§2—5 基尔霍夫定律

图 2—19 所示电路只有 3 个电阻，2 个电源，似乎很简单，可是试一试，能用电阻串、并联化简，并用欧姆定律求解吗？显然不能。如果要计算不平衡的直流电桥，也会遇到同样的困难。

不能用电阻串、并联化简求解的电路称为**复杂电路**。

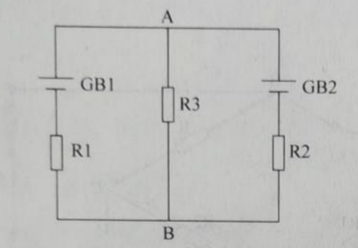


图 2—19

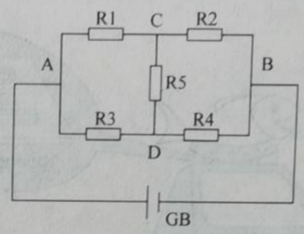


图 2—20

分析复杂电路要应用基尔霍夫定律，为了阐明该定律的含义，先介绍有关电路的基本术语。

支路 电路中的每一个分支称为支路。它由一个或几个相互串联的电路元件所构成。图 2—19 电路中有 3 条支路，即 GB1、R1 支路；R3 支路；GB2、R2 支路。其中含有电源的支路称为**有源支路**，不含电源的支路称为**无源支路**。

节点 3 条或 3 条以上支路所汇成的交点称为节点。图 2—19 电路中有 A、B 两个节点。

回路和网孔 电路中任一闭合路径都称为回路。一个回路可能只含一条支路，也可能包含几条支路。其中，最简单的回路又称独立回路或网孔。图 2—19 电路中有 3 个回路，2 个网孔。

思考

图 2—20 所示电路中有几条支路？几个节点？几个回路？几个网孔？

一、基尔霍夫第一定律

基尔霍夫第一定律又称**节点电流定律**。它指出：在任一瞬间，流进某一节点的电流之和恒等于流出该节点的电流之和，即

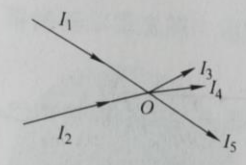
$$\sum I_{进} = \sum I_{出}$$

如图 2—21，对于节点 O 有

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

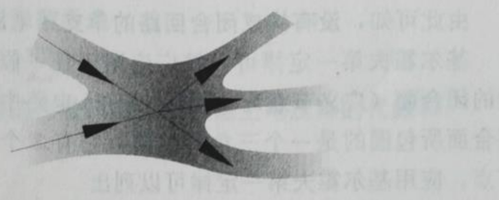
可将上式改写成

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0$$



$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$

a)



b)

图 2—21　基尔霍夫第一定律

a）流入总电流＝流出总电流　b）流入总水量＝流出总水量

因此得到

$$\sum I = 0$$

即对任一节点来说，流入（或流出）该节点电流的代数和恒等于零。

提示

在应用基尔霍夫第一定律求解未知电流时，可先任意假设支路电流的参考方向，列出节点电流方程。通常可将流进节点的电流取正，流出节点的电流取负，再根据计算值的正负来确定未知电流的实际方向。有些支路的电流可能是负的，这是由于所假设的电流方向与实际方向相反。

【例 2—4】 图 2－22 电路中，$I_1 = 2$ A，$I_2 = -3$ A，$I_3 = -2$ A，试求电流 I_4。

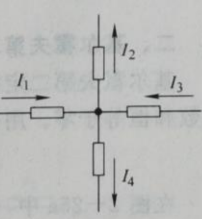


图 2—22

解：

由基尔霍夫第一定律可知

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

代入已知值

$$2 - (-3) + (-2) - I_4 = 0$$

可得

$$I_4 = 3 \text{ A}$$

式中括号外正负号是由基尔霍夫第一定律根据电流的参考方向确定的，括号内数字前的负号则是表示实际电流方向和参考方向相反。

【例 2—5】 电路如图 2—23 所示，求电流 I_3。

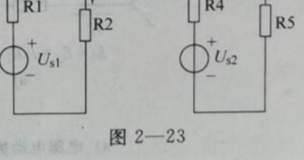


图 2—23

解：

对 A 节点：

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

因为 $I_1 = I_2$，所以 $I_3 = 0$。

同理，对 B 节点：

$$I_4 - I_5 + I_3 = 0$$

因为 $I_4 = I_5$，也得 $I_3 = 0$。

由此可知，**没有构成闭合回路的单支路电流为零**。

基尔霍夫第一定律可以推广应用于任一假设的**闭合面（广义节点）**。例如图 2—24 电路中闭合面所包围的是一个三角形电路，它有 3 个节点。应用基尔霍夫第一定律可以列出

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}$$
$$I_B = I_{BC} - I_{AB}$$
$$I_C = I_{CA} - I_{BC}$$

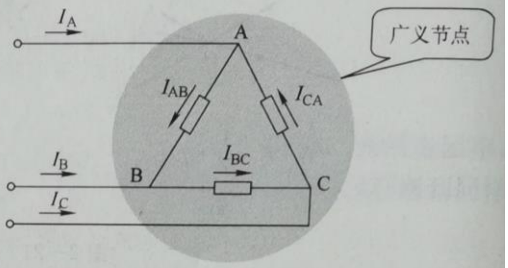


图 2—24

上面三式相加得

$$I_A + I_B + I_C = 0$$

或

$$\sum I = 0$$

即流入此闭合面的电流恒等于流出该闭合面的电流。

【例 2—6】 图 2—24 所示电路中，若电流 $I_A = 1$ A，$I_B = -5$ A，$I_{CA} = 2$ A，试求电流 I_C，I_{AB}和 I_{BC}。

解：

由

$$I_A + I_B + I_C = 0$$

可得

$$I_C = 4 \text{ A}$$
$$I_{AB} = I_A + I_{CA} = 1 + 2 = 3 \text{ A}$$
$$I_{BC} = I_{CA} - I_C = 2 - 4 = -2 \text{ A}$$

二、基尔霍夫第二定律

基尔霍夫第二定律又称**回路电压定律**。它指出：**在任一闭合回路中，各段电路电压降的代数和恒等于零**。用公式表示为

$$\sum U = 0$$

在图 2－25a 中，按虚线方向循环一周，根据电压与电流的参考方向可列出

$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} = 0$$

即

$$-E_1 + I_1R_1 - E_2 + I_2R_2 = 0$$

或

$$E_1 + E_2 = I_1R_1 + I_2R_2$$

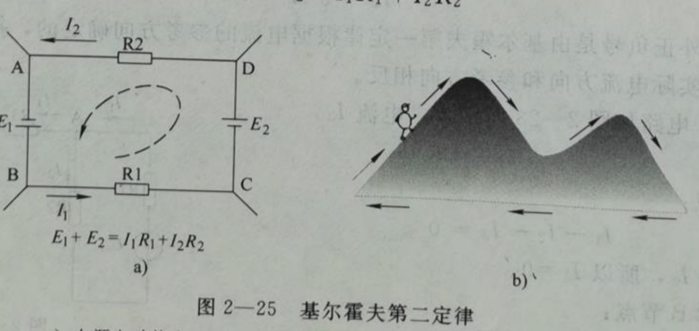


图 2—25　基尔霍夫第二定律

a）电源电动势之和＝电路电压降之和　b）攀登总高度＝下降总高度

由此，可得到基尔霍夫第二定律的另一种表示形式：

$$\sum E = \sum IR$$

即在任一回路循环方向上，回路中电动势的代数和恒等于电阻上电压降的代数和。

提示

在用式 $\sum U = 0$ 时，凡电流的参考方向与回路循环方向一致者，该电流在电阻上所产生的电压降取正，反之取负。电动势也作为电压来处理，即从电源的正极到负极电压取正，反之取负。

在用式 $\sum E = \sum IR$ 时，电阻上电压的规定与用式 $\sum U = 0$ 时相同，而电动势的正负号则恰好相反，也就是当循环方向与电动势的方向（即由电源负极通过电源内部指向正极）一致时，该电动势取正，反之取负。

基尔霍夫第二定律也可以推广应用于不完全由实际元件构成的假想回路。例如图 2—26 电路中，A、B 两点并不闭合，但仍可将 A、B 两点间电压列入回路电压方程，可得

$$\sum U = U_{AB} + I_2R_2 - I_1R_1 = 0$$

【例 2—7】 图 2—27 电路中，$E_1 = E_2 = 17$ V，$R_1 = 2\ \Omega$，$R_2 = 1\ \Omega$，$R_3 = 5\ \Omega$，求各支路电流。

解：

1. 标出各支路电流参考方向和独立回路的绕行方向，应用基尔霍夫第一定律列出节点电流方程

$$I_1 + I_2 = I_3$$

2. 应用基尔霍夫第二定律列出回路电压方程

对于回路 1 有 $\quad E_1 = I_1R_1 + I_3R_3$

对于回路 2 有 $\quad E_2 = I_2R_2 + I_3R_3$

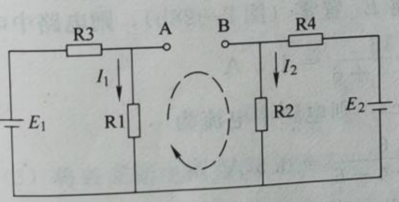


图 2—26

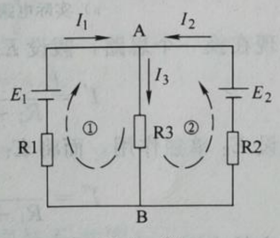


图 2—27

整理得联立方程

$$\begin{cases} I_2 = I_3 - I_1 \\ 2I_1 + 5I_3 = 17 \\ I_2 + 5I_3 = 17 \end{cases}$$

3. 解联立方程得

$$\begin{cases} I_1 = 1\ \text{A} \\ I_2 = 2\ \text{A} \\ I_3 = 3\ \text{A} \end{cases}$$

电流方向都和假设方向相同。

这种以支路电流为未知量，依据基尔霍夫定律列出节点电流方程和回路电压方程，然后联立求解的方法称为**支路电流法**。

提示

支路电流参考方向和独立回路绕行方向可以任意假设，绕行方向一般取与电动势方向一致，对具有两个以上电动势的回路，则取较大电动势的方向为绕行方向。