数称为**组数**，每一组两个端点的差称为**组距**，称表 12.1-4 这样的表格为**频数分布** (frequency distribution) 表。

从表 12.1-4 可以清楚地看出脉搏次数在不同范围的学生人数。例如，脉搏次数在 155 次/分到 160 次/分（不含 160 次/分）的学生有 14 人。

为了直观地描述表中的数据，体育老师画出图 12.1-6。

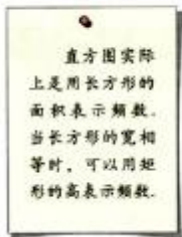
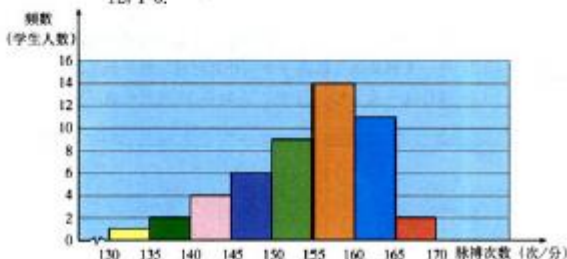


图 12.1-6 中，横轴表示脉搏次数，标出了每一组的两个端点，纵轴表示频数（学生人数），每个长方形的高代表对应组的频数。我们称图 12.1-6 这样的统计图为**频数分布直方图** (histogram)。直方图中各长方形之间没有空隙。

从图 12.1-6 可以看出学生脉搏次数的分布情况。

3. 基本要求:

- (1) 试讲时间约 10 分钟;
- (2) 学生能够理解直方图及其各项数学概念的意义;
- (3) 能结合直方图解释数学含义。

4. 考核目标: 导入情境, 问题解决, 教学设计。

教学设计

**课题:** 直方图

**课型:** 新授课

**课时:** 1 课时

**年级:** 初中七年级下册

**教学目标:**

- 1、知识与技能: 理解组距、频数分布等概念, 并能够根据直方图分析数据。
- 2、过程与方法: 通过描述和分析数据, 体会用统计的思想思考和解决问题。通过用表格整理数据表示频数分布, 体会表格在整理数据中的作用。
- 3、情感态度与价值观: 感受统计在生活中的作用, 增强学习统计的兴趣, 初步建立统计观念, 培养调查研究的良好习惯和科学态度。

**重难点:**

**教学重点:** 理解组距、频数分布等概念。

**教学难点:** 能够根据直方图分析数据。

**教学准备:**

**教学过程:**

(一) 创设情境, 引入课题

问题: 为了参加全校各个年级之间的广播操比赛, 七年级准备从 63 名同学中挑出身高相差不多的 40 名同学参加比赛, 为此收集到这 63 名同学的身高 (单位: cm) 如下: 在多媒体上展示, 引导学生仔细观察并回答以下问题:

- (1) 在测得的这组数据中, 身高最高的是多少? 最矮是多少? 相差多少?

(2) 这 63 名学生在哪个范围内变化?

(3) 选择身高在哪个范围的学生参加?

学生思考、交流，回答问题。进而引出本节课的课题——直方图。

## (二) 探究新知

为了使选取的参赛选手身高比较整齐，需要知道数据（身高）的分布情况，即在哪些身高范围内的学生比较多。将这些数据适当分组来进行整理。学生四人为一小组进行探索交流，最后教师和学生共同总结：用频数分布描述数据的一般步骤是什么？

### 1、计算最大值与最小值的差（极差）

学生观察回答：最小值是 149，最大值是 172，它们的差是 23。说明身高的变化范围是 23 cm。

### 2、决定组距与组数

教师引出组距的概念，把所有的数据分成若干组，每个小组的两个端点之间的距离（组内数据的取值范围）称为组距。

然后作等距分组（即：各组的组距相同），取组距为 3 cm（从最小值起每隔 3 cm 作为一组）。将数据分成 8 组： $149 \leq x < 152$ ， $152 \leq x < 155$ ， $\dots$ ， $170 \leq x < 173$ 。

紧接着提问：在决定组距时该注意什么？

学生自由讨论，教师归纳总结在决定组距时该注意的点：①根据问题的需要各组的组距可以相同或不同；②组距和组数的确定没有固定的标准，要凭借经验和所研究的具体问题来决定；③当数据在 100 个以内时，按照数据的多少，常分成 5~12 组，一般数据越多分的组数也越多。

### 3、频数分布表

对落在各个小组内的数据进行累计，得到各个小组内的数据的个数（叫做频数）。用表格整理可得频数分布表：从表格中你能看出应从哪个范围内选队员吗？引导学生仔细观察，然后回答：

可以看出，身高在  $155 \leq x < 158$ ， $158 \leq x < 161$ ， $161 \leq x < 164$  三个组的人数最多，一共有  $12 + 19 + 10 = 41$  人，因此，可以从身高在  $155 \sim 164$  cm（不含 164 cm）的学生中选队员。

#### 4、画频数分布直方图

除了在频数分布表中可以分析数据，还可以在哪里看出频数的分布情况？引出频数分布直方图。

学生观察上面小长方形的面积表示什么意义？

回答：小长方形的面积就是频数。

教师进而总结概括：频数分布直方图是以小长方形的面积来反映数据落在各个小组内的频数的多少。等距分组时，各小长方形的面积（频数）与高的比是常数（组距）。因此，画等距分组的频数分布直方图时，为画图与看图方便，通常直接用小长方形的高表示频数。

这样，上面的频数分布图可画成下面的形式：在多媒体上展示。

#### （三）巩固新知

对上面的数据进行分组时，如果组距取 3，把数据分成 8 组，是如何的？如果组距取 2 或 4，那么数据分成几个组？这样能否选出需要的 40 名队员呢？

#### （四）小结提高

你从上面的学习中学到了什么？学生畅所欲言，互相补充，小组派代表进行总结发言。最后，由老师出示幻灯片进行全面总结。

（1）组距、频数、频数分布表的概念

（2）频数分布直方图是描述数据的又一较为直观的方式，画频数分布直方图的关键是确定组距和组数，而这一点没有固定的标准，要凭借经验和所研究的具体问题来决定。

#### （五）布置作业

回家之后，可以上网查询一下是否可以将频数分布直方图画成频数折线图？频

数折线图又是如何来分析数据的？自主探究，下节课一起探讨。

**板书设计：**

### 直方图

- 1、计算最大值与最小值的差（极差）
- 2、决定组距与组数
- 3、频数分布表
- 4、画频数分布直方图