教育理论综合知

一、选择题(本题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分。每小题有四个选项,只有一项是符合题目要求的,请将正确选项前的字母填入下面表格对应的空格内）

1.教师要坚守高尚情操,知荣明耻,严于律己,以身作则,这体现了教师职业道德中的

A.为人师表

B.关爱学生

C.教书育人

D.爱岗敬业

【答案】A

【解析】《中小学教师职业道德规范》（2008 年修订）中规定，教师职业道德包括：爱国守法；爱岗敬业；关爱学生；教书育人；为人师表；终身学习。其中为人师表要求教师坚守高尚情操，知荣明耻，严于律己，以身作则。衣着得体，语言规范，举止文明。关心集体，团结协作，尊重同事、家长。作风正派，廉洁奉公。自觉抵制有偿家教，不利职务之便谋取私利。

2.教育是国之大计、党之大计。新时代贯彻党的教育方针,要坚持马克思主义指导地位,贯彻新时代中国特色社会主义思想,坚持社会主义办学方向,根本任务是

A.发展素质教育

B.落实立德树人

C.促进学生身心发展

D.传承、更新文化

【答案】B

【解析】3 月 18 日，中共中央总书记、国家主席、中央军委主席习近平在北京主持召开学校思想政治理论课教师座谈会并发表重要讲话。他强调，新时代贯彻党的教育方针，要坚持马克思主义指导地位，贯彻新时代中国特色社会主义思想，坚持社会主义办学方向，落实立德树人的根本任务，坚持教育为人民服务、为中国共产党治国理政服务、为巩固和发展中国特色社会主义制度服务、为改革开放和社会主义现代化建设服务，扎根中国大地办教育，同生产劳动和社会实践相结合，加快推进教育现代化、建设教育强国、办好人民满意的教育，努力培养担当民族复兴大任的时代新人，培养德智体美劳全面发展的社会主义建设者和接班人。

3.乌申斯基指出:“一般说来,儿童是依靠形式、颜色、声音和感觉来进行思维的。”

这要求我们在教学中要重视运用

A.循序渐进原则

B.因材施教原则

C.巩固性原则

D.直观性原则

【答案】D
【解析】直观性原则是指在教学中引导学生直接感知事物、模型或通过教师用形象语言描绘教学对象，使学生获得丰富的感性认识。夸美纽斯指出凡是需要知道的事物，都要通过事物本身来学习，应该尽可能把事物本身或代替它的图像呈现给学生，这就是直观性原则的典型体现。

4.根据《中华人民共和国教育法》,下列不属于我国基本教育制度的是

A.义务教育制度

B.职业教育制度

C.终身教育制度

D.学业证书制度

【答案】C
【解析】《中华人民共和国教育法》第十九条，国家实行九年制义务教育制度。第二十条，国家实行职业教育制度和继续教育制度。第二十一条，国家实行国家教育考试制度。第二十二条，国家实行学业证书制度。第二十三条，国家实行学位制度。第二十五条，国家实行教育督导制度和学校及其他教育机构教育评估制度。

5.中国学生发展核心素养,以科学性、时代性、民族性为基本原则,以培养“全面发展的人”为核心,主要分为文化基础、社会参与和

A.学会学习

B.责任担当

C.自主发展

D.科学精神

【答案】C
【解析】《中国学生发展核心素养》中指出，核心素养以培养“全面发展的人”为核心，分为文化基础、自主发展、社会参与 3 个方面，综合表现为人文底蕴、科学精神、学会学习、健康生活、责任担当、实践创新六大素养，具体细化为国家认同等 18 个基本要点。

6.已知集合 M=｛x|y=lg（x- x2｝,N=｛y|y=2x｝,则

A.M∩N=∅

B.MUN=（1，+∞)

C.M∩N=（0,1)

D.MUN=R

答案】C

【解析】考察集合的运算，M=$\left\{x\middle|0<x<1\right\}, N\in R$,则$M\cap N=\left(0,1\right)$,故选 C.

7. 已知复数 Z 满足（z-i）（1+i）=2-i

A.第一象限

B.第二象限

C.第三象限

D.第四象限

【答案】A

【解析】$\because (Z-i)(1+i)=2-i,则Z=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i,\therefore \overline{Z}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i,$

$\overline{Z}$在复平面内对应坐标为$(\frac{1}{2},\frac{1}{2})\therefore \overline{Z}$在第一想象,选择$A$选项.

考察复数的运算及复数的几何表示.

8.在△ABC 中，$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$，则$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CE}$=（）

A.1/3

B.2/3

C.1

D.2/9

【答案】C

【解析】$\because\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|,\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|^2=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|^2.$

$\therefore \overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0,\therefore \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$

$\because \overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CA}\cdot(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA})=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}^2=1^2=1,$ 则选择C.

9.已知 a，b，c 为三条不同的直线，下列说法正确的是

A. 若 a//b，b⊂α，则 a//α

B. 若 a⊂α，b⊂β，a//b，则α//β

C. 若α//β，a//α，则α//β

D. 若α∩β=α，β∩γ=b，α∩γ=c，a//b 则 b//c

E. 【答案】D

F. 【解析】A, 若 a∥b,b⊂a, 则 a∥α或 a⊂α,故 A 不正确。B, 若 a⊂α,b⊂β, α∥β或α与β相交,故 B 不正确。C,若α∥β, a∥α, 则α∥β或α⊂β,故 C 不正确。D，由 a∥b 可得 b∥a,

易证 b∥c.故此题选 D.

10、若 x、y 满足约束条件 $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \le 3 \\ 3x \le y \end{cases}$，最大值为

A. 3

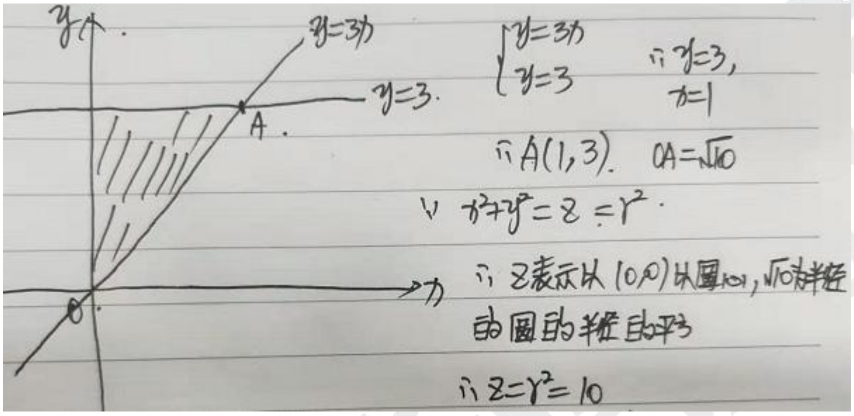
B. $\sqrt{10}$

C. 9

D. 10

【答案】D

【解析】考察线性规划知识点



故此题选 D.

11、若函数 f(x)=sin(2x+ϕ)〔|ϕ|＜$\frac{\pi}{2}$〕的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后关于 y 轴对称

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】C

【解析】将函数 f(x)=sin(2x+ ϕ)（| ϕ |＜ $\frac{\pi}{2}$ ）的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后，得到 f(x)=sin(2x+ $\frac{\pi}{3}$ + φ)的图像，再根据所得图像关于 y 轴对称，可得 $\frac{\pi}{3}+\phi=\frac{\pi}{2}+k\pi$, 即 $\phi=\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in Z$, 又 $|\phi|<\frac{\pi}{2}$，$\therefore \phi<\frac{\pi}{2}, f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，$\because x\in[-\frac{\pi}{2},0], \therefore 2x+\frac{\pi}{6}\in[-\frac{5\pi}{6},\frac{\pi}{6}]$，故当 $\therefore 2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$ 时，f(x)取的最大值为 $\frac{1}{2}$

12、在△ABC 中，sin $\frac{B}{2}$ = $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

A. 4 $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{30}$

C. $\sqrt{29}$

D. 2 $\sqrt{5}$

【答案】A

【解析】

$\because \sin\frac{B}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ $\therefore \sin^2\frac{B}{2}=\frac{4}{5}$ $\therefore \cos^2\frac{B}{2}=\frac{1}{5}$

$\therefore \cos B=\cos^2\frac{B}{2}-\sin^2\frac{B}{2}=\frac{1}{5}-\frac{4}{5}=-\frac{3}{5}$.

$\because \cos B=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=\frac{1+25-AC^2}{2\times5}=\frac{26-AC^2}{10}=-\frac{3}{5}$

$\therefore AC=4\sqrt{2}$.

13、哥德·巴赫猜想是“每个大于 2 的偶数可以表示为两个素数之和”如 10=3+7

A. $\frac{1}{18}$

B. $\frac{1}{15}$

C. $\frac{1}{14}$

D. $\frac{1}{12}$

【答案】B

【解析】在不超过 30 的素数中有 2，3，5，7，11，13，17，19，23，29 共 10 个，从中选 2 个不同的数有 C210＝45 种，

和等于 30 的有（7，23），（11，19）（13，17），共 3 种，则对应的概率 P＝3/45=1/15。

故本题选 B。

14. 已知 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{2}{3}\tan\alpha$

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{10}$

C. $-\frac{1}{5}$

D. $\pm\frac{1}{5}$

【答案】C

【解析】因为 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\alpha+1}{1-\tan\alpha}=-\frac{2}{3}\tan\alpha$，得 $\tan\alpha=3$ 或 $\tan\alpha=-\frac{1}{2}$，

$\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=\frac{2\sin\alpha+\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{1}=\frac{2\sin\alpha+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}=\frac{2\tan\alpha+1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$，代入得

$-\frac{1}{5}$

15. 已知函数 $f\left(x\right)=e^{x-1}-e^{-x+1}$ 则

A. $f\left(c\right)<f\left(a\right)<f\left(b\right)$

B. $f\left(a\right)<f\left(c\right)<f\left(b\right)$

C. $f\left(a\right)<f\left(b\right)<f\left(c\right)$

D. $f(c)<f(b)<f(a)$

【答案】B

【解析】

$\because f(x)=e^{x-1}-e^{-x+1}$ $\therefore=e^{x-1}-\frac{1}{e^{x-1}}=e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}}$

$\therefore f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增

$\because 2^a=\log_3 b=c$. $\therefore b=3^c$. $\therefore b>c$

$\because 2^a=c$ $\therefore c>a$ $\therefore b>c>a$.

$\therefore f(a)<f(c)<f(b)$.

故本题选 B..

16. 已 知 双 曲 线 $C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ (a>0, b>0) 的 左 右 焦 点 分 别 为 F_1 、 F_2 ， 抛 物 线 $C_2:y^2=-2px$（p>0）的准线方程为 $x<\frac{a^2}{c}$

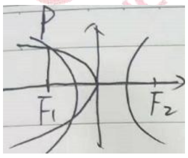
A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. 2

D. $\sqrt{5}$

【答案】B

【解析】

抛物线 $y^2=-2px(p>0)$ 准线为 $x=\frac{p}{2}$

又 $x=\frac{a^2}{c}$ ∴ $\frac{p}{2}=\frac{a^2}{c}$ ∴ $p=\frac{2a^2}{c}$

$PF_1\perp F_1F_2$ ∴ $P(x_P,y_P)$ $x_P=-c$ ∵P在抛物线上

∴ $y_P^2=-2p\cdot(-c)=2pc$ ∴ $y_P=\sqrt{2pc}$

又 PF_1 为双曲线通径的一半 ∴ $PF_1=\frac{b^2}{a}$

∴ $\sqrt{2pc}=\frac{b^2}{a}$ 即 $\sqrt{2\cdot\frac{2a^2}{c}\cdot c}=\frac{b^2}{a}\Rightarrow 2a=\frac{b^2}{a}$

∴ $b^2=2a^2$

又 $c^2=a^2+b^2=3a^2$ ∴ $e^2=3$

∴ $e=\sqrt{3}$

17. 已知函数 $f(x)=e^{2|x|}+ax^2$

则实数 a 的取值范围是

A.[-2e, +∞)

B.[2e ,+∞)

C.[-2e,0]

D.[0,2e]

【答案】A

【解析】

$f(x)=e^{2|x|}+ax^2$ 为偶函数

且在 $(-\infty,0)$ 上为单调递减，则 $(0,+\infty)$ 为单增

$f(0)=e^0=1$

当$x<0$时，$f(x)=e^{-2x}+ax^2$为减函数

∴ $f'(x)=-2\cdot e^{-2x}+2ax\le 0$

即 $2ax\le 2e^{-2x}$

∵ $x<0$ ∴ $a\ge \frac{e^{-2x}}{x}$

即 $a\ge \frac{1}{x\cdot e^{2x}}$ 恒成立.

令 $g(x)=x\cdot e^{2x}$ $(x<0)$

则 $g'(x)=e^{2x}+2xe^{2x}=e^{2x}(2x+1)$

∴ $g(x)$在$(-\infty,-\frac{1}{2})$上单调递减

$(-\frac{1}{2},0)$上单调递增

∴ $g(x)$在$x=-\frac{1}{2}$处取得最小值，$g(x)_{min}=-\frac{1}{2e}$

∴ $\frac{1}{x\cdot e^{2x}}$最大值为$-2e$

∴ $x\ge -2e$

三、（每题 3 分）

18. 若（x+3）展开式,则 a=

【答案】2

【解析】

$(x-\frac{a}{x})^5$中，$T_{r+1}=C_5^r x^{5-r}(\frac{-a}{x})^r=C_5^r(-a)^r\cdot x^{5-2r}$

当$5-2r=-1$时 $r=3$ 此时 $T_4=C_5^3\cdot(-a)^3\cdot x^{-1}=10(-a)^3x^{-1}$

∴ $(x+3)(x-\frac{a}{x})^5$中常数项为-80

$x\cdot 10(-a)^3x^{-1}=-10a^3=-80$ ∴ $a=2$

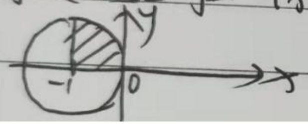
19. $\int_{-1}^{0}\sqrt{1-(x+1)^2}\,dx=$

【答案】$\frac{\pi}{4}$

【解析】

$\int_{-1}^{0}\sqrt{1-(x+1)^2}\,dx$

表示 $[-1,0]$ 区间上 $(x+1)^2+y^2=1$ 的面积，(阴影部分)



∴答案为 $\frac{\pi}{4}$

20. 已知函数 $f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}+x)+1$

【答案】$x>\frac{1}{4}$

【解析】

20. $f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}+x)+1$

$g(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}+x)$ 为奇函数 ∴ $g(x)+g(-x)=0$

即 $f(x)+f(-x)=2$

且函数 $f(x)$ 在定义域内单调递增

∵ $f(2x-1)+f(2x)>2$ 即 $f(2x-1)+2-f(-2x)>2$

∴ $f(2x-1)>f(-2x)$

由单调性知 $2x-1>-2x$ ∴ $4x>1$

∴ $x>\frac{1}{4}$

21. 在边长为 2 的菱形 ABCD 中，BD= $2\sqrt{3}$，将菱形 ABCD 沿对角线 AC 对折

【答案】$\frac{2}{3}\pi$

【解析】∵菱形 $ABCD$ 中，$AD=2, BD=2\sqrt{3}, \therefore \angle DAB=120^\circ$

设 $AC\cap BD=O$，$\therefore DO\perp AC$，$BO\perp AC$，

在三棱锥 $A-BCD$ 中，$DO=BO=\sqrt{3}$，$DB=1$，

$\therefore BD=\sqrt{OD^2+OB^2-2ODOB\cos\angle DOB}=2.$

∴三棱锥 $A-BCD$ 是棱长为 2 的正四面 体，

设三棱锥 $A-BCD$ 的内切球的半径为 r，

$\because AC\perp$ 面 DOB，

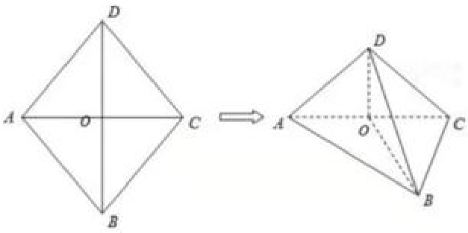
则三棱锥 $A-BCD$ 的体积

$V=\frac{1}{3}\times S\triangle BOD\times AC=4\times\frac{1}{3}\times S\triangle ABC\times r.=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}\times2$

$=4\times\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2\times r$

$\therefore r=\frac{\sqrt{6}}{12}\times2=\frac{\sqrt{6}}{6}$

∴三棱锥 $A-BCD$ 的内切球的表面积为 $4\pi r^2=\frac{2\pi}{3}$



22.（8 分）

设数列$\{a_n\}$满足 $a_1=6,a_{n+1}-a_n=3x2$",

(1) 求数列$\{a_n\}$的通项公式

(2) 令 $b_n=15-\log_2[⅓a_n]$,记数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 S_n,求 S_n 及 S_n 的最大值

【答案】（1）3×2^n；（2）$S_n=-\frac{1}{2}n^2+\frac{29}{2}n$；最大值为：105

【解析】

(1). $a_1=6$, $a_{n+1}-a_n=3\times2^n$. ∴ $a_n-a_{n-1}=3\times2^{n-1}$.

∴ $a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}+a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1$

$=3\times(2^{n-1}+2^{n-2}+\cdots+2^1)+6$.

$=3\times(2^n-2)+6=3\times2^n$

(2). $b_n=15-\log_2(\frac{1}{3}a_n)=15-\log_2(\frac{1}{3}\times3\times2^n)=15-\log_2 2^n$.

$=15-n$.

∴ $b_1=15-1=14$ ∴ $\{b_n\}$是首项$b_1=14$, $d=-1$的等差数列.

∴ $S_n=\frac{(b_1+b_n)n}{2}=\frac{(14+15-n)\times n}{2}=-\frac{1}{2}n^2+\frac{29}{2}n$.

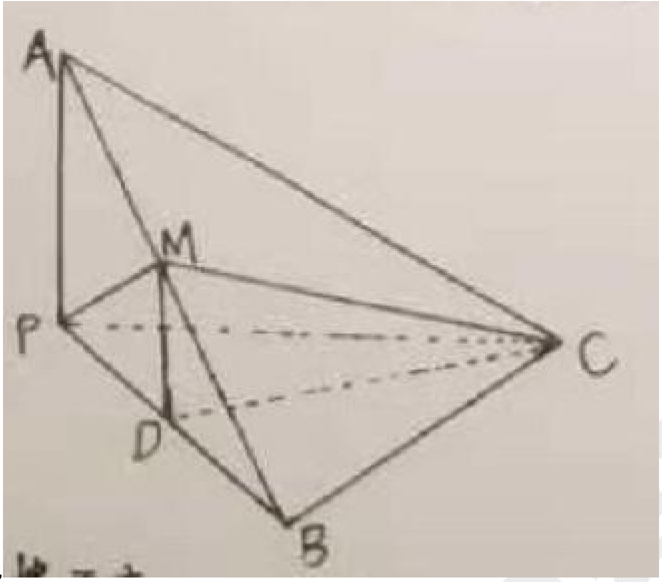
∵ $-\frac{b}{2a}=\frac{-\frac{29}{2}}{2\times(-\frac{1}{2})}=\frac{29}{2}=14.5$.

∴ $n=14$或15时取最大值

(3) $S_{max}=\frac{(14+15-14)\times14}{2}=\frac{(14+15-15)\times15}{2}=105$.

23.（8 分）

如图，已知三棱锥 A-BPC 中求证：BC⊥平面



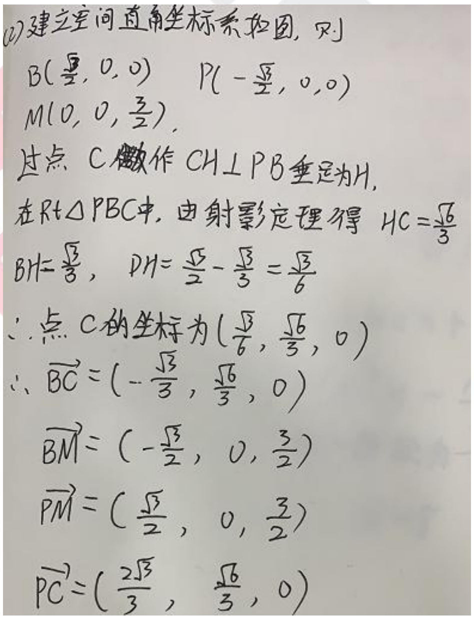
APC,

（1）若 BC=1 ,则 AB=2$\sqrt{3}$

【解析】(1) 证明：∵△PMB 为正三角形，且 D 为 PB 的中点，$\therefore MD\perp PB$，又∵M 为 AB 的中点，D 为 PB 的中点，$\therefore MD//AP$，$\therefore AP\perp PB$. 又已知 $AP\perp PC$，$\therefore AP\perp$ 平面PBC，$\therefore AP\perp BC$，

又$\because AC\perp BC, AC\cap AP=A, \therefore BC\perp$ 平面APC .

（2）


(2) 建立空间直角坐标系如图，则

B($\frac{\sqrt{3}}{2}$, 0, 0)　P($-\frac{\sqrt{3}}{2}$, 0, 0)

M(0, 0, $\frac{3}{2}$).

过点 C 作 CH⊥PB 垂足为H.

在Rt△PBC中，由射影定理得 HC=$\frac{\sqrt{6}}{3}$

BH=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，DH=$\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{6}$

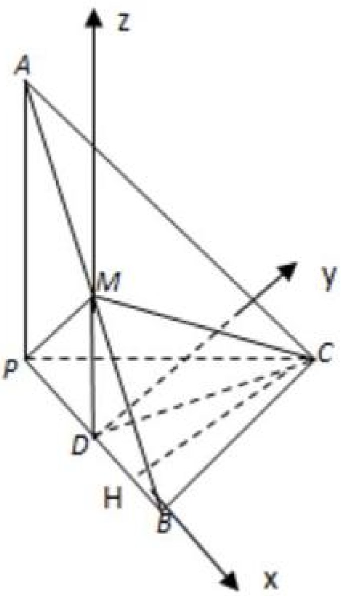
∴点C的坐标为($\frac{\sqrt{3}}{6}$, $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 0)

∴ $\overrightarrow{BC}=(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}, 0)$

$\overrightarrow{BM}=(-\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{3}{2})$

$\overrightarrow{PM}=(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{3}{2})$

$\overrightarrow{PC}=(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}, 0)$



∴设平面 BMC 的法向量 $\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$

则由 $\begin{cases}\vec{BC}\cdot\vec{m}=0\\ \vec{BM}\cdot\vec{m}=0\end{cases}$ 得：$\begin{cases}-\frac{\sqrt{3}}{3}x_1+\frac{\sqrt{6}}{3}y_1=0\\ -\frac{\sqrt{3}}{2}x_1+\frac{3}{2}z_1=0\end{cases}\Rightarrow \vec{m}=(1,\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{3}}{3})$

设平面 PMC 的一个法向量为 $\vec{n}=(x_2,y_2,z_2)$

则由 $\begin{cases}\vec{PM}\cdot\vec{n}=0\\ \vec{PC}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}\frac{\sqrt{3}}{2}x_2+\frac{3}{2}z_2=0\\ \frac{2\sqrt{3}}{3}x_2+\frac{\sqrt{6}}{3}y_2=0\end{cases}\Rightarrow \vec{n}=(1,-\sqrt{2},-\frac{\sqrt{3}}{3})$

∴ $\cos<\vec{m},\vec{n}>=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{1-1-\frac{1}{3}}{\sqrt{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}\sqrt{1+2+\frac{1}{3}}}=-\frac{\sqrt{55}}{55}$

∴二面角 B-MC-P 的平面角是钝角，∴二面角 B-MC-P 的余弦值为 $-\frac{\sqrt{55}}{55}$.

24.（8 分）

“二青会”志愿者数据分析，统计了 A,B 两种不同社区报名情况，在 A,B 两类社区中，比较哪类社区的居民对对志愿者活动参与性更高，并说明理由，

（1）在被抽取的 10 个居民小区中，从报名人数中不低于 120 的居民小区中随机抽取 3 个居民小区

A 类			B 类		
	9	10			
4	1	11	1	2	
	0	12	1	5	6
	1	13			

（1）B 社区参与性更高;（2）$E(X)=\frac{9}{5}$

【解析】（1）A 社区参与人数为：109+111+114+120+131=585 人

B 社区参与人数为：111+112+121+125+126=595 人

则 B 社区的参与性更高

$P(X=1)=\frac{C_2^1\times C_3^1}{C_5^3}=\frac{3}{10}$， $P(X=2)=\frac{C_2^1\times C_3^2}{C_5^3}=\frac{3}{5}$

$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}$

X	1	2	3
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

$E(X)=1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{10}=\frac{9}{5}$.

25.(8 分)

已知椭圆 $C=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，且椭圆 C 过点 $(\sqrt{3},-\frac{\sqrt{2}}{2})$

(1)求椭圆 C 的方程

(2)若 $\overrightarrow{MS}=\overrightarrow{SN}$，$\overrightarrow{PT}=\overrightarrow{TQ}$,探究：直线 ST 是否过定点？若是，请求出定点坐标；若不是，请说明理由

【解析】

(1)由题意可得：

$\frac{3}{a^2}+\frac{1}{2b^2}=1, \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}, a^2=b^2+c^2$,联立解

得： $a=2, b=c=\sqrt{2}$.

$\therefore$椭圆 C的标准方程为： $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$.

(2)$\overrightarrow{MS}=\overrightarrow{SN}, \overrightarrow{PT}=\overrightarrow{TQ}$,

$\therefore S$， T分别为 MN， PQ的中点。

当两条直线的斜率存在且为 0 时，设直线 l_1 的

方程为： $y=k(x-1)$.

则直线 l_2 的方程为：

$y=-\frac{1}{k}(x-1), P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$,

$M(x_3, y_3), N(x_4, y_4)$.

联立 $\begin{cases} y=k(x-1) \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1 \end{cases}$,得

$\left(2k^2+1\right)x^2-4k^2x+2k^2-4=0$,

$\triangle>0$.

$\therefore x_1+x_2=\frac{4k^2}{2k^2+1}, x_1x_2=\frac{2k^2-4}{2k^2+1}$,

$\therefore PQ$的中点 T的坐标为：

$\left(\frac{2k^2}{2k^2+1}, \frac{-k}{2k^2+1}\right)$.

同理可得： MN 的中点 S的坐标为

$\left(\frac{2}{k^2+2}, \frac{k}{k^2+2}\right)$.

$\therefore k_{ST}=\frac{-3k}{2\left(k^2-1\right)}$.

$\therefore$直线 ST的方程为：

$y+\frac{k}{2k^2+1}=\frac{-3k}{2\left(k^2-1\right)}\left(x-\frac{2k^2}{2k^2+1}\right)$,即

$y=\frac{-3k}{2\left(k^2-1\right)}\left(x-\frac{2}{3}\right)$,

$\therefore$直线 ST过定点 $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$.

当两条直线的斜率分别为 0 和不存在时，直线 ST 的方程为： $y=0$，也过点 $\left(\frac{2}{3},0\right)$.

综上所述：直线 ST 过定点 $\left(\frac{2}{3},0\right)$.

26. （10 分）

已知函数 $f(x)=a(x-\ln x)+\ln x+\frac{1}{x}(a\neq 0)$

（1）判定函数 $f(x)$ 的单调性

（2）设 $g(x)=x^2+(a+1)\ln x-ax-\frac{1}{x}$，求 x_1+x_2 最小值

【解析】

已知函数 $f(x)=a(x-\ln x)+\ln x+\frac{1}{x}(a\neq 0)$

(1)判断函数 $f(x)$ 的单调性

（2）设 $g(x)=x^2+(a+1)\ln x-ax-\frac{1}{x}$, 且 $F(x)=f(x)+g(x)$

对任意实数 $\lambda\in[1,2]$, 若存在 x_1, x 使得 $F(x_1)+F(x_2)=\lambda(x_1+x_2)$，求 x_1+x_2 最小值。

（3）

(1)由题有$f' = \dfrac{(x-1)(ax+1)}{x^2}(x>0)$

当a＞0，单增区间$(1,+\infty)$，单减区间$(0,1)$；

当-1＜a＜0，单增区间$(1,-\dfrac{1}{a})$，单减区间$(0,1)$，$(-\dfrac{1}{a},+\infty)$；

当a＜-1，单增区间$(-\dfrac{1}{a},1)$，单减区间$(0,-\dfrac{1}{a})$，$(1,+\infty)$

当a=-1，单增区间$(0,+\infty)$.

(2) $F(x)=x^2+2\ln x$

由题意得$(x_1+x_2)^2-\lambda(x_1+x_2)=2x_1x_2-2\ln x_1x_2$

$2x_1x_2-2\ln x_1x_2\geqslant 2$，即$(x_1+x_2)^2-\lambda(x_1+x_2)\geqslant 2$，$\lambda\in[1,2]$

$(x_1+x_2)^2-\lambda(x_1+x_2)-2\geqslant 0$又$x_1+x_2>0$，当$\lambda=2$时，可以取到

$(x_1+x_2)^2-\lambda(x_1+x_2)-2\geqslant (x_1+x_2)^2-2(x_1+x_2)-2\geqslant 0$

故解得$x_1+x_2\geqslant 1+\sqrt{3}$或$x_1+x_2\leqslant 1+\sqrt{3}$（舍）综上所述$x_1+x_2$最小值为$1-\sqrt{3}$。