



敲重点咯！

寄语

数学公式知多少？公式怎么用知多少？很多人认为数学把公式记住了就等于理解，可做题时候还是一头雾水。学习讲究付出与回报，如果你付出了 100% 努力，却得到 1% 的回报，说明你努力的方向错了，学习的方法有偏差。本书不仅通过思维框架方式展示数量关系与资料分析重要公式，更重要的是匹配了公式的使用方法，结合例题，使抽象的公式具体化，让你避免走弯路。

聪明在于学习，天才在于积累，所谓天才，实际是依靠学习。



【温馨提示：本书配套直播课，敲重点，详细解，别忘了在礼包购买端听课哟！】



数量关系重要公式

第一章 数字特性	1
第二章 工程问题	4
第三章 经济利润问题	9
第四章 行程问题	13
第五章 容斥原理	19
第六章 排列组合问题	23
第七章 概率问题	28
第八章 最值问题	32
第九章 几何问题	35
第十章 溶液问题	41

资料分析重要公式

第一章	基期量	44
第二章	增长量	50
第三章	增长率	58
第四章	比重	65
第五章	平均数计算	71
第六章	倍数计算	77



数量关系重要公式



第一章 数字特性

思维导图 · 考点速记



奇偶特性



奇数指不能被 2 整除的整数。偶数是能够被 2 所整除的整数 (0 是偶数)。

加、减法：奇数 \pm 奇数=偶数、偶数 \pm 偶数=偶数、奇数 \pm 偶数=奇数

乘法：奇数 \times 奇数=奇数、奇数 \times 偶数=偶数、偶数 \times 偶数=偶数

推论：(1) 同性为偶，异性为奇

(2) 两个数的和与差奇偶性相同

【例 1】某果品公司计划安排 6 辆汽车运载 A、B、C 三种水果共 32 吨进入某市销售，要求每辆车只装同一种水果且必须装满，根据下表提供的信息，则有_____种安排车辆方案。

水果种类	A	B	C
每辆汽车运载量 (吨)	6	5	4

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】 A

【解析】 第一步，本题考查不定方程。

第二步，设运送三种水果的车辆数分别为 X、Y、Z，根据题意可列式① $X+Y+Z=6$ ；
② $6X+5Y+4Z=32$ ，X、Y、Z 为车辆数都为正整数，②中 6X 和 4Z 都为偶数，所以 Y 必然是偶数，且 $Y \leq 4$ ，Y=2 或 4。当 Y=4 时 X=2、Z=0 不符合题意，故本题解只有一组 X=3、Y=2、Z=1。

因此，选择 A 选项。



倍数特性



题型特征：题干中出现比例、分数、小数、倍数、百分数

若 $a:b=m:n$ (m, n 互质), 则 a 是 m 的倍数、 b 是 n 的倍数、 $a \pm b$ 是 $m \pm n$ 的倍数

【例 2】 某高校本年度毕业学生 3060 名，比上年度增长 2%。其中本科生毕业数量比上年度减少 2%，而研究生数量比上年度增加 10%，那么，这所高校本年度本科生毕业数量是：

A. 1900

B. 1990

C. 1960

D. 1930

【答案】 C

【解析】 第一步，本题考查基础应用题，用数字特性法解题。

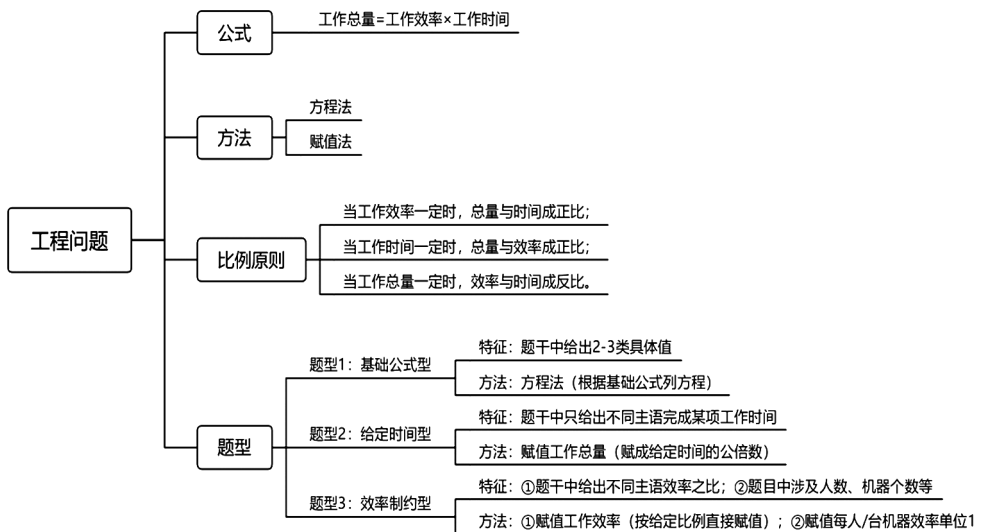
第二步，由题干条件“本科生毕业数量比上年度减少 2%”，可得今年本科毕业生 = $(1 - 2\%) \times$ 去年本科毕业生，今年本科毕业生 = $98\% \times$ 去年本科毕业生，即今年本科毕业生 = $\frac{49}{50} \times$ 去年本科毕业生，可知今年本科毕业生人数为 49 的倍数，只有 C 选项符合。

因此，选择 C 选项。



第二章 工程问题

思维导图 · 考点速记



基础公式型



做某一件事，制造某种产品，完成某项任务，完成某项工程等等，都要涉及到工作总量、工作效率、工作时间这三个量，探讨这三个数量之间关系的应用题，统称为“工程问题”。

基本公式：工作总量=工作效率×工作时间



【例 1】某工程队计划每天修路 560 米，恰好可按期完成任务。如每天比计划多修 80 米，则可以提前 2 天完成，且最后 1 天只需修 320 米。问如果要提前 6 天完成，每天要比计划多修多少米？

A. 160

B. 240

C. 320

D. 400

【答案】B

【解析】第一步，本题考查工程问题。

第二步，设原计划修路时间为 t 天，可列方程： $560t = (560 + 80) \times (t - 3) + 320$ ，解得 $t = 20$ ，可得修路总长度为 $560 \times 20 = 11200$ （米）。

第三步，要想时间提前 6 天完成，即 $20 - 6 = 14$ （天）完成，则每天共需修路 $11200 \div 14 = 800$ （米），那么比原计划每天多修 $800 - 560 = 240$ （米）。

因此，选择 B 选项。

给定时间型



题干中给出不同主体完成工作所需的时间，问题往往也问时间，赋值几个时间的公倍数为工作总量。

基本做题思路：

- ①赋值工作总量为时间公倍数
- ②求效率
- ③列式求解

【例 2】为支持“一带一路”建设，某公司派出甲、乙两队工程人员出国参与一个高铁建设项目。如果由甲队单独施工，200 天可完成该项目；如果由乙队单独施工，则需要 300 天。甲、乙两队共同施工 60 天后，甲队被临时调离，由乙队单独完成剩余任

务，则完成该项目共需（ ）天。

A. 120

B. 150

C. 180

D. 210

【答案】 D

【解析】 第一步，本题考查工程问题，属于时间类。

第二步，赋值工作总量为时间（200 天、300 天）的公倍数 600，则甲的效率是 $600 \div 200 = 3$ ，乙的效率是 $600 \div 300 = 2$ 。

第三步，甲、乙两队共同施工 60 天后，还剩余工作量为 $600 - (2+3) \times 60 = 300$ 。则乙队单独完成需要 $300 \div 2 = 150$ （天），完成该项目共需 $60 + 150 = 210$ （天）。

因此，选择 D 选项。

【例 3】 为发展乡村旅游，某地需建设一条游览线路，甲工程队施工，工期为 60 天，费用为 144 万元；若由乙工程队施工，工期为 40 天，费用为 158 万元。为在旅游旺季到来前完工，工期不能超过 30 天，为此需要甲、乙两工程队合作施工，则完成此项工程的费用最少是：

A. 156 万元

B. 154 万元

C. 151 万元

D. 149 万元

【答案】 C

【解析】 第一步，本题考查工程问题。

第二步，赋值工程总量为 120，甲的效率为 2、乙的效率为 3，甲每天费用为 $\frac{144}{60} = 2.4$ 万元、乙每天费用为 $\frac{158}{40} = 3.95$ 万元，甲完成 1 的工作量费用为 $\frac{2.4}{2} = 1.2$ 万元、乙为 $\frac{3.95}{3} \approx 1.32$ 万元，要想费用尽可能少，应尽量多用甲。

第三步，甲工作 30 天完成 $30 \times 2 = 60$ 的工作量，剩余 60 由乙完成需要 $60 \div 3 = 20$ 天，总费用为 $2.4 \times 30 + 3.95 \times 20 = 151$ （万元）。

因此，选择 C 选项。



效率制约型



题干中给出不同主体的效率间关系（相等、比例、倍数等），赋值效率为最简比例。
或题干中给出 n 个相同的主体做工，赋值每个主体的效率为 1。

基本做题思路：

- ①赋值效率
- ②求工作总量
- ③列式求解

【例 4】农场使用甲、乙两款收割机各 1 台收割一片麦田。已知甲的效率比乙高 25%，如安排甲先工作 3 小时后乙加入，则再工作 18 小时就可以完成收割任务。问如果增加 1 台效率比甲高 40% 的丙，3 台收割机同时开始工作，完成收割任务的用时在以下哪个范围内？

- | | |
|---------------|--------------|
| A. 8 小时以内 | B. 8—10 小时之间 |
| C. 10—12 小时之间 | D. 12 小时以上 |

【答案】 C

【解析】 第一步，本题考查工程问题。

第二步，赋值乙的效率为 4，那么甲的效率为 $4 \times (1+25\%) = 5$ ，则丙的效率为 $5 \times (1+40\%) = 7$ 。总量为 $5 \times 3 + (4+5) \times 18 = 177$ ，则甲乙丙合作需要 $177 \div (4+5+7) = 11^+$ ，介于 10—12 小时之间。

因此，选择 C 选项。

【例 5】某件刺绣产品，需要效率相当的三名绣工 8 天才能完成；绣品完成 50% 时，一人有事提前离开，绣品由剩下的两人继续完成；绣品完成 75% 时，又有一人离

开，绣品由最后剩下的那个人做完。那么，完成该件绣品一共用了：

A. 10 天

B. 11 天

C. 12 天

D. 13 天

【答案】 D

【解析】 第一步，本题考查工程问题，属于条件类。

第二步，赋值每个绣工的效率为 1，则工作总量为 $1 \times 3 \times 8 = 24$ 。分段计算：①绣品完成 50%

时，3 名绣工完成所需时间为： $\frac{24 \times 50\%}{3} = 4$ （天）；②绣品完成 75% 时，2 名绣工完成所需时间：

$\frac{24 \times (75\% - 50\%)}{2} = 3$ （天）；③1 名绣工的完成所需时间： $\frac{24 \times (1 - 75\%)}{1} = 6$ （天）。

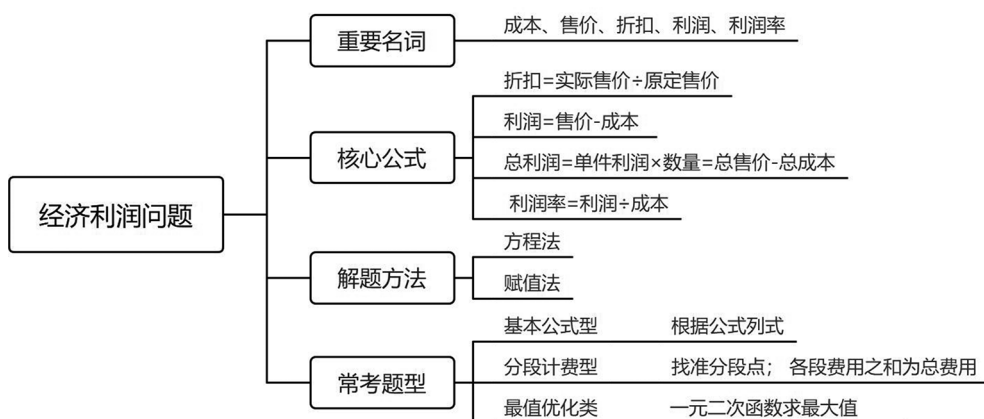
第三步，共用时为 $4 + 3 + 6 = 13$ （天）。

因此，选择 D 选项。



第三章 经济利润问题

思维导图·考点速记



基本公式型



经济利润问题是数量关系考试中的高频题型，主要考查成本、利润、售价、销量、总利润、折扣各个量间的相关计算，在考试中往往难度不大，属于拿分题型。

经济利润问题中常见公式：

① 利润 = 售价 - 成本

② 售价 = 成本 × (1 + 利润率)

③ 利润率 = 利润 ÷ 成本

④ 售价 = 定价 × 折扣

⑤ 总利润 = 单利润 × 销量 = 总收入 - 总成本

【例 1】 商店采购了一种水果，第一天在进货成本基础上加价 40% 销售，从第二天开始，每天的销售价格都比前一天低 10%。已知第三天这种水果的售价比第一天降低了 13.3 元/千克。问这种水果的进货成本为多少元/千克？

A. 35

B. 40

C. 45

D. 50

【答案】 D

【解析】 第一步，本题考查经济利润问题。

第二步，设水果的进货成本为 x 元/千克，根据题意，则第一天的售价为 $1.4x$ 元/千克，第三天的售价为 $1.4x \times (1-10\%) \times (1-10\%) = 1.134x$ (元/千克)，根据第三天比第一天降低 13.3 元/千克，可得 $1.4x - 1.134x = 13.3$ ，解得 $x = 50$ 。

因此，选择 D 选项。

【例 2】 一种设备打九折出售，销售 12 件与原价出售销售 10 件时获利相同。已知这种设备的进价为 50 元/件，其他成本为 10 元/件。问如打八折出售，1 万元最多可以买多少件？

A. 80

B. 83

C. 86

D. 90

【答案】 B

【解析】 第一步，本题考查经济利润问题。

第二步，设原价为 x ，根据题意有 $12 \times (0.9x - 50 - 10) = 10 \times (x - 50 - 10)$ ，解得 $x = 150$ 。如果打八折售价变为 $150 \times 0.8 = 120$ ，则 1 万元最多可以买的件数为 $10000 \div 120 \approx 83.3$ ，最多可以买 83 件。

因此，选择 B 选项。



分段计费型



常见的分段计费：打车、快递、税费、水费、电费、购物……

解题方法：①找准分段点；②各段费用之和为总费用。

【例3】假设个人出版著作所得稿费纳税方法如下：（1）稿费不超过800元不纳税；（2）超过800元但不超过4000元的部分纳税10%；（3）超过4000元的部分纳税15%。已知张教授出版一部著作，纳税620元，则张教授的这笔稿费是多少元？

A. 9000

B. 8000

C. 7000

D. 6000

【答案】 D

【解析】第一步，本题考查经济利润问题，属于分段计费类。

第二步，小于等于800元不交税，800至4000元的部分交税320元，现在交税620元，必定稿费大于4000元。设超出4000的有 x 元，则 $320+15\%x=620$ ，解得 $x=2000$ 。稿费为 $2000+4000=6000$ 元。

因此，选择D选项。

最值优化类



常见问法：在已知售价、成本和销量的情况下，售价每降 p 元，销量就增加 q 件，问利润最大是多少/售价应定为多少能使利润最大化。

法一：将利润 y 写成二次函数的形式 $y=ax^2+bx+c$ （ $a \neq 0$ ），当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时， y 取得最大

值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$ 。

法二：将利润 y 写成乘积的形式 $y=k(m+x)(n-x)$ ($k>0$)，当 $m+x=n-x$ 时 y 取得最大值。

【例 4】某汽车租赁公司有 200 辆同型号的汽车，每辆车的日租金为 100 元时可全部租出；当每辆车的日租金增加 5 元时，未租出的汽车就会多 4 辆，租出的车每天需要维护费 20 元。每辆车的日租金为多少时，租赁公司的日收益最大？

A. 155 元

B. 165 元

C. 175 元

D. 185 元

【答案】D

【解析】解法一：

第一步，本题考查经济利润问题，属于最值优化类。

第二步，设每辆车的日租金增加 $5x$ 元，未租出的汽车就多 $4x$ 辆。此时日租金为 $(100+5x)$ 元，可租出 $(200-4x)$ 辆。根据每天需要维护费 20 元，可得每辆租出的车每天利润为 $100+5x-20=80+5x$ ，则日收益为 $(80+5x) \times (200-4x) = -20x^2 + 680x + 16000$ 。

第三步，当 $x = -\frac{680}{2 \times (-20)} = 17$ 时，获得最大日收益，故每辆车的日租金为 $100+5 \times 17 = 185$ (元)。

因此，选择 D 选项。

解法二：

第一步，本题考查经济利润问题，属于最值优化类。

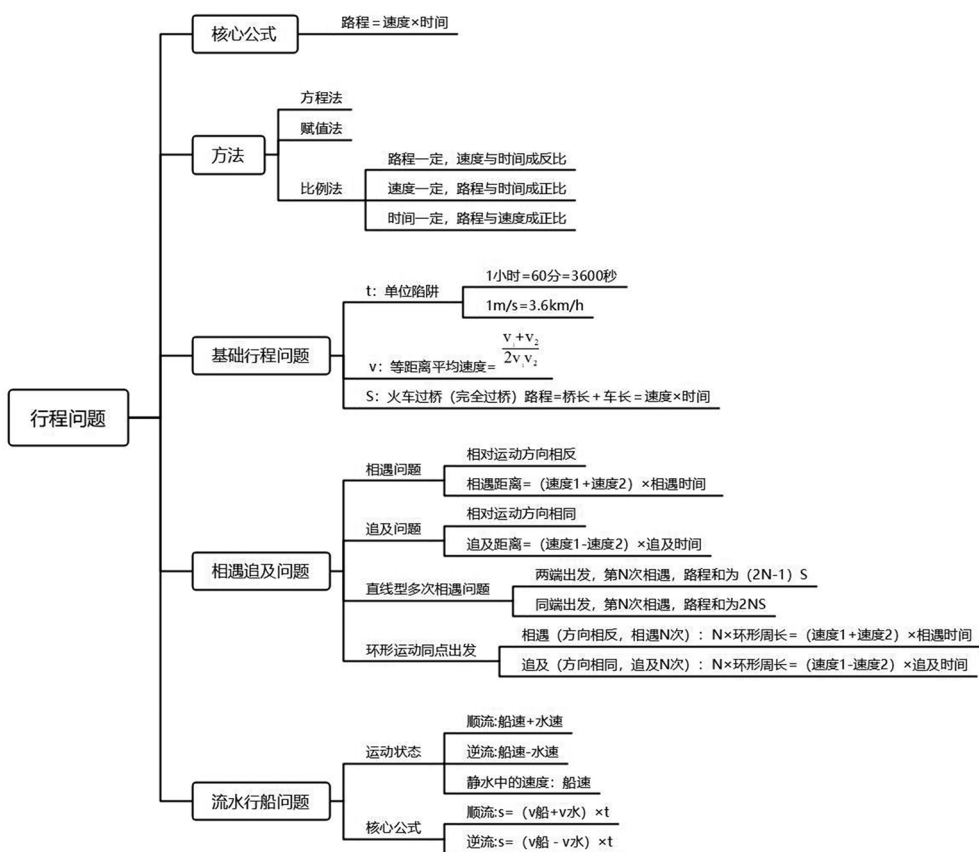
第二步，设每辆车的日租金增加 $5x$ 元，未租出的汽车就多 $4x$ 辆。此时日租金为 $(100+5x)$ 元，可租出 $(200-4x)$ 辆。根据每天需要维护费 20 元，可得每天利润为 $100+5x-20=80+5x$ ，则日收益为 $(80+5x) \times (200-4x) = 20 \times (16+x) \times (50-x)$ 。当 $16+x=50-x$ ，即 $x=17$ 时，日收益取得最大值，此时日租金为 $100+5 \times 17 = 185$ (元)。

因此，选择 D 选项。



第四章 行程问题

思维导图 · 考点速记



基础行程



基础行程问题主要围绕核心公式开展求解，常见的题型有等距离平均速度和火车过桥问题。

一、核心公式

路程 = 速度 × 时间

二、单位换算

时间单位：1 小时 = 60 分钟 = 3600 秒

速度单位：1 m/s = 3.6 km/h

三、火车过桥

火车过桥（完全过桥）总路程 = 桥长 + 车长

四、平均速度

平均速度 = 总路程 ÷ 总时间

等距离平均速度 $\bar{v} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$

【例 1】 小张开车经高速公路从甲地前往乙地。该高速公路限速为 120 千米/小时。返程时发现 1/3 的路段正在维修，且维修路段限速降为 60 千米/小时。已知小张全程均按最高限速行驶，且返程用时比去程用时多 30 分钟，则甲、乙两地距离为多少千米？

A. 150

B. 160

C. 180

D. 200

【答案】 C

【解析】 解法一：第一步，本题考查行程问题。

第二步，除正在维修路段外，其余路段速度不变，用时也相同，故 1/3 正在维修的路段，



返回时比去时多用 30 分钟，即 0.5 小时，设去程时该路段用时 t 小时，那么返回时用时 $(t+0.5)$ 小时，可列方程： $120t=60(t+0.5)$ ，解得 $t=0.5$ ，那么该段路程为 $120 \times 0.5=60$ （千米），全程为 $60 \times 3=180$ （千米）。

因此，选择 C 选项。

解法二：第一步，本题考查行程问题，用比例法解题。

第二步，120 千米/小时与 60 千米/小时，速度之比为 $2:1$ ，速度与时间成反比，所需时间之比为 $1:2$ ，返程比去程用时多 30 分钟，可知 1 份时间为 30 分钟（去程 30 分钟、返程 60 分钟），全程的 $\frac{1}{3}$ 去程用时 30 分钟 $=0.5$ 小时，甲、乙两地距离为 $120 \times 0.5 \times 3=180$ （千米）。

因此，选择 C 选项。

【例 2】 解放军某部进行爬山训练，往返一次用去 6 小时，已知上山时每小时 5 千米，下山时每小时行 10 千米，问山顶到山脚的距离是多少千米？

A. 30

B. 20

C. 40

D. 15

【答案】 B

【解析】 第一步，本题考查行程问题，属于基本行程类。

第二步，根据等距离平均速度公式，可知： $\bar{v} = \frac{2 \times 5 \times 10}{5+10} = \frac{20}{3}$ （千米/小时），距离为

$$\frac{\frac{20}{3} \times 6}{2} = 20 \text{（千米）}。$$

因此，选择 B 选项。

【例 3】 一列火车通过一座 160 米长的桥需要 6 秒，如果火车的速度降为原来的一半，通过一条 100 米长的隧道，需要 10 秒，那么火车的速度如果变为原来的 2 倍，通过一座 280 米长的桥需要多少秒？

A. 3

B. 4

C. 6

D. 8

【答案】B

【解析】第一步，本题考查行程问题。

第二步，火车过桥（隧道），走过的总路程为车长+桥（隧道）长。设这列火车的车长为 m 米，火车原来的速度为 v 米/秒。可列方程组 $m+160=6v$ ， $m+100=\frac{1}{2}v\times 10$ ，解得 $v=60$ ， $m=200$ 。

第三步，如果火车的速度变为原来的 2 倍，则速度为 120 米/秒，设通过一座 280 米的桥用时为 t 秒，可列方程 $200+280=120t$ ，解得 $t=4$ 。

因此，选择 B 选项。

相遇追及



相遇追及问题主要包括直线和环形两种类型，同向运动为追及，反向运动为相遇。

(1) 相遇问题核心公式： $s=(v_1+v_2)\times t$

(2) 直线型多次相遇：

①两端出发型：第 n 次相遇，共走 $(2n-1)s$

②两端出发型：第 n 次相遇，共走 $2ns$

(3) 追及问题核心公式： $s=(v_1-v_2)\times t$

(4) 环形第 n 次相遇共走 n 个周长；环形第 n 次追及多走 n 个周长

【例 4】某环形跑道，两人由同一起点同时出发，异向而行，每隔 10 分钟相遇一次；如果两人由同一起点同时出发，同向而行，每隔 25 分钟相遇一次。已知环形跑道的长度是 1800 米，那么两人的速度分别是多少？

A. 126 米/分、54 米/分

B. 138 米/分、42 米/分

C. 110 米/分、70 米/分

D. 100 米/分、80 米/分



【答案】 A

【解析】 第一步，本题考查行程问题。

第二步，设两人的速度分别是 x 米/分和 y 米/分，异向而行为相遇，根据题意有 $1800 = (x+y) \times 10$ ；同向而行为追及，有 $1800 = (x-y) \times 25$ 。解得 $x=126$ ， $y=54$ 。

因此，选择 A 选项。

【例 5】 小王和小李沿着绿道往返运动，绿道总长度为 6 公里。小王每小时走 4 公里；小李每小时跑 8 公里。如果两人同时从绿道的一端出发，则两人第 7 次相遇时的地点距离出发点：

A. 0 公里

B. 2 公里

C. 3 公里

D. 4 公里

【答案】 D

【解析】 第一步，本题考查行程问题。

第二步，同端出发第 7 次相遇两人共走了 $2 \times 7 = 14$ （个）路程，设两人出发后 t 小时第七次相遇，可列方程： $6 \times 14 = (4+8) \times t$ ，解得 $x=7$ ，那么小王走了 $4 \times 7 = 28$ （公里）， $28 \div 6 = 4 \cdots 4$ ，所以距离出发点 4 千米。

因此，选择 D 选项。

【例 6】 老林和小陈绕着周长为 720 米的小花园匀速散步，小陈比老林的速度快。若两人同时从某一点同向出发，则每隔 18 分钟相遇 1 次，若两人同时从某一点反向出发，每隔 6 分钟相遇 1 次，由此可知，小陈绕花园散步一周需要多长时间？

A. 6 分钟

B. 9 分钟

C. 15 分钟

D. 18 分钟

【答案】B

【解析】第一步，本题考查行程问题，属于相遇追及类。

第二步，同向多走一圈需18分钟，反向合走一圈需6分钟，列方程组：

$$\begin{cases} 720 = (v_{\text{陈}} - v_{\text{林}}) \times 18 \\ 720 = (v_{\text{陈}} + v_{\text{林}}) \times 6 \end{cases}, \text{解得 } v_{\text{陈}} = 80 \text{ (米/分钟)}。$$

第三步，小陈绕花园散步一周需要 $\frac{720}{80} = 9$ (分钟)。

因此，选择B选项。

流水行船



流水行船问题主要涉及顺流、逆流两种运动状态。

顺流： $s = (\text{船速} + \text{水速}) \times \text{顺流时间}$

逆流： $s = (\text{船速} - \text{水速}) \times \text{逆流时间}$

【例7】一艘维修快艇沿着河流逆流而上执行维修任务，快艇航行到途中某处时工具包掉进了河里，10分钟后，驾驶员到达目的地时发现工具包丢失后立即返回追寻。已知水的流速为每秒1米，如果工具包会浮在水面上漂流，那么驾驶员将在距离丢失处（ ）米的地方找回工具包。

A. 640

B. 900

C. 1080

D. 1200

【答案】D

【解析】第一步，本题考查行程问题，属于流水行船类。

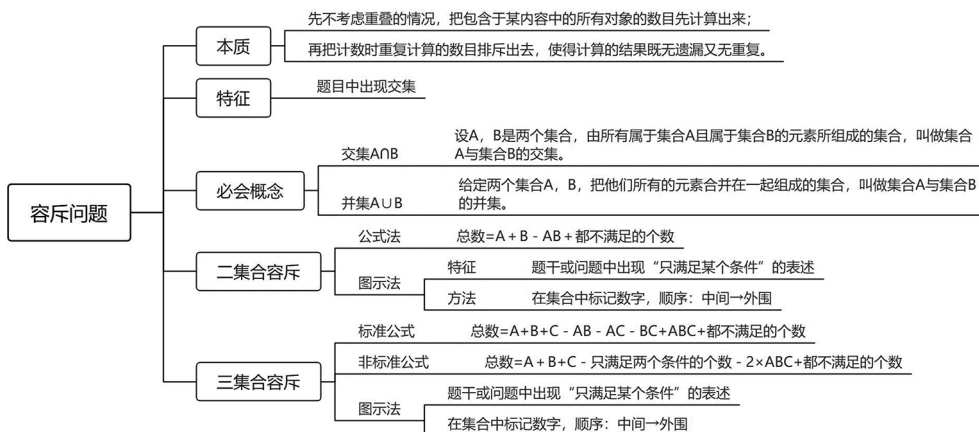
第二步，从丢失到发现共用了10分钟即600秒，设静水中驾驶速度为 v 米/秒，此时工具包与快艇距离为 $(v-1+1) \times 600 = 600v$ 。追及的过程有 $600v = (v+1-1) \times t$ ，可知 $t=600$ 。从丢失到追上共用时两个600秒，即1200秒，工具包漂流了1200米。

因此，选择D选项。



第五章 容斥原理

思维导图·考点速记

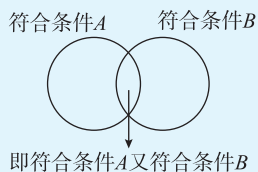


两集合型



核心公式：满足条件1的个数 + 满足条件2的个数 - 两者都满足的个数 = 总个数 - 两者都不满足的个数

常用方法：公式法、画图法



【例1】某单位有107名职工为灾区捐献了物资，其中78人捐献衣物，77人捐献食品。该单位既捐献衣物，又捐献食品的职工有多少人？

A. 48

B. 50

C. 52

D. 54

【答案】A

【解析】第一步，本题考查容斥问题，属于二集合容斥类。

第二步，设既捐献衣物又捐献食品的有 x 人，根据二集合容斥公式可得： $107 = 78 + 77 - x$ ，解得 $x = 48$ （尾数为8）。

因此，选择A选项。

三集合型



1. 三集合标准型公式：

满足条件1的个数+满足条件2的个数+满足条件3的个数-满足条件1和2的个数-满足条件1和3的个数-满足条件2和3的个数+三者都满足的个数=总个数-三者都不满足的个数

2. 三集合非标准型公式：

满足条件1的个数+满足条件2的个数+满足条件3的个数-“只”满足两个条件的个数- $2 \times$ 三者都满足的个数=总个数-三者都不满足的个数

3. 三集合图示例数型：

①特别注意“满足某条件”和“只满足某条件”的区别；

②特别注意有没有“三个条件都不满足的情形”；

③标数时，注意从中间向外标记。



【例2】某班有68人报名参加了绘画、跳舞、唱歌这三种课外活动。已知其中参加绘画活动的有36人，参加跳舞活动的有27人，既参加绘画又参加跳舞活动的有12人，参加唱歌活动的人数是既参加绘画又参加唱歌活动的4倍，还是三种活动均参加人数的7倍，既参加唱歌又参加跳舞活动的人数是三种活动均参加人数的2倍，那么参加唱歌活动的有多少人？

A. 7

B. 14

C. 28

D. 56

【答案】 C

【解析】 第一步，本题考查容斥问题。

第二步，设三种活动均参加人数为 x ，则既参加唱歌又参加跳舞的人数为 $2x$ ，参加唱歌活动的人数为 $7x$ ，则既参加绘画又参加唱歌活动的人数为 $7x \div 4 = 1.75x$ 。

第三步，根据三集合容斥问题标准型公式：总数-都不= $A+B+C-AB-AC-BC+ABC$ ，代入数据可得： $68-0=36+27+7x-12-2x-1.75x+x$ ，解得 $x=4$ ，则参加唱歌活动人数为 $7 \times 4 = 28$ 人。

因此，选择 C 选项。

【例3】某单位26人需要安排在ABC三种不同工作岗位上，发现不能胜任A岗位的有3人，不能胜任B岗位的有2人，不能胜任C岗位的有1人，其中，不能胜任两个及以上岗位的2人，三个岗位都不能胜任的1人，该单位多少人能够胜任所有岗位工作？

A. 21 人

B. 22 人

C. 23 人

D. 24 人

【答案】 C

【解析】 第一步，本题考查容斥原理。

第二步，根据“不能胜任两个及以上岗位的2人，三个岗位都不能胜任的1人”，可知不能胜任两个岗位的有 $2-1=1$ 人。设能够胜任所有岗位工作的人为 x ，根据三集合非标准公式可得： $3+2+1-1-2 \times 1 = 26-x$ ，解得 $x=23$ 人。

因此，选择 C 选项。

【例4】校园晚会有唱歌、舞蹈、相声三类节目共50人参加，其中参加唱歌的有35人，参加跳舞的有23人，只参加相声的有8人，三类项目都参加的有7人，则只同时参加唱歌和跳舞两类节目的有多少人？

A. 10

B. 9

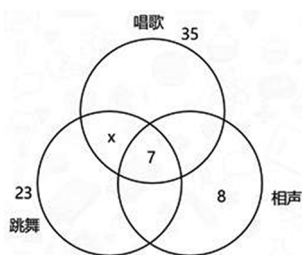
C. 8

D. 7

【答案】B

【解析】第一步，本题考查容斥问题，属于三集合容斥类，用图示法解题。

第二步，设只同时参加唱歌和跳舞两类节目的有 x 人，如下图：



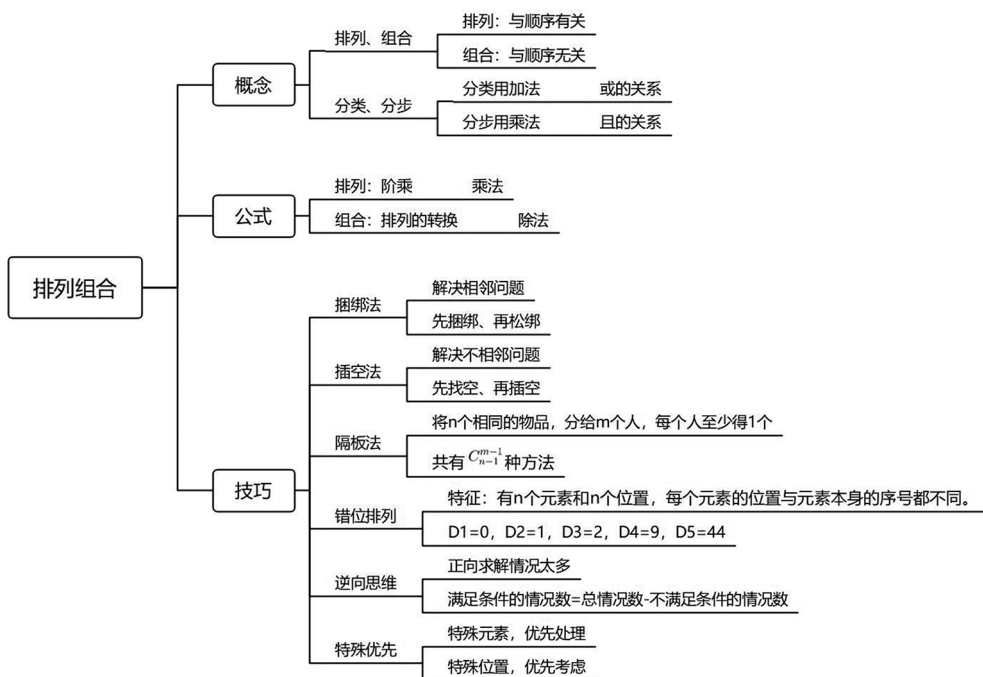
列方程 $35+23-x-7+8=50$ ，解得 $x=9$ 。

因此，选择B选项。



第六章 排列组合问题

思维导图 · 考点速记



基础公式型



排列组合问题是数量关系考试中的必考题型，主要考查排列与组合的区分、分步与分类的区分、A 和 C 的相关计算，考试中容易出现难题，需要考生特别注意。

- ①有序事件用排列（A）、无序事件用组合（C）。
- ②分步用乘法、分类用加法。
- ③正向解情况数较多，考虑逆向思维。

【例 1】某商场开展“助农销售”活动，凡购买某种农产品满 300 元者可获得一个礼盒，其中装有 6 种干货中的随机 3 种各 1 小袋，以及 1 袋小米或红豆。问内容不完全相同的礼盒共有多少种可能？

- A. 30
- B. 40
- C. 45
- D. 50

【答案】 B

【解析】 第一步，本题考查排列组合问题。

第二步，分步考虑，首先从 6 种干货中随机选 3 种各 1 小袋，有 $C_6^3 = 20$ 种，其次从 1 袋小米或者红豆中选择一种，有 $C_2^1 = 2$ 种，故内容不完全相同的礼盒共有 $20 \times 2 = 40$ 种。

因此，选择 B 选项。

【例 2】某高校开设 A 类选修课四门，B 类选修课三门，小刘从中选取四门课程，若要求两类课程各至少选一门，则选法有：

- A. 18 种
- B. 22 种
- C. 26 种
- D. 34 种



【答案】 D

【解析】 解法一：第一步，本题考查排列组合问题。

第二步，要使两类课程各至少选一门，则有三种情况：①A类一门，B类三门， $C_4^1 \times C_3^3 = 4$ （种）；②A类两门，B类两门， $C_4^2 \times C_3^2 = 18$ （种）；③A类三门，B类一门， $C_4^3 \times C_3^1 = 12$ （种）。共 $4+18+12=34$ （种）。

因此，选择D选项。

解法二：第一步，本题考查排列组合问题。

第二步，七门课选择四门的总情况数为 $C_7^4 = 35$ （种），不满足两类课程各至少选一门的情况只有“选了四门A类”的1种情况，则选法有 $35-1=34$ （种）。

因此，选择D选项。

捆绑插空型



捆绑法：捆绑后，先整体排列，后内部排列

插空法：将不能相邻的个体插空到无要求个体中

【例3】 某场科技论坛有5G、人工智能、区块链、大数据和云计算5个主题，每个主题有2位发言嘉宾。如果要求每个主题的嘉宾发言次序必须相邻，问共有多少种不同的发言次序？

A. 120

B. 240

C. 1200

D. 3840

【答案】 D

【解析】 第一步，本题考查排列组合问题，用捆绑法解题。

第二步，先把每个主题的2个人捆绑在一起，形成5个整体进行排列，有 $A_5^5 = 120$ （种）排列方式，每个整体内部是2个人，有2种排列方式。故共有 $120 \times 2^5 = 3840$ （种）发言次序。

因此，选择D选项。

【例4】因电路改造，电力公司计划未来十天对某小区选择三天停电，要求不能连续两天停电，则共有多少种停电方案？

A. 35

B. 56

C. 84

D. 120

【答案】B

【解析】第一步，本题考查排列组合问题，用插空法解题。

第二步，采用插空法，在不停电的7天所形成的8个空中选出三个插入停电的3天即可，故有 $C_8^3 = 56$ 种。

因此，选择B选项。

隔板型



至少分配（隔板法）：

特征：相同物品分配，至少每份分得一个，可直接用隔板法。

结论：将 n 个相同的物品，分给 m 个人，每个人至少得1个，则共有 C_{n-1}^{m-1} 种分配方法。

注意：如果是每个人至少得多个，要先转化为每个人至少得一个，再用隔板法解题。

【例5】（2014广州）某办公室接到15份公文的处理任务，分配给甲、乙、丙三名工作人员处理。假如每名工作人员处理的公文份数不得少于3份，也不得多于10份，则共有（ ）种分配方式。

A. 15

B. 18

C. 21

D. 28



【答案】 D

【解析】 第一步，本题考查排列组合问题，属于方法技巧类。

第二步，可以构造隔板法，先给每个人 2 份（转化成每人至少一份的标准情形），此时总任务还剩 $15-2\times 3=9$ （份），把 9 份文件分配给三个人。9 份文件之间有 8 个空，把两个板插入这 8 个空中，则有 $C_8^2=28$ （种）。

因此，选择 D 选项。

错位排列型



特征：有 n 个元素和 n 个位置，每个元素的位置与元素本身的序号都不同，放错位置。

常用结论： n 个元素对应的错位排列情况为 $D_1=0$ 种， $D_2=1$ 种， $D_3=2$ 种， $D_4=9$ 种， $D_5=44$ 种，……

错位排列公式： $D_n=(n-1)(D_{n-2}+D_{n-1})$ ($n\geq 3$)

【例 6】 一个部门有 9 个工位，由于临时召开紧急会议，大家就近落座，恰好有 4 位员工坐在自己工位的情况一共有多少种？

A. 5544

B. 1134

C. 44

D. 126

【答案】 A

【解析】 第一步，问 4 位员工坐在自己工位的情况有多少种，属于排列组合问题。

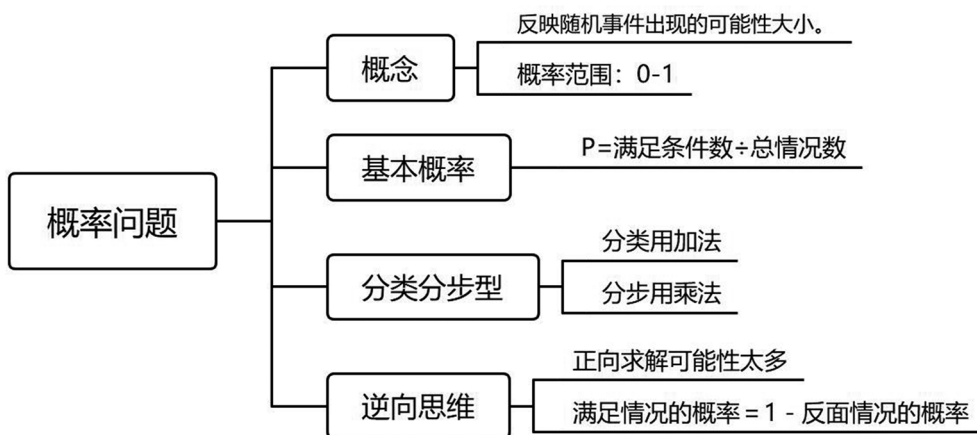
第二步，有 $9-4=5$ 位员工不在自己工位，即错位排序的问题。 $D_5=44$ ，故恰好有 4 位员工坐在自己工位的情况： $C_9^4\times 44=5544$ 种。

因此，选择 A 选项。



第七章 概率问题

思维导图·考点速记



基本概率



概率问题是数量关系考试中的必考题型，考查计算一个可能事件发生的具体概率，概率问题的题目难度不一，其中的简单题目是考生应争取拿分的题型。

概率问题核心公式： $P = \text{满足条件的情况数} \div \text{总情况数}$

【例 1】受新冠疫情影响，某高校某专业开展在线教育，在同一上课时间开设 3 门



选修课 A、B 和 C，每个学生可任选其中 1 门，但每门课程限选 30 人。已知该专业共有 90 人，问该专业学生小李能选中课程 A 的概率是：

A. $1/9$ B. $1/6$ C. $1/3$ D. $2/3$

【答案】 C

【解析】 第一步，本题考查概率问题。

第二步，每门课程限选 30 人，那么 3 门课程最多可选 90 人，则该专业学生每人各选 1 门且其中 30 人选的 A，30 人选的 B，30 人选的 C。那么小李能选中课程 A 的概率为 $30 \div 90 = 1/3$ 。

因此，选择 C 选项。

分类分步型



1. 分类概率

某项任务可以在多种情况下完成，则分别求解满足条件的每种情形的概率，然后将所有概率值相加。

2. 分步概率

某项任务必须按照多个步骤完成，则分别求解特定条件下每个步骤的概率，然后将所有概率值相乘。

【例 2】 小李有一张银行卡，他忘记了密码的后 3 位，只记得这 3 个数全是奇数且有 2 个相同。问他尝试不超过两次就输入正确密码的概率为多少？

A. $\frac{1}{30}$ B. $\frac{1}{50}$ C. $\frac{2}{59}$ D. $\frac{2}{57}$

【答案】 A

【解析】 第一步，本题考查概率问题。

第二步，概率=满足情况数÷总的情况数。奇数有1、3、5、7、9五种情况，三个数都是奇数且有两个相同，因此总的情况数：第一步先从5个数中选择出两个奇数 C_5^2 ，第二步找出一个奇数出现两次，另一个单独出现的奇数选择顺序即可全部确定，有 $C_2^1 A_3^1$ 种，因此总的情况有 $C_5^2 \times C_2^1 A_3^1 = 60$ 种。

第三步，不超过两次即正确，可以分为两类，第一类为第一次输入即正确，概率为 $\frac{1}{60}$ ，第二类为第一次输入错误（概率为 $1 - \frac{1}{60} = \frac{59}{60}$ ），且第二次输入正确，要从剩下59次输入1次即正确概率为 $\frac{1}{59}$ ，概率为 $\frac{59}{60} \times \frac{1}{59} = \frac{1}{60}$ 。将两类概率相加 $\frac{1}{60} + \frac{1}{60} = \frac{1}{30}$ 。

因此，选择A选项。

逆向概率



当正向考虑情况数较多，考虑逆向思维。

逆向概率：满足情况的概率 = 1 - 反面情况的概率

【例3】 小李抽盲盒，这类盲盒一共有8款，小李只要其中的1款，他一次买了两个盲盒，则抽中他想要的那款的概率是_____。

A. $\frac{1}{64}$

B. $\frac{7}{32}$

C. $\frac{15}{64}$

D. $\frac{1}{4}$



【答案】 C

【解析】 第一步，本题考查概率问题。

第二步，反向没抽中的概率为 $\frac{7}{8} \times \frac{7}{8} = \frac{49}{64}$ ，那么他抽中想要的那款的概率为 $1 - \frac{49}{64} = \frac{15}{64}$ 。

因此，选择 C 选项。

【例 4】 小明有 2 盆兰花和 3 盆杜鹃，小明打算随机拿出 2 盆送给小红，则至少有 1 盆兰花的概率是：

A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{7}{10}$

C. $\frac{5}{10}$

D. $\frac{3}{10}$

【答案】 B

【解析】 解法一：

第一步，本题考查概率问题中的分类分步型。

第二步，根据概率的核心公式： $P = \frac{\text{满足条件的情况数}}{\text{总情况数}}$ ，总的情况数为 5 盆花当
中任意选出两盆为： $C_5^2 = 10$ ，而满足题意的情况数分为两种情况：情况一：一盆兰花，一盆杜
鹃， $C_2^1 \times C_3^1 = 6$ 。情况二：两盆兰花， $C_2^2 = 1$ 。所以，满足题意的情况数为 $6 + 1 = 7$ 。则概率为 $\frac{7}{10}$ 。

因此，选择 B 选项。

解法二：

第一步，本题考查概率问题，属于基本概率，用逆向思维法解题。

第二步，要求至少有 1 盆兰花，可采用逆向法解题，至少有 1 盆兰花的概率 = $1 - \text{都是杜
鹃花的概率}$ 。

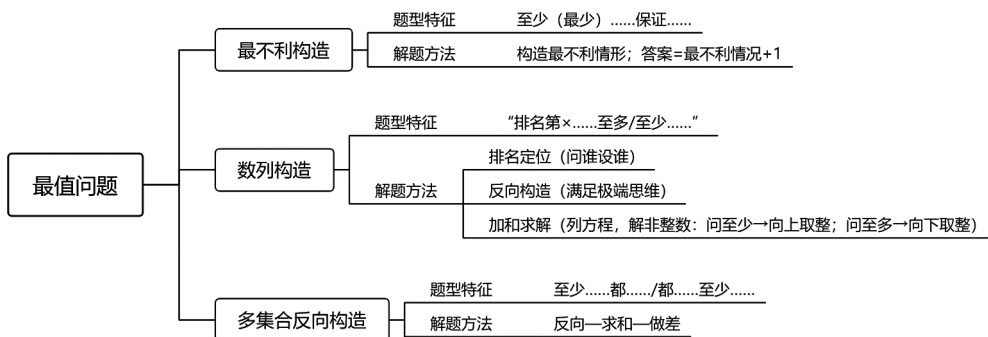
第三步，5 盆花中随机拿出 2 盆均是杜鹃花的概率为 $\frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}$ ，则至少有 1 盆兰花的概率 =
 $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ 。

因此，选择 B 选项。



第八章 最值问题

思维导图 · 考点速记



最不利构造



题型特征：至少……保证……

解题方法：1. 构造最不利情形；2. 正确答案=最不利情况+1

【例 1】某地区招聘卫生人才，共接到 600 份不同求职者的简历。其中，临床、口腔、公共卫生和护理专业分别有 200 人、160 人、140 人和 100 人，问至少有多少人被录用，才能保证一定有 140 名被录用者专业相同？

A. 141

B. 240

C. 379

D. 518



【答案】D

【解析】第一步，本题考查最值问题中的最不利构造问题。

第二步，要保证 140 名录用者专业相同，则最不利的情形是只有 139 名满足，则所有的最不利情形 = $139 + 139 + 139 + 100 = 517$ （名），则所求 = $517 + 1 = 518$ （名）。即至少有 518 人录用，才能保证一定有 140 名录用者专业相同。

因此，选择 D 选项。

数列构造



题型本质：已知多项和，求某一项的最值

题型特征：最多（少）的最少（多）、排名第几的最多（少）

解题方法：1. 排名定位；2. 反向构造；3. 加和求解

【例 2】某地 10 户贫困农户共申请扶贫小额信贷 25 万元。已知每人申请金额都是 1000 元的整数倍，申请金额最高的农户申请金额不超过申请金额最低农户的 2 倍，且任意 2 户农户的申请金额都不相同。问申请金额最低的农户最少可能申请多少万元信贷？

A. 1.5

B. 1.6

C. 1.7

D. 1.8

【答案】B

【解析】第一步，本题考查最值问题，属于数列构造。

第二步，设申请金额最低的农户最少可能申请 x 万元信贷，根据申请金额最高的农户申请金额不超过申请金额最低农户的 2 倍，则最高的申请 $2x$ 万元，要使最低的最低，则中间 8 户应尽量高，已知每人申请金额都是 1000 元的整数倍，构造如下表：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总
金额	$2x$	$2x - 0.1$	$2x - 0.2$	$2x - 0.3$	$2x - 0.8$	x	25

列方程： $2x + (2x - 0.1) + (2x - 0.2) + \dots + x = 25$ ，解得 $x = 1.5^+$ ，问题求最少向上取整，最少申请 1.6 万元信贷。

因此，选择 B 选项。

多集合反向构造



题型特征：都……至少……；至少……都……

解题方法：反向——求和——做差

【例 3】某单位在网上办公系统传阅了 15 份文件，甲阅读了 9 份，乙阅读了 12 份，丙阅读了 10 份，则甲、乙、丙三人共同阅读过的文件至少有（ ）份。

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

【答案】B

【解析】第一步，本题考查最值问题，属于多集合反向构造类。

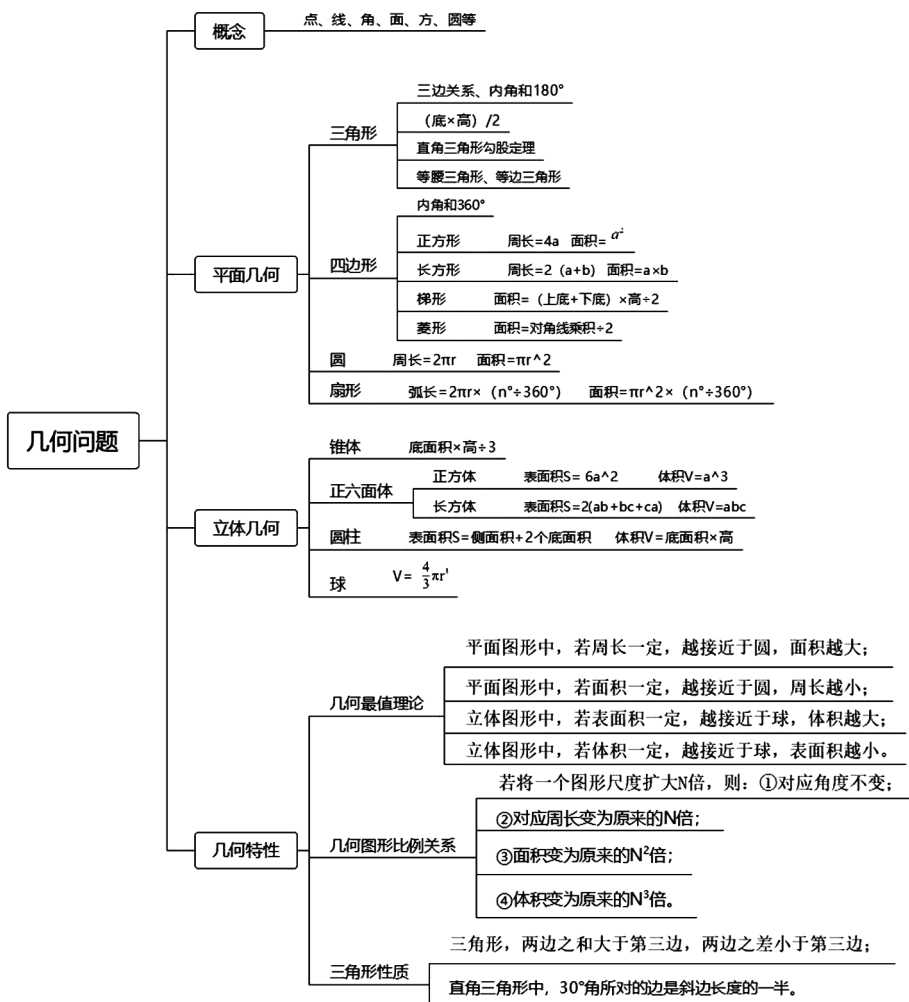
第二步，甲未阅读过的有 $15 - 9 = 6$ 份，乙未阅读过的有 $15 - 12 = 3$ 份，丙未阅读过的有 $15 - 10 = 5$ 份。要想共同阅读过的最少，那么未阅读过的尽量不重复，都不重复有 $6 + 3 + 5 = 14$ 份，那么至少有 $15 - 14 = 1$ 份三人都阅读过。

因此，选择 B 选项。



第九章 几何问题

思维导图·考点速记



平面几何



几何问题是数量关系考试中的必考题型，主要考查考生对几何相关公式计算和几何性质的应用，除几何构造外，几何问题难度往往不是很大，而且考生对几何问题相对熟悉，是考试中要争取拿分的题型。

几何问题常见公式和性质：

常用公式

1. n 边形的内角和与外角和：内角和 $= (n-2) \times 180^\circ$ ，外角和恒等于 360°

2. 直角三角形勾股定理： $a^2 + b^2 = c^2$

$30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 直角三角形边长比例关系：1: $\sqrt{3}$: 2

$45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 直角三角形边长比例关系：1: 1: $\sqrt{2}$

3. 常用周长公式：

正方形周长 $C = 4a$ ；长方形周长 $C = (a+b) \times 2$ ；圆形周长 $C = 2\pi r$

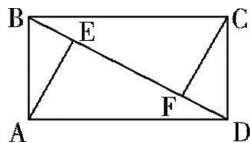
4. 常用面积公式

正方形面积 $S = a^2$ ；长方形面积 $S = ab$ ；圆形面积 $S = \pi r^2$ ；

三角形面积 $S = \frac{1}{2}ah$ ；平行四边形面积 $S = ah$ ；

梯形面积 $S = \frac{1}{2}(a+b) \times h$ ；扇形面积 $S = \frac{n}{360}\pi r^2$

【例 1】 一块长方形土地 ABCD 中绘有 3 条会侧线如图所示。已知 AE 和 CF 垂直于对角线 BD，AE、EF 分别长 8 米和 12 米。问整块土地的面积是多少平方米？



A. 96

B. 156

C. 160

D. 240



【答案】C

【解析】第一步，本题考查几何问题。

第二步，设BE长为x，由 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ADE$ 相似可得： $\frac{BE}{AE} = \frac{AE}{ED}$ ，即 $\frac{x}{8} = \frac{8}{12+x}$ ，解得 $x=4$ 。

第三步，长方形面积等于 $\triangle ABD$ 面积的2倍，所以整块土地面积等于 $8 \times (12+4+4) = 160$ 。

因此，选择C选项。

立体几何



常用表面积公式

正方体的表面积 $S=6a^2$ ；长方体的表面积 $S=2(ab+ac+bc)$ ；

球的表面积 $S=4\pi R^2$ ；圆柱的表面积 $S=2\pi r^2+2\pi rh$ ，侧面积 $S=2\pi rh$

常用体积公式

正方体的体积 $V=a^3$ ；长方体的体积 $V=abc$ ；球的体积 $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ ；

圆柱的体积 $V=\pi r^2 h$ ；圆锥的体积 $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$

【例2】某围场的形状为边长100米的等边三角形，在场地正中修建一座信号塔，塔顶安装有效覆盖半径为 $\frac{110}{3}\sqrt{3}$ 米的信号发射器。如要信号覆盖整个围场的地面，则信号塔的高度最高为多少米？

A. $15\sqrt{5}$

B. $10\sqrt{7}$

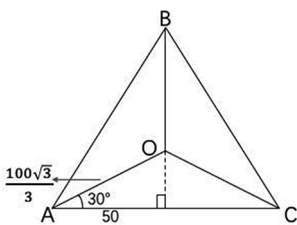
C. $5\sqrt{21}$

D. $15\sqrt{21}$

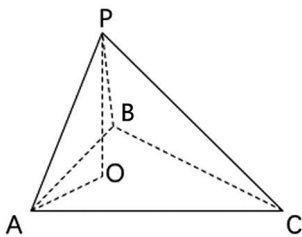
【答案】B

【解析】第一步，本题考查几何问题，属于立体几何类。

第二步，等边三角形重心、内心、外心、垂心重合于一点，此点称为等边三角形的中心。围场的正中心即等边三角形各边中线的交点。如图所示，根据一个角是 30° 的直角三角形的三边比例 $(1: \sqrt{3}: 2)$ 可知三个顶点每个顶点到中心 O 的距离都是 $\frac{100\sqrt{3}}{3}$ 米。



第三步，信号塔最高点到最低点 PO 与 OA 、 OB 、 OC 都可以构成直角三角形。在直角三角形 POA 中， $PA = \frac{110\sqrt{3}}{3}$ ， $OA = \frac{100\sqrt{3}}{3}$ ，根据勾股定理可知 $PO^2 = PA^2 - OA^2 = \left(\frac{110\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \left(\frac{100\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 700$ ，则 $PO = \sqrt{700} = 10\sqrt{7}$ （米）。



因此，选择 B 选项。

几何特性



几何最值理论：

1. 平面图形中，若周长一定，越接近于圆，面积越大；
2. 平面图形中，若面积一定，越接近于圆，周长越小；



3. 立体图形中，若表面积一定，越接近于球，体积越大；

4. 立体图形中，若体积一定，越接近于球，表面积越小。

几何图形比例关系

若将一个图形尺度扩大 N 倍，则：对应角度不变；

对应周长变为原来的 N 倍；

面积变为原来的 N^2 倍；

体积变为原来的 N^3 倍。

三角形性质

在三角形中，两边之和大于第三边，两边之差小于第三边；

在直角三角形中， 30° 角所对的边是斜边长度的一半。

【例 3】 某健身馆准备将一块周长为 100 米的长方形区域划为瑜伽场地，将一块周长为 160 米的长方形区域划为游泳场馆。若瑜伽场地和游泳场馆均是满足周长条件下的最大面积，问两块场地面积之差为多少平方米？

A. 625

B. 845

C. 975

D. 1150

【答案】 C

【解析】 第一步，本题考查几何问题，用几何最值理论解题。

第二步，四边形周长固定，越接近于正方形面积则面积越大。周长为 100 米的四边形，当其为正方形时面积最大，故正方形边长为 $100 \div 4 = 25$ （米），面积为 $25^2 = 625$ （平方米）；

周长为 160 米的四边形，当其为正方形时面积最大，故正方形边长为 $160 \div 4 = 40$ （米），面积为 $40^2 = 1600$ （平方米）。

第三步，两块场地面积之差为 $1600 - 625 = 975$ （平方米）。

因此，选择 C 选项。

【例 4】 一个人工湖的湖面上有一个露出水面 3 米的圆锥体人工景观（底面朝下）。

如人工湖水深减少 20%，则该景观露出水面部分的体积将增加 $\frac{61}{64}$ 。问原来的人工湖水深为多少米？

A. 3.5

B. 3.75

C. 4.25

D. 4.5

【答案】 B

【解析】 第一步，本题考查几何问题，属于立体几何。

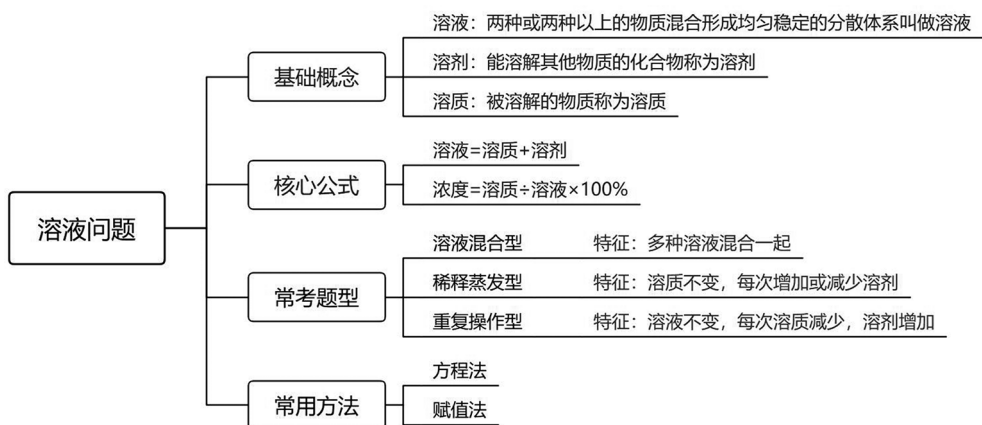
第二步，水深变化前后体积比为 $1: (1 + \frac{61}{64}) = 64: 125$ ，那么圆锥前后的高度之比为 $4: 5$ ，原来是 3 米，则水深减少之后是 $3 \div \frac{4}{5} = 3.75$ 米。前后水深减少了 0.75 米是人工湖水深的 20%，那么人工湖水深为 $0.75 \div 20\% = 3.75$ 米。

因此，选择 B 选项。



第十章 溶液问题

思维导图·考点速记



溶液混合型



溶液问题是百分数应用题的一种，模型是将溶质溶解在溶剂中形成溶液，溶质占溶液的百分比称为浓度。其核心公式有：

$$\text{溶液} = \text{溶质} + \text{溶剂}$$

$$\text{浓度} = \text{溶质} \div \text{溶液}$$

【例1】将300克浓度95%的酒精与若干浓度60%的酒精，混合成浓度75%的酒精，需要浓度60%的酒精多少克？

A. 225

B. 240

C. 380

D. 400

【答案】D

【解析】第一步，本题考查溶液问题，用方程法解题。

第二步，设需要浓度为60%的溶液x克，可列方程： $300 \times 95\% + 60\%x = 75\% \times (300 + x)$ ，解得 $x = 400$ 。

因此，选择D选项。

稀释蒸发型



题型特征：溶质不变，每次增加或减少溶剂

解题方法：赋值法

【例2】现有装有相等重量纯水的红白蓝三个桶和装有不知浓度与重量的酒精溶液的黑桶，将红桶中水全部倒入黑桶，此时酒精浓度变为22.5%；再将白桶的水全部倒入黑桶，此时酒精浓度变为18%；再将蓝桶的水全部倒入黑桶，此时酒精浓度变为：

A. 13.5%

B. 15.0%

C. 15.5%

D. 16.0%

【答案】B

【解析】解法一：

第一步，本题考查溶液问题，属于溶液混合类。

第二步，整个过程只有水的注入，溶质的质量没有发生变化，赋值酒精（溶质）的量为90（22.5和18的公倍数）。

第三步，红桶倒入后的浓度为 $22.5\% = \frac{90}{400}$ ，白桶倒入后的浓度为 $18\% = \frac{90}{500}$ ，溶液共增加



了 100，即每次倒入水的质量为 100，则蓝桶倒入后的浓度为 $\frac{90}{500+100} = \frac{90}{600} = 15\%$ 。

因此，选择 B 选项。

解法二：

第一步，本题考查溶液问题，属于溶液混合类。

第二步，红桶倒入后的浓度为 $22.5\% = \frac{22.5}{100}$ ，白桶倒入后的浓度为 $18\% = \frac{18}{100}$ ，溶质不

变，可得溶液浓度从 $\frac{22.5}{100} = \frac{18}{80}$ 变化到了 $\frac{18}{100}$ ，溶液共增加了 20，即每次倒入水的质量为

20，则蓝桶倒入后的浓度为 $\frac{18}{100+20} = 15\%$ 。

因此，选择 B 选项。

重复操作型



题型特征：溶液不变，每次溶质减少，溶剂增加

解题方法：倒出溶液用溶剂（水）加满，最终浓度 = 初始浓度 × 每次剩余比例

【例 3】 一满瓶浓度为 80% 的酒精溶液，第一次倒出 20% 后用水加满，第二次倒出 30% 后用水加满，第三次倒出 40% 后用水加满，再倒出 50% 后，瓶中酒精溶液的浓度将变为多少？

A. 1.92%

B. 13.44%

C. 26.88%

D. 53.76%

【答案】 C

【解析】 第一步，本题考查溶液问题，属于抽象比例。

第二步，第一次倒出 20% 后用水加满，溶液总量没变，仅溶质变化，瓶内浓度变为 $80\% \times (1-20\%)$ ，继续操作两次之后浓度变为 $80\% \times (1-20\%) \times (1-30\%) \times (1-40\%) = 26.88\%$ ，最后再倒出 50%，但是并未向瓶中加水，故浓度不变，依然为 26.88%。

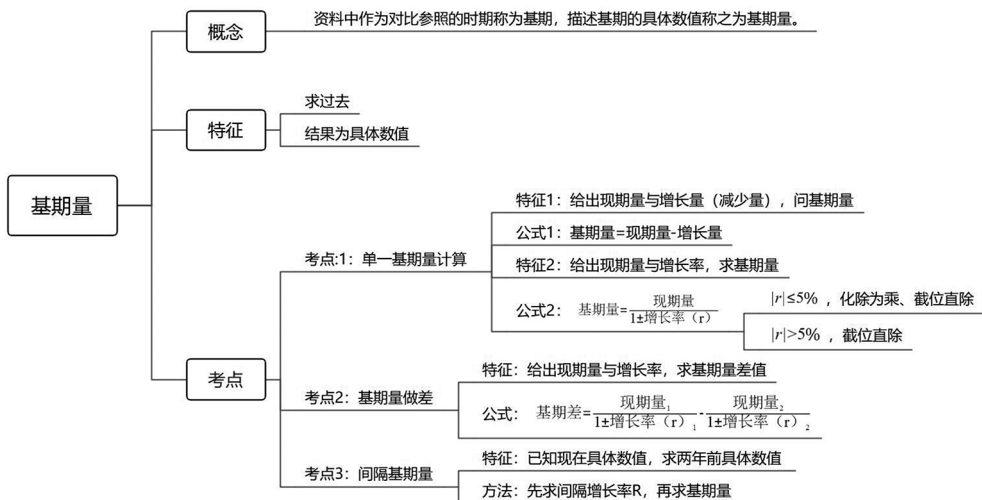
因此，选择 C 选项。

资料分析重要公式



第一章 基期量

思维导图·考点速记





单一基期量计算



资料中作为对比参照的时期称为基期，而相对于基期的时期称为现期。

描述基期的具体数值称之为基期量，描述现期的具体数值称之为现期量。

题目问法 1：给出今年数值以及今年比去年增加或减少的量，问去年 XX 是多少？

题目特征 1：给出现期量与增长量（减少量），问基期量。

公式 1：基期量 = 现期量 - 增长量 = 现期量 + 减少量

题目问法 2：给出今年的数值以及今年比去年的增长率，问去年 XX 是多少？

题目特征 2：给出现期量与增长率，求基期量。

公式 2：基期量 = $\frac{\text{现期量}}{1 \pm \text{增长率}}$

注：增长率 $|r| \leq 5\%$ ，可化除为乘，即 $\frac{\text{现期量}}{1 \pm \text{增长率}} \approx \text{现期量} \times (1 \mp \text{增长率})$

【例 1】8 月份，煤炭进口 2868 万吨，比上月略降 33 万吨，但仍保持较高水平，同比增长 13.5%。1—8 月份，煤炭进口 2.0 亿吨，同比增长 14.7%。

本年度上半年，煤炭进口量约为多少万吨？

A. 14198

B. 14231

C. 14264

D. 14297

【答案】 B

【解析】 第一步，本题考查基期量计算。

第二步，定位材料煤炭进口相关内容，“8 月份，煤炭进口 2868 万吨，比上月略降 33 万吨。1—8 月份，煤炭进口 2.0 亿吨”。

第三步，根据基期量 = 现期量 - 减少量，则 7 月份煤炭进口量为 2868 + 33 万吨。1—8 月份 2 亿吨 = 20000 万吨，选项出现首三位一致，精确计算，上半年 = 1~8 月 - 8 月 - 7 月，则上半年煤炭进口量为 20000 - 2868 - (2868 + 33) = 20000 - 5769 = 14231（万吨）（或计算尾数为 1）。

因此，选择 B 选项。

【例2】2019年，我国电信业务收入完成1.31万亿元，比上年增长0.8%。其中：固定数据及互联网业务收入完成2175亿元，比上年增长5.1%；移动数据及互联网业务收入6082亿元，比上年增长1.5%；固定增值业务收入1371亿元，比上年增长21.2%。

2018年我国电信业务收入约为多少万亿元？

A. 1.09

B. 1.15

C. 1.26

D. 1.30

【答案】D

【解析】第一步，本题考查基期量计算。

第二步，定位材料，“2019年，我国电信业务收入完成1.31万亿元，比上年增长0.8%”。

第三步，根据基期量 $=\frac{\text{现期量}}{1+\text{增长率}}$ ，根据 $0.8\%<5\%$ ，利用增长率化除为乘公式法，可得

2018年电信业务收入为 $\frac{1.31}{1+0.8\%}\approx 1.31\times(1-0.8\%)\approx 1.31-0.01=1.30$ 。

因此，选择D选项。

【例3】截至2019年3月31日，证券业协会对证券公司2019年第一季度经营数据进行了统计。131家证券公司当期实现营业收入1018.94亿元，同比增长54.47%。其中，各主营业务收入分别为代理买卖证券业务净收入（含席位租赁）221.49亿元，同比增长13.77%；证券承销与保荐业务净收入66.73亿元，同比增长19.5%。

2018年第一季度，131家证券公司代理买卖证券业务净收入（含席位租赁）约为：

A. 184.6亿元

B. 190.1亿元

C. 194.7亿元

D. 204.2亿元



【答案】C

【解析】第一步，本题考查基期量中的基期量计算。

第二步，定位材料，“（2019 年第一季度）各主营业务收入分别为代理买卖证券业务净收入（含席位租赁）221.49 亿元，同比增长 13.77%”。

第三步，根据基期量 $= \frac{\text{现期量}}{1 + \text{增长率}}$ ，选项出现了首两位相同的情况，应精确计算，不再截位处理数据，则 2018 年第一季度 131 家证券公司代理买卖证券业务净收入（含席位租赁）为 $\frac{221.49}{1 + 13.77\%}$ 亿元，直除首三位商 194。

因此，选择 C 选项。

基期量做差



题目问法：分别给出某两个主体今年的数值以及今年比去年的增长率，问去年这两个主体相差多少？

题目特征：给出现期量与增长率，求基期量差值。

$$\text{公式：基期量差值} = \frac{\text{现期量}_1}{1 + \text{增长率 (r)}_1} - \frac{\text{现期量}_2}{1 + \text{增长率 (r)}_2}$$

【例 4】2019 年江苏省金融信贷规模扩大，保险行业发展较快。全年保费收入 3750.2 亿元，比上年增长 13.1%。其中，财产险收入 940.9 亿元，增长 9.6%；寿险收入 2215.3 亿元，增长 11.6%；健康险收入 508.8 亿元，增长 28.8%；意外伤害险收入 85.2 亿元，增长 9.1%。全年保险赔付 998.6 亿元，比上年增长 0.2%。其中，财产险赔付 534.5 亿元，增长 4.3%；寿险赔付 294.3 亿元，下降 17.3%。

2018 年江苏省财产险收入与赔付之差为：

A. 346.0 亿元

B. 364.0 亿元

C. 396.6 亿元

D. 406.4 亿元

【答案】A

【解析】第一步，本题考查基期量差值计算。

第二步，定位文字材料，“2019 年，财产险收入 940.9 亿元，增长 9.6%；财产险赔付 534.5 亿元，增长 4.3%”。

第三步，根据基期量 = $\frac{\text{现期量}}{1 + \text{增长率}}$ ，选项出现首位相同第二位不同的情况，将分母从左向

右截取前三位，分子简单取整，代入数据可得，2018 年财产险收入与赔付之差为 $\frac{941}{1.10} -$

$\frac{535}{1.04} \approx 855 - 514 = 341$ ，与 A 选项最为接近。

因此，选择 A 选项。

间隔基期量



题目问法：给出今年的数值以及相关增长率，问前年 XX 是多少？

题目特征：给出现在具体数值，求两年前具体数值。

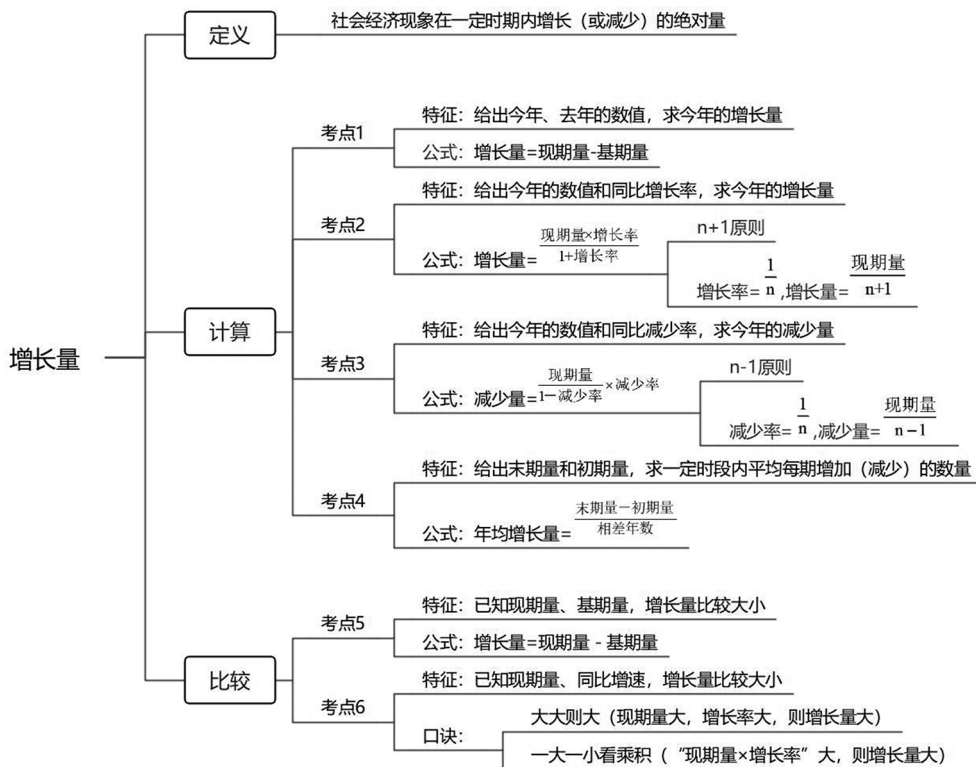
公式：间隔基期量 = $\frac{\text{现期量}}{1 + \text{间隔增长率 (R)}}$ ，间隔增长率 $R = r_1 + r_2 + r_1 \times r_2$

【例 5】2019 年 8 月，辽宁省社会消费品零售总额 1280.07 亿元，同比增长 5.73%。1—8 月，辽宁省社会消费品零售总额 9846.6 亿元，同比增长 6%。



第二章 增长量

思维导图·考点速记





增长量计算 1



社会经济现象在一定时期内增长（或减少）的绝对量。

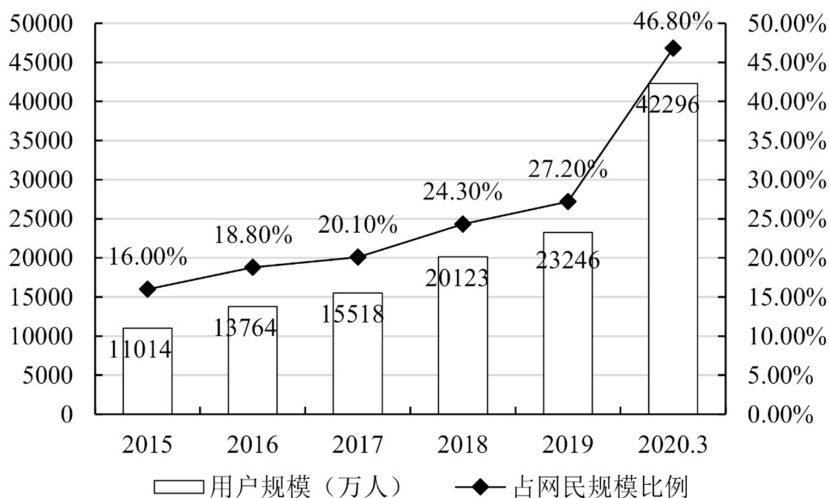
$$\text{公式推导 1: 增长量} = \text{现期量} - \text{基期量} = \text{现期量} - \frac{\text{现期量}}{1 + \text{增长率}} = \frac{\text{现期量} \times \text{增长率}}{1 + \text{增长率}}$$

$$\text{公式推导 2: 增长量} = \text{基期量} \times \text{增长率} = \frac{\text{现期量}}{1 + \text{增长率}} \times \text{增长率}$$

题目特征：给出今年、去年的数值，问今年 XX 比去年增加（减少）……元（吨、亩……）？

公式：增长量 = 现期量 - 基期量、减少量 = 基期量 - 现期量

【例 1】据统计，截至 2020 年 3 月，我国在线教育用户规模达 4.23 亿，占网民整体的 46.8%。手机在线教育用户规模达 4.20 亿，占手机网民的 46.9%。



2015~2020年我国在线教育发展情况

2020 年 3 月，我国在线教育用户规模比 2019 年增加约（ ）亿。

A. 1.5

B. 1.9

C. 2.5

D. 2.9

【答案】B

【解析】第一步，本题考查增长量计算中的已知现期量与基期量。

第二步，定位文字材料可知，“截至2020年3月，我国在线教育用户规模达4.23亿”，定位柱状图可知，2019年我国在线教育用户规模为23246万人。

第三步，23246万 \approx 2.32亿，根据增长量=现期量-基期量，则增长量约为4.23-2.32=1.91（亿），与B选项最接近。

因此，选择B选项。

增长量计算2



题目特征：给出今年的数值和同比增长率，问今年XX比去年增长……元（吨、亩……）

公式：增长量 = $\frac{\text{现期量} \times \text{增长率}}{1 + \text{增长率}}$ ，当增长率 $\approx \frac{1}{n}$ 时，增长量 $\approx \frac{\text{现期量}}{n+1}$ （简称n+1原则）。

分数百分数转化表

分数	百分数	分数	百分数
1/2	50%	1/11	9.1%
1/3	33.3%	1/12	8.3%
1/4	25%	1/13	7.7%
1/5	20%	1/14	7.1%
1/6	16.7%	1/15	6.67%
1/7	14.3%	1/16	6.3%
1/8	12.5%	1/17	5.9%
1/9	11.1%	1/18	5.6%
1/10	10%	1/19	5.3%

【例2】2020年，我国规模以上互联网和相关服务企业（以下简称互联网企业）业务收入12838亿元，同比增长12.5%，增速低于上年同期8.9个百分点。



2020 年，互联网企业业务收入同比约增长了：

A. 1187 亿元

B. 1309 亿元

C. 1426 亿元

D. 1605 亿元

【答案】 C

【解析】 第一步，本题考查增长量计算中的已知现期量与增长率。

第二步，定位文段可知，“2020 年，我国规模以上互联网和相关服务企业（以下简称互联网企业）业务收入 12838 亿元，同比增长 12.5%”。

第三步， $12.5\% = \frac{1}{8}$ ，根据增长量计算 $n+1$ 原则，则 2020 年，互联网企业业务收入同比约增长了 $\frac{12838}{8+1} = \frac{12838}{9} \approx 1426$ （亿元）。

因此，选择 C 选项。

增长量计算 3



题目特征：给出今年的数值和同比减少率，问今年 XX 比去年减少……元（吨、亩……）

公式：减少量 = $\frac{\text{现期量}}{1 - \text{减少率}} \times \text{减少率}$ ，当减少率 $\approx \frac{1}{n}$ 时，减少量 $\approx \frac{\text{现期量}}{n-1}$ （简称 $n-1$ 原则）。

【例 3】

2020 年上半年部分类别农产品进出口情况

类别	进口额（亿美元）	同比增长	出口额（亿美元）	同比增长
谷物	33.9	25.2%	5.5	-7.0%
食用蔬菜	9.6	4.0%	44.9	-4.8%
禽类产品	17.0	66.0%	11.7	-24.5%

续表

畜类产品	222.0	43.2%	12.4	-16.6%
水、海产品	65.8	-6.4%	48.7	-19.6%
饮料、酒及醋	21.3	-23.9%	10.1	3.3%
食用水果及坚果	68.0	10.2%	22.9	24.4%
咖啡、茶、马黛茶及调味香料	5.3	20.1%	20.4	15.5%

2020 年上半年，我国水、海产品出口额同比减少约（ ）亿美元。

A. 6

B. 8

C. 10

D. 12

【答案】D

【解析】第一步，本题考查增长量计算中的已知现期量与增长率。

第二步，定位表格材料，2020 年上半年水、海产品出口额 48.7 亿美元，同比增长 -19.6%。

第三步， $19.6\% \approx \frac{1}{5}$ ，根据减少量计算 $n-1$ 原则，代入数据可得 2020 年上半年，我国

水、海产品出口额同比减少 $\frac{48.7}{5-1} = \frac{48.7}{4} \approx 12$ （亿美元）。

因此，选择 D 选项。

年均增长量



题目特征：给出末期量和初期量，求一定时段内平均每期增加（减少）的数量，

例如 XX—XX 平均每年约增加多少元（吨、亩……）？

公式：年均增长量 = $\frac{\text{末期量} - \text{初期量}}{\text{相差年数}}$



【例 4】2016 年全国女性就业人员占全社会就业人员的比重为 43.1%，其中城镇单位女性就业人员 6518 万人，比 2010 年增加 1656 万人。

2010—2016 年全国城镇单位女性就业人员年均增加约多少万人？

A. 207

B. 237

C. 276

D. 331

【答案】C

【解析】第一步，本题考查年均增长量计算。

第二步，定位文字材料“2016 年……城镇单位女性就业人员 6518 万人，比 2010 年增加 1656 万人”。

第三步，根据年均增长量 = $\frac{\text{末期量} - \text{初期量}}{\text{相差年数}}$ ，初期为 2010 年，末期为 2016 年，相差年数为

6，代入数据可得 2010—2016 年全国城镇单位女性就业人员年均增加 $\frac{1656}{6} = 276$ （万人）。

因此，选择 C 选项。

增长量比较



题目特征：已知现期量、基期量，增长量比较大小

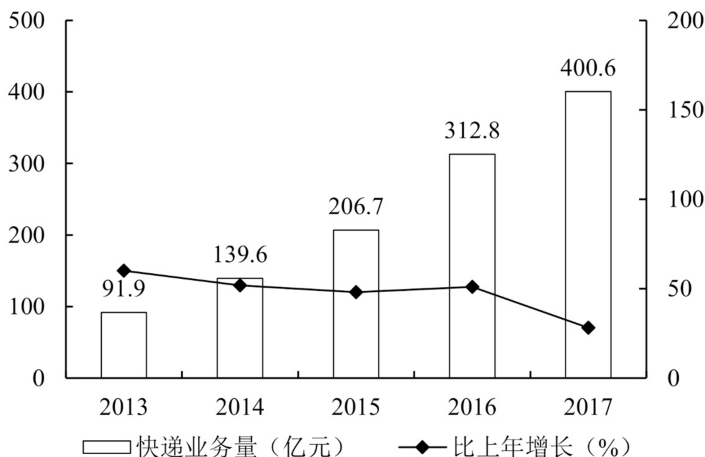
公式：增长量 = 现期量 - 基期量

题目特征：已知现期量、同比增速，增长量比较大小

口诀：①现期量大，增长率高，则增长量大；现期量小，增长率小，则增长量小。

②现期量与增长率一大一小，一般情况下，比较现期量 × 增长率，乘积大的增长量大。

【例 5】



2013~2017年快递业务量及其增长速度

快递业务量与上年相比增长量最大的年份是：

- A. 2017 年
B. 2016 年
C. 2014 年
D. 2015 年

【答案】 B

【解析】第一步，本题考查增长量做差比较。

第二步，定位柱状图。

第三步，根据增长量=现期量-基期量，将数据取整处理，则 2014—2017 年增长量依次为：140-92=48、207-140=67、313-207=106、401-313=88，可知 2016 年增长量最大（或者直接读图，2016 年与上年的柱高差最大）。

因此，选择 B 选项。

【例 6】

2020 年前三季度 G 省智能机器人产业四大行业发展状况

行业名称	企业个数	总产值（亿元）	同比增长
工业机器人制造业	95	76.88	57.4%
特殊作业工业机器人制造业	4	2.77	163.0%
智能无人飞行器制造业	17	201.07	31.7%
服务消费机器人制造业	24	26.18	-22.8%



2020 年前三季度，G 省智能机器人产业中，四大行业总产值的同比增量排序正确的是：

①工业机器人制造业

②特殊作业工业机器人制造业

③智能无人飞行器制造业

④服务消费机器人制造业

A. ①>③>②>④

B. ④>②>①>③

C. ③>④>②>①

D. ③>①>②>④

【答案】 D

【解析】 第一步，本题考查增长量公式比较。

第二步，定位表格。

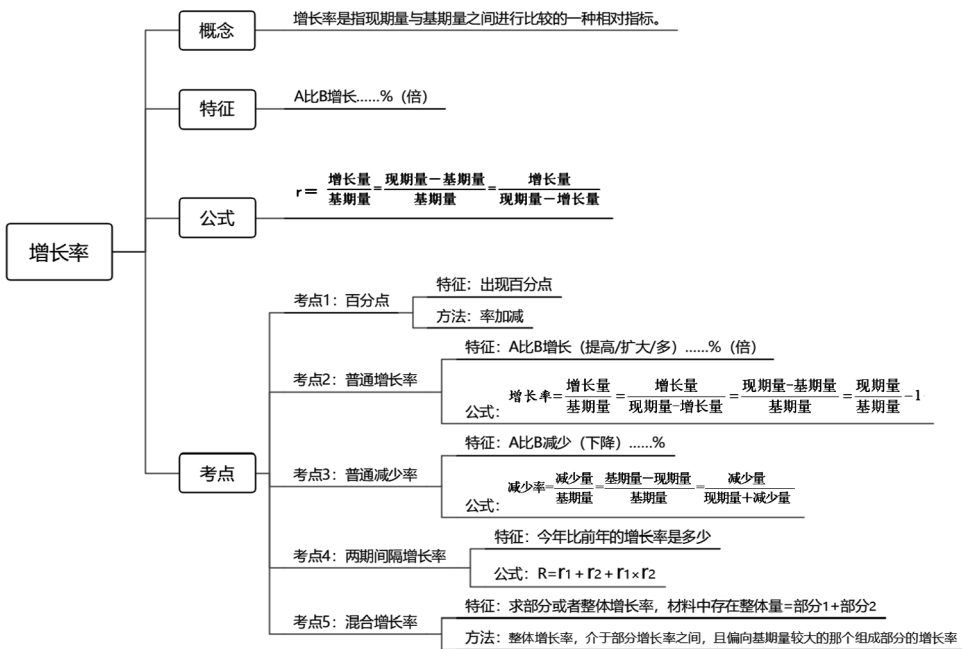
第三步，“④”的产值同比下降，其余几个产值均同比上升，故“④”的同比增量最小，排除 B、C 选项；A 选项和 D 选项仅需比较“①”、“③”的增长量即可，根据增长量比较口诀“大大则大，一大一小看乘积”，可知“③”的乘积（ $201.07 \times 31.7\%$ ）明显高于“①”的乘积（ $76.88 \times 57.4\%$ ），故“③”的增长量大于“①”，排除 A 选项。

因此，选择 D 选项。



第三章 增长率

思维导图·考点速记





百分点题目



增长率是指现期量与基期量之间进行比较的一种相对指标。

具体公式如下：

$$\text{增长率} = \frac{\text{增长量}}{\text{基期量}} = \frac{\text{现期量} - \text{基期量}}{\text{基期量}} = \frac{\text{增长量}}{\text{现期量} - \text{增长量}}$$

题目特征：A 比 B 增长……%（倍）

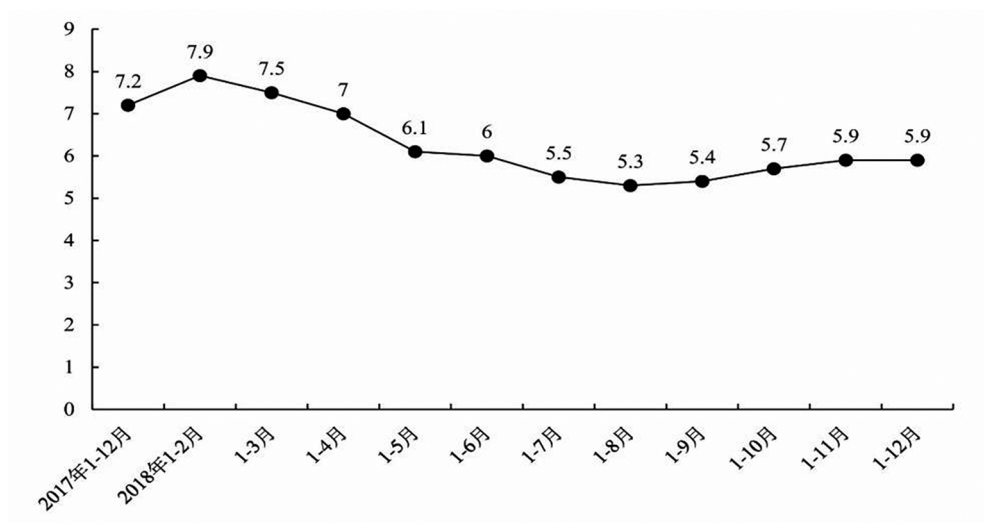
提示：①增长率在报表中还被称为增速或增幅，增速、增幅、增长率为同一含义；

②增速较小的时候，例如增长 21% 通常都用百分数表示；增速较大的时候，例如增长 210% 时，通常不用百分数表示，而是写成增长 2.1 倍。

题目特征：出现百分点

方法：率加减

【例 1】



我国固定资产投资（不含农户）同比增速（单位：%）

2018 年与 2017 年相比，我国固定资产投资（不含农户）增速：

- A. 提高 0.7 个百分点
B. 降低 0.7 个百分点
C. 降低 1.3 个百分点
D. 提高 1.3 个百分点

【答案】C

【解析】第一步，本题考查增长率计算问题。

第二步，定位图形材料，“2018 年固定资产投资（不含农户）增速是 5.9%，2017 年固定资产投资（不含农户）增速是 7.2%。

第三步， $5.9\% < 7.2\%$ ，则为降低，排除 AD 选项，相差 $7.2\% - 5.9\% = 1.3\%$ ，即下降 1.3 个百分点。

因此，选择 C 选项。

普通增长率



题目特征：A 比 B 增长（提高/扩大/多）……%（倍）

$$\text{公式：增长率} = \frac{\text{增长量}}{\text{基期量}} = \frac{\text{增长量}}{\text{现期量} - \text{增长量}} = \frac{\text{现期量} - \text{基期量}}{\text{基期量}} = \frac{\text{现期量}}{\text{基期量}} - 1$$

【例 2】2019 年第一季度，131 家证券公司总资产为 7.05 万亿元，比上年一季度同期增加 0.64 万亿元；净资产为 1.94 万亿元，比上年一季度同期增加 0.05 万亿元；净资本为 1.62 万亿元，比上年一季度同期增加 0.02 万亿元。

另外，2019 年第一季度 131 家证券公司客户交易结算资金余额（含信用交易资金）1.50 万亿元，比上年一季度同期增加 0.32 万亿元；受托管理资金本金总额 14.11 万亿元，比上年一季度同期下降 2.82 万亿元。

2019 年第一季度，131 家证券公司总资产的同比增速约为：

- A. 9.5%
B. 10.0%
C. 10.5%
D. 11.0%



【答案】 B

【解析】 第一步，本题考查增长率计算类中的增长率计算。

第二步，定位材料，“2019 年第一季度，131 家证券公司总资产为 7.05 万亿元，比上年一季度同期增加 0.64 万亿元”。

第三步，根据增长率 = $\frac{\text{增长量}}{\text{现期量}-\text{增长量}}$ ，观察选项出现首两位相同的情况，精确计算，数

据不做处理，可得 2019 年第一季度，131 家证券公司总资产的同比增速 = $\frac{0.64}{7.05-0.64} =$

$\frac{0.64}{6.41}$ ，直除首三位商 998，即 9.98%，最接近的为 10.0%。

因此，选择 B 选项。

普通减少率



题目特征：A 比 B 减少（下降）……%

公式：减少率 = $\frac{\text{减少量}}{\text{基期量}} = \frac{\text{基期量}-\text{现期量}}{\text{基期量}} = \frac{\text{减少量}}{\text{现期量}+\text{减少量}}$

【例 3】 2014 年我国实施“单独两孩”生育政策，出生人口 1687 万人，比上年增加 47 万人。2016 年实施“全面两孩”生育政策，出生人口 1786 万人，比上年增加 131 万人；出生率与“十二五”时期年平均出生率相比，提高了 0.84 个千分点。2017 年我国出生人口 1723 万人，虽然比上年减少 63 万人，但比“十二五”时期年平均出生人口多出 79 万人；出生率为 12.43‰，比上一年降低 0.52 个千分点。2017 年二孩数量进一步上升至 883 万人，二孩占全部出生人口的比重达到 51.2%，比 2016 年的占比提高了 11 个百分点。

2015 年我国出生人口同比约：

A. 增长 3.2%

B. 降低 3.2%

C. 增长 1.9%

D. 降低 1.9%

【答案】D

【解析】第一步，本题考查增长率计算问题。

第二步，定位文字材料，2014 年我国实施“单独两孩”生育政策，出生人口 1687 万人……2016 年实施“全面两孩”生育政策，出生人口 1786 万人，比上年增加 131 万人。

第三步，根据基期量 = 现期量 - 增长量，可得 2015 年出生人口为 $1786 - 131 = 1655$ （万人）， $1655 < 1687$ ，则同比降低，排除 A、C 选项，根据减少率 = $\frac{\text{基期量} - \text{现期量}}{\text{基期量}}$ ，观察选项首

位数字各不相同，将分母从左向右截取前两位，数据较为接近，分子不再截位可得

$$\frac{1687 - 1655}{17} = \frac{32}{17}, \text{直除首位商 } 1.$$

因此，选择 D 选项。

两期间隔增长率



题目特征：今年比前年的增长率是多少，类似这种中间隔一年，且求增长率的题目为两期间隔增长率计算

第二期比第一期的增长率为 r_1 ，第三期比第二期的增长率为 r_2 。

公式： $R = r_1 + r_2 + r_1 \times r_2$ ， r_1 和 r_2 为增长率。

代入数据时要带着正负号计算； $r_1 \times r_2$ 计算：将其中一个化为特殊分数或将其中一个百分数化为小数后计算。

【例 4】2018 年，我国全社会用电量 68449 亿千瓦时，同比增长 8.5%，增幅同比提高 1.9 个百分点。具体来看，第一产业用电量 728 亿千瓦时，同比增长 9.8%；第二产业用电量 47235 亿千瓦时，同比增长 7.2%；第三产业用电量 10801 亿千瓦时，同比增长 12.7%；城乡居民生活用电量 9685 亿千瓦时，同比增长 10.4%。



2018 年，我国全社会用电量较 2016 年增加了约（ ）。

A. 13.7%

B. 15.7%

C. 17.9%

D. 19.9%

【答案】 B

【解析】 第一步，本题考查间隔增长率计算问题。

第二步，定位文字材料“2018 年，我国全社会用电量 68449 亿千瓦时，同比增长 8.5%，增幅同比提高 1.9 个百分点”。

第三步，根据增长率 $R = r_1 + r_2 + r_1 \times r_2$ ， $r_1 = 8.5\%$ ， $r_2 = 8.5\% - 1.9\% = 6.6\%$ ，代入数据得 $R = 8.5\% + 6.6\% + 8.5\% \times 6.6\% \approx 15.1\% + 0.6\% = 15.7\%$ 。

因此，选择 B 选项。

混合增长率



题目特征：求部分或者整体增长率，材料中存在整体量=部分 1+部分 2

方法：①整体增长率，介于部分增长率之间；

注：若存在多个部分，则整体增长率小于多个组成部分中增长率的极大值，大于多个组成部分中增长率的最小值；

②整体增长率，偏向基期量较大的那个组成部分的增长率。

【例 5】 2018 年全国农村网络零售额为 13700 亿元。其中，农村实物商品网络零售额为 10900 亿元，同比增长 30.9%；农村非实物商品网络零售额 2800 亿元，同比增长 28.4%。分品类看，农村实物商品零售额前三位的品类分别为服装鞋帽针织品、日用品、粮油食品及饮料烟酒，分别占农村实物商品零售额的 37.3%、19.3% 和 13.3%，同比增速分别为 30%、28% 和 35%。

2018 年全国农村网络零售额同比增速在以下哪个范围之内？

A. 低于 27%

B. 27%~29%

C. 29%~31%

D. 超过 31%

【答案】C

【解析】第一步，本题考查混合增长率计算问题中的混合增长问题。

第二步，定位文字材料，“2018 年全国农村网络零售额 13700 亿元。其中，农村实物商品网络零售额为 10900 亿元，同比增长 30.9%；农村非实物商品网络零售额为 2800 亿元，同比增长 28.4%”。

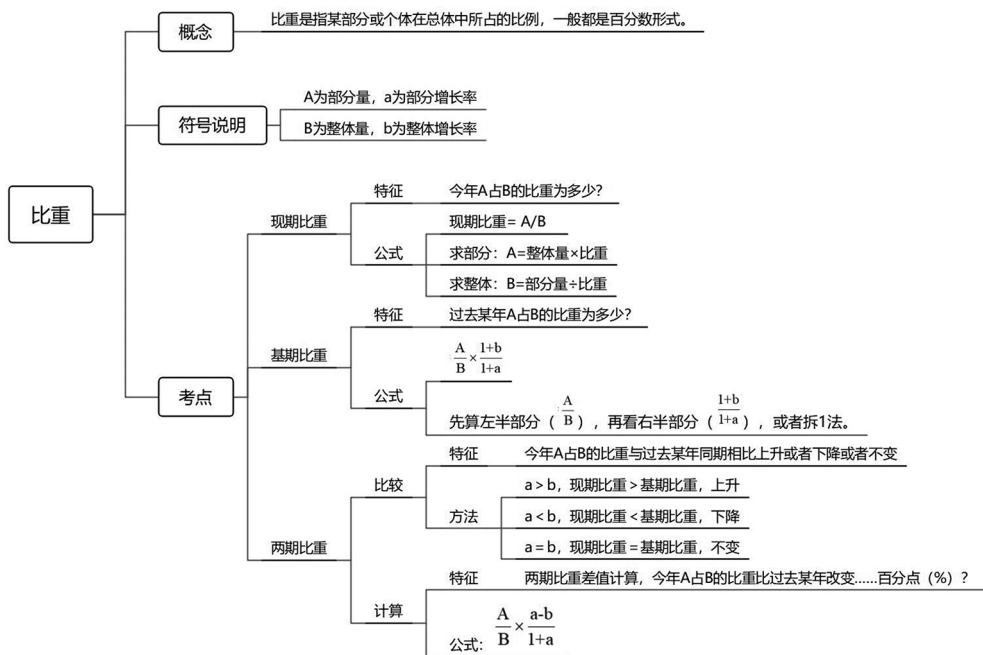
第三步，全国农村网络零售额 = 农村实物商品网络零售额 + 农村非实物商品网络零售额，混合增长率口诀：整体增长率介于部分增长率之间，且靠近基数较大的一侧。根据“整体增长率介于部分增长率之间”，可知 $28.4\% < \text{整体增长率} < 30.9\%$ ，排除 A、D 选项。根据“靠近基数较大的一侧”，根据基期量 = $\frac{\text{现期量}}{1 + \text{增长率}}$ ，可知去年农村实物商品网上零售额 > 农村非实物商品网上零售额，则整体增长率应距离“实物商品网上零售额”更近，故应 $> \frac{28.4\% + 30.9\%}{2} \approx 29.5\%$ ，排除 B 选项。

因此，选择 C 选项。



第四章 比重

思维导图·考点速记



现期比重



比重是指某部分或个体在总体中所占的比例，一般都是百分数形式。

题型特征：A（部分）占 B（整体）的比重；B 中 A 的占比。

公式：

比重 = $\frac{\text{部分量}}{\text{整体量}}$ ，截位直除法。

整体量 = $\frac{\text{部分量}}{\text{比重}}$ ，截位直除法。

部分量 = 整体量 × 比重，乘法考虑特殊值法或放缩法。

【例 1】2019 年末，我国城轨交通配属地铁列车 6178 列，全年实现地铁客运量 227.76 亿人次。

2019 年我国部分城市地铁运营状况

	运营线路长度（公里）	运营线路条数（条）	配属地铁列车（列）	客运量（亿人次）
上海	669.5	15	898	38.7
北京	637.6	20	1001	39.4
广州	489.4	13	510	32.9
武汉	338.4	9	435	12.4
深圳	304.4	8	384	17.8
成都	302.2	7	410	14.0
重庆	230.0	7	223	6.1
天津	178.6	5	178	4.7
南京	176.8	5	203	10.4
苏州	165.9	4	173	3.6
西安	158.0	5	203	9.5
郑州	151.7	4	151	4.1
杭州	130.9	4	174	6.3

注：除客运量为全年数值外，其余指标为年末时点值。

2019 年，直辖市（北京、天津、上海、重庆）地铁客运量占全国地铁客运总量的比重在以下哪个范围内？



A. 不到 40%

B. 40%—45%之间

C. 45%—50%之间

D. 超过 50%

【答案】A

【解析】第一步，本题考查现期比重计算中的求比重。

第二步，定位文字材料“2019 年，全年实现地铁客运量 227.76 亿人次”和表格材料“直辖市客运量分别为北京 39.4 亿人次、天津 4.7 亿人次、上海 38.7 亿人次、重庆 6.1 亿人次”。

第三步，根据比重 = $\frac{\text{部分量}}{\text{整体量}}$ ，代入数据可得 2019 年，直辖市（北京、天津、上海、重庆）地铁客运量占全国地铁客运总量的比重约为 $\frac{39.4+4.7+38.7+6.1}{227.76} = \frac{88.9}{227.76} \approx 39\%$ ，即不到 40%。

因此，选择 A 选项。

基期比重



题目特征：过去某年 A 占 B 的比重为多少？

公式：基期比重 = $\frac{A}{B} \times \frac{1+b}{1+a}$

计算方法：先算一半 $(\frac{A}{B})$ ；

再看右半部分：① $\frac{1+b}{1+a}$ 与 1 进行比较；若 $\frac{1+b}{1+a} > 1$ ，答案 $> \frac{A}{B}$ ；若 $\frac{1+b}{1+a} < 1$ ，答案 $< \frac{A}{B}$ ；

② 拆 1 法，即 $\frac{1+b}{1+a} = \frac{1+a+(b-a)}{1+a} = 1 + \frac{b-a}{1+a}$

【例 2】2019 年 1—8 月，全国房地产开发投资 84589 亿元，同比增长 10.5%，增速比 1—7 月回落 0.1 个百分点。其中，住宅投资 65187 亿元，增长 14.9%，增速回落 0.2 个百分点。

2018 年 1—8 月，住宅投资占全国房地产开发投资比重约为：

A. 65%

B. 69%

C. 74%

D. 77%

【答案】C

【解析】第一步，本题考查基期比重计算问题。

第二步，定位文字材料，“2019年1—8月份，全国房地产开发投资84589亿元，同比增长10.5%，增速比1—7月份回落0.1个百分点。其中，住宅投资65187亿元，增长14.9%，增速回落0.2个百分点”。

第三步，根据基期比重 $= \frac{A}{B} \times \frac{1+b}{1+a}$ ，代入数据，复杂计算可截位处理数据，利用拆1

法，可得 $\frac{652}{846} \times \frac{1+10.5\%}{1+14.9\%} \approx 77\% \times (1-4\%) \approx 77\% - 3\% = 74\%$ 。

因此，选择C选项。

两期比重比较



题目特征：今年A占B的比重与过去某年同期相比上升或者下降或者不变

比较方法：

- ①若 a （部分增长率） $> b$ （整体增长率），现期比重大于基期比重；
- ②若 a （部分增长率） $< b$ （整体增长率），现期比重小于基期比重。

【例3】2020年，我国规模以上互联网和相关服务企业（以下简称互联网企业）业务收入12838亿元，同比增长12.5%，增速低于上年同期8.9个百分点。

2020年，东部地区互联网业务收入11227亿元，同比增长14.8%，增速较上年同期回落9个百分点，中部地区互联网业务收入448.1亿元，同比增长3.4%，增速较上年同期回落53.1个百分点。西部地区互联网业务收入497.2亿元，同比增长6.9%，增速较上年同期回落15.2个百分点。东北地区互联网业务收入47.1亿元，同比增长9.1%。

在东部、中部、西部和东北四个地区中，2019年和2020年互联网业务收入占全国比重均高于上年水平的地区有几个？



A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

【答案】B

【解析】第一步，本题考查两期比重比较。

第二步，定位文字材料第一段“2020年，我国规模以上互联网和相关服务企业（以下简称互联网企业）业务收入12838亿元，同比增长12.5%，增速低于上年同期8.9个百分点”和第二段。

第三步，根据两期比重比较口诀，部分增速大于整体增速，比重上升，反之，比重下降。2020年我国规模以上互联网和相关服务企业（以下简称互联网企业）业务收入同比增长12.5%，即整体增速12.5%，材料中已知2020年东、中、西和东北地区同比增速分别为14.8%、3.4%、6.9%和9.1%，仅东部地区增速14.8%>整体增速12.5%，比重上升。考虑2019年，2019年我国规模以上互联网和相关服务企业（以下简称互联网企业）业务收入同比增长12.5%+8.9%=21.4%，2019年东部地区互联网业务收入同比增速为14.8%+9%=23.8%；仅东部地区增速23.8%>整体增速21.4%。故2019年和2020年互联网业务收入占全国比重均高于上年水平的地区只有1个东部地区。

因此，选择B选项。

两期比重计算



题目特征：今年A占B的比重比过去某年改变……百分点（%）？

$$\text{公式：两期比重差值} = \frac{A}{B} \times \frac{a-b}{1+a}$$

技巧：①先判断升降；

②判断数值范围，实际数值<|a-b|；

③计算 $\frac{A}{B} \times \frac{a-b}{1+a}$ 数值。

【例4】2020年1—2月，我国境内投资者共对全球147个国家和地区的1733家境外企业进行了非金融类直接投资，累计实现投资1078.6亿元人民币，同比增长1.8%。

对外承包工程完成营业额 1080 亿元人民币，同比下降 9.5%，新签合同额 2150.3 亿元人民币，同比增长 38.3%。对外劳务合作派出各类劳务人员 3.9 万人，同比减少 2.9 万人，2 月末在外各类劳务人员 77.8 万人。

2020 年 1—2 月，对外投资主要流向租赁和商务服务业、批发和零售业、制造业和采矿业等传统投资领域，占对境外企业非金融类直接投资的比重分别为 40.8%、15.1%、11.3% 和 8.9%。其中流向租赁和商务服务业的投资额同比增长 43.2%，成为增速最高的领域。

2020 年 1—2 月，租赁和商务服务业对外投资额占对境外企业非金融类直接投资额的比重比上年同期约：

- A. 上升了 3 个百分点
- B. 上升了 12 个百分点
- C. 下降了 3 个百分点
- D. 下降了 12 个百分点

【答案】B

【解析】第一步，本题考查两期比重计算。

第二步，定位材料，“2020 年 1—2 月，我国境内投资者共对全球 147 个国家和地区的 1733 家境外企业进行了非金融类直接投资，累计实现投资 1078.6 亿元人民币，同比增长 1.8%”，“对外投资主要流向租赁和商务服务业……占对境外企业非金融类直接投资的比重分别为 40.8%……其中流向租赁和商务服务类的投资额同比增长 43.2%”。

第三步，根据两期比重比较口诀，分子增速大于分母增速，比重上升；反之，比重下降； $a=43.2\%$ ， $b=1.8\%$ ， $a>b$ ，比重上升，排除 C、D 选项。且比重差值 $< |a-b| = 43.2\% - 1.8\% = 41.4\%$ ，无法排除选项。

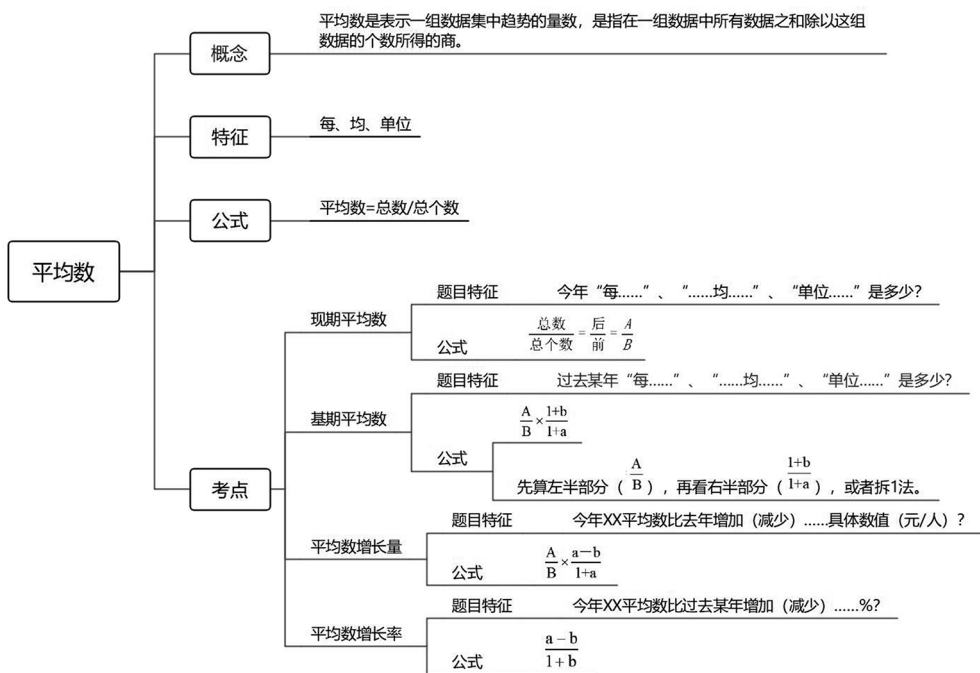
第四步，代入两期比重差公式 $\frac{A}{B} \times \frac{a-b}{1+a} = 40.8\% \times \frac{41.4\%}{1+43.2\%} \approx 40.8\% \times 30\% \approx 12\%$ ，即比重比去年同期约上升了 12 个百分点。

因此，选择 B 选项



第五章 平均数计算

思维导图·考点速记



现期平均数



平均数是表示一组数据集中趋势的量数，是指在一组数据中所有数据之和除以这组数据的个数所得的商。

题目特征：出现“每”、“均”、“单位”

$$\text{公式：平均数} = \frac{\text{总数}}{\text{总个数}} = \frac{\text{后}}{\text{前}}$$

易错单位换算：1 吨=2000 斤、1 公顷=15 亩

【例 1】Q 省 2018 年客货运输换算周转量 5096.9 亿吨公里，比上年增长 4.5%。货物周转量 4143.3 亿吨公里，增长 0.8%。其中，铁路周转量 729.6 亿吨公里，下降 10.0%；公路周转量 2731.8 亿吨公里，增长 5.9%。旅客周转量 1768.2 亿人公里，增长 12.8%。其中，铁路周转量 865.6 亿人公里，增长 28.0%；公路周转量 767.3 亿人公里，下降 1.2%；民航周转量 132.3 亿人公里，增长 18.0%。

2018 年 Q 省各种运输方式完成客货运输量及其增长速度

指标	计量单位	绝对数	比上年增长 (%)
货运量	万吨	215124.2	5.7
其中：铁路	万吨	4183.2	-6.9
公路	万吨	184830.9	7.1
水运	万吨	25109.2	-2.2
民航	万吨	6.1	-2.7
管道	万吨	994.8	21.9
客运量	万人	151080.5	-7.0
其中：铁路	万人	10390.2	9.4
公路	万人	138221.0	-8.2
水运	万人	1533.9	5.9
民航	万人	935.4	7.5

2018 年，Q 省客运平均运送距离约为：



A. 107 公里

B. 1007 公里

C. 1170 公里

D. 117 公里

【答案】D

【解析】第一步，本题考查现期平均数计算中求单平均数问题。

第二步，定位文字材料和表格材料“Q 省 2018 年旅客周转量 1768.2 亿人公里，客运总量 151080.5 万人”。

第三步，根据平均运送距离=周转量/客运量，观察选项出现了量级不同的情况，需考虑单位换算，151080.5 万人 \approx 15.1 亿人，代入公式可得 $\frac{1768.2}{15.1} \approx 117$ （公里）。

因此，选择 D 选项。

基期平均数



题目特征：过去某年“每……”、“……均……”、“单位……”是多少？

公式：基期平均数 $=\frac{A}{B} \times \frac{1+b}{1+a}$

计算方法：先算一半 $(\frac{A}{B})$ ；

再看右半部分：① $\frac{1+b}{1+a}$ 与 1 进行比较；若 $\frac{1+b}{1+a} > 1$ ，答案 $> \frac{A}{B}$ ；若 $\frac{1+b}{1+a} < 1$ ，答案 $< \frac{A}{B}$ 。

②拆 1 法，即 $\frac{1+b}{1+a} = \frac{1+a+(b-a)}{1+a} = 1 + \frac{b-a}{1+a}$

【例 2】2017 年 1—12 月，全国内燃机累计销量 5645.38 万台，同比增长 4.11%，累计完成功率 266879.47 万千瓦，同比增长 9.15%，其中柴油内燃机功率同比增长 34%。

2016 年，我国销售的内燃机平均功率约为：

A. 35 千瓦

B. 45 千瓦

C. 55 千瓦

D. 65 千瓦

【答案】 B

【解析】 第一步，本题考查基期平均数计算。

第二步，定位文字材料，“2017 年 1—12 月，全国内燃机累计销量 5645.38 万台，同比增长 4.11%，累计完成功率 266879.47 万千瓦，同比增长 9.15%”。

第三步，根据基期平均数公式 $\frac{A}{B} \times \frac{1+b}{1+a}$ ，复杂计算，且选项差距较大，可将部分数据截位舍相同处理，代入数据可得 $\frac{2669}{56} \times \frac{1+4.11\%}{1+9.15\%}$ ，利用算一半原则，左半部分约为 48，右半部分略小于 1，答案应略小于 48，观察选项，仅 B 选项符合。

因此，选择 B 选项。

平均数增长量



题目特征：今年 XX 平均数比去年增加（减少）……具体数值（元/人）？

$$\text{公式：平均数增长量} = \frac{A}{B} \times \frac{a-b}{1+a}$$

【例 3】2012 年，某省加大扶持贫困残疾人力度，财政投入扶贫资金 3816.3 万元，比上年大幅增长 18%，扶持贫困残疾人员 56561 人，脱贫 35110 人，享受优惠政策的贫困残疾人 117727 人，比上年增加 3%。

该省每年投入的残疾人财政扶贫资金如果可以均分到每位享受优惠政策的贫困残疾人身上，则 2012 年享受优惠政策的贫困残疾人的人均扶贫金额要比 2011 年增长约（ ）元

A. 30

B. 40



C. 50

D. 60

【答案】B

【解析】第一步，本题考查平均数增长量计算。

第二步，定位文字材料“2012 年财政投入扶贫资金 3816.3 万元，比上年大幅增长 18%；享受优惠政策的贫困残疾人 117727 人，比上年增加 3%”。

第三步，根据平均数增长量公式 $\frac{A}{B} \times \frac{a-b}{1+a}$ ，对人数进行单位换算 117727 人 \approx 12 万人，复杂计算可以对数据进行截位，则 2012 年享受优惠政策的贫困残疾人的人均扶贫金额相对 2011 年的增长量约为 $\frac{382}{12} \times \frac{18\%-3\%}{1+18\%} \approx 32 \times \frac{0.15}{1.2} = 32 \times \frac{1}{8} = 4$ ，与 40 首位一致。

因此，选择 B 选项。

平均数增长率



题目特征：今年 XX 平均数比过去某年增加（减少）……%？

公式：平均数增长率 = $\frac{a-b}{1+b}$

【例 4】2017 年某市调查总队对全市服务业小微企业的抽样调查显示，2017 年全市服务业小微样本企业总资产 938.6 亿元，销售总收入 105.4 亿元，销售总费用 6.8 亿元；人员薪酬 19.3 亿元，比上年增长 9.3%；从业人员 29028 人，与上年持平；营业税金及附加 1.1 亿元，比上年下降 29.5%。

2017 年该市服务业小微样本企业从业人员人均薪酬比上年增长：

A. 8.6%

B. 9.3%

C. 10.5%

D. 11.3%

【答案】B

【解析】第一步，本题考查平均数增长率计算。

第二步，定位文字材料，“2017年，人员薪酬19.3亿元，比上年增长9.3%；从业人员29028人，与上年持平”。

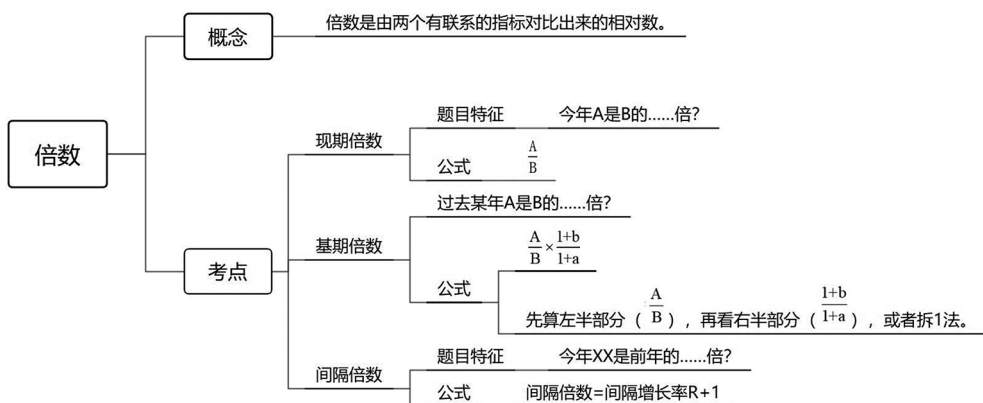
第三步，根据平均数增长率 $=\frac{a-b}{1+b}$ ， $a=9.3\%$ ， $b=0$ ，代入数据得，2017年该市服务业小微样本企业从业人员人均薪酬增长率 $=\frac{9.3\%-0}{1+0}=9.3\%$ 。

因此，选择B选项。



第六章 倍数计算

思维导图·考点速记



现期倍数



倍数是由两个有联系的指标对比出来的相对数。

A 是 B 的 $\frac{A}{B}$ 倍。

题目特征：今年 A 是 B 的……倍？

公式：现期倍数 = $\frac{A}{B}$

【例 1】

2013 年—2017 年我国环境污染治理投资情况

单位：亿元

指标	2013 年	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年
环境污染治理投资总额	9037.2	9575.5	8806.3	9219.8	9539.0
城镇环境基础设施建设投资	5223.0	5463.9	4946.8	5412.0	6085.7
其中：燃气	607.9	574.0	463.1	532.0	566.7
集中供热	819.5	763.0	687.8	662.5	778.3
排水	1055.0	1196.1	1248.5	1485.5	1727.5
园林绿化	2234.9	2338.5	2075.4	2170.9	2390.2
市容环境卫生	505.7	592.2	472.0	561.1	623.0
工业污染源治理投资	849.7	997.7	773.7	819.0	681.5
当年完成环保验收项目环保投资	2964.5	3113.9	3085.8	2988.8	2771.7
环境污染治理投资总额占国内生产总值比重（%）	1.52	1.49	1.28	1.24	1.15

2013—2017 年，当年完成环保验收项目环保投资最高的年份其城镇环境基础设施建设投资额约是工业污染源治理投资额的多少倍？

A. 5.5

B. 6.1

C. 6.4

D. 6.6

【答案】A

【解析】第一步，本题考查现期倍数计算问题。

第二步，定位表格材料可知，2013—2017 年，完成环保验收项目环保投资额最高的年份为 2014 年（3113.9 亿元），2014 年，城镇环境基础设施建设投资额为 5463.9 亿元，工业污染源治理投资额为 997.7 亿元。

第三步，观察选项，出现了首位相同，第二位不同的情况，将分子取整，分母从左向右截取前三位，代入数据可得 $\frac{5464}{998}$ ，直除首位商 5。

因此，选择 A 选项。



基期倍数



题目特征：过去某年 A 是 B 的……倍？

公式：基期倍数 $= \frac{A}{B} \times \frac{1+b}{1+a}$

计算方法：先算一半 $(\frac{A}{B})$ ；

再看右半部分：① $\frac{1+b}{1+a}$ 与 1 进行比较；若 $\frac{1+b}{1+a} > 1$ ，答案 $> \frac{A}{B}$ ；若 $\frac{1+b}{1+a} < 1$ ，答案 $< \frac{A}{B}$ 。

② 拆 1 法，即 $\frac{1+b}{1+a} = \frac{1+a+(b-a)}{1+a} = 1 + \frac{b-a}{1+a}$

【例 2】2017 年，国内旅游市场高速增长，入出境市场平稳发展，供给侧结构性改革成效显著。国内旅游人数 50.01 亿人次，比上年同期增长 12.8%；入出境旅游总人数 2.7 亿人次，增长 3.7%；全年实现旅游总收入 5.40 万亿元，增长 15.1%；全年全国旅游业对 GDP 的综合贡献为 9.13 万亿元，占 GDP 总量的 11.04%；旅游直接就业 2825 万人，旅游直接和间接就业 7990 万人，占全国就业总人口的 10.28%。

2016 年，全国国内旅游人数约为入出境旅游总人数的多少倍？

A. 17

B. 19

C. 21

D. 23

【答案】 A

【解析】 第一步，本题考查基期倍数计算。

第二步，定位文段中可知，“2017 年……国内旅游人数 50.01 亿人次，比上年同期增长 12.8%；入出境旅游总人数 2.7 亿人次，增长 3.7%”。

第三步，根据基期倍数计算公式 $\frac{A}{B} \times \frac{1+b}{1+a}$ ，代入数据可得： $\frac{50.01}{2.7} \times \frac{1+3.7\%}{1+12.8\%} \approx 18.5 \times 1 <$

18.5 (倍)，仅 A 选项符合。

因此，选择 A 选项。

间隔倍数



题目特征：今年 XX 是前年的……倍？

公式：间隔倍数 = 1 + 间隔增长率

【例 3】 2013 年 3 月末，金融机构人民币各项贷款余额 65.76 万亿元，同比增长 14.9%，增速比上年同期低 0.8 个百分点。

2013 年 3 月末，主要金融机构及小型农村金融机构、外资银行人民币小微企业贷款余额 11.78 万亿元，同比增长 13.5%，比全部企业贷款余额增速高 1.2 个百分点。

2013 年 3 月末，金融机构人民币各项贷款余额约是 2011 年同期的多少倍？

A. 1.1

B. 1.2

C. 1.3

D. 1.4

【答案】 C

【解析】 第一步，本题考查间隔倍数计算。

第二步，定位文段，“2013 年 3 月末，金融机构人民币各项贷款余额 65.76 万亿元，同比增长 14.9%，增速比上年同期低 0.8 个百分点。”。

第三步，根据公式，间隔增长率 $R = r_1 + r_2 + r_1 \times r_2$ ，间隔倍数 = 1 + 间隔增长率，代入公式得， $R = 14.9\% + 15.7\% + 14.9\% \times 15.7\% \approx 30.6\% + 15\% \times 16\% = 30.6\% + 2.4\% = 33\%$ ，2013 年 3 月末，金融机构人民币各项贷款余额约是 2011 年同期的倍数 = $1 + 33\% = 1.33$ 倍。与 C 选项最接近。

因此，选择 C 选项。