

## 2019 年教师资格证笔试 考前 30 分(初中数学)

### 考点一：函数的性质

这一知识点考察的难度不大，但是函数是数学学科的基础知识，建议考生打好基础。比如 2013 年下半年考了 1 道选择题，考察函数的奇偶性。也会出现在论述题目中请描述函数单调性的定义及说明判断方法。

#### 1. 函数的单调性

对于复合函数  $y = f[g(x)]$ ，令  $u = g(x)$ ， $f(x)$  与  $g(x)$  同增函数或减函数时，复合函数为增函数，若一个为增函数，一个为减函数时，复合函数为减函数，即“同增异减”。

#### 2. 函数奇偶性

若函数  $f(x)$  为奇函数，且在  $x = 0$  处有定义，则  $f(0) = 0$ 。

#### 3. 周期性

周期性：设  $f(x)$  在  $X$  上有定义，如果存在常数  $T \neq 0$ ，使得任意  $x \in X$ ， $x + T \in X$ ，都有  $f(x + T) = f(x)$ ，则称  $f(x)$  是周期函数，称  $T$  为  $f(x)$  的周期。

由此可见，周期函数有无穷多个周期，如果在所有正周期中有一个最小的，则称它是函  $f(x)$  的最小正周期。

#### 4. 有界性

有界性：设函数  $y = f(x)$  在  $X$  内有定义，若存在正数  $M$ ，使  $x \in X$  都有  $|f(x)| \leq M$ ，则称  $f(x)$  在  $X$  上是有界的。

#### 5. 特殊函数

分数指数幂的概念

(1) 正数的正分数指数幂的意义是： $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$  ( $a > 0, m, n \in N_+,$  且  $n > 1$ )。0 的正分数指数幂等于 0。

(2) 正数的负分数指数幂的意义是： $a^{-\frac{m}{n}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{\left(\frac{1}{a}\right)^m}$  ( $a > 0, m, n \in N_+,$  且  $n > 1$ )。0 的负分数指数幂没有意义。

有意义。

注意口诀：底数取倒数，指数取相反数。

分数指数幂的运算性质:

$$(1) a^r \cdot a^s = a^{r+s} (a > 0, r, s \in \mathbf{R})$$

$$(2) (a^r)^s = a^{rs} (a > 0, r, s \in \mathbf{R})$$

$$(3) (ab)^r = a^r b^r (a > 0, b > 0, r \in \mathbf{R})$$

对数的定义:

(1) 若  $a^x = N (a > 0, \text{且} a \neq 1)$ , 则  $x$  叫做以  $a$  为底  $N$  的对数, 记作  $x = \log_a N$ , 其中  $a$  叫做底数,  $N$  叫做真数。

(2) 负数和零没有对数。

(3) 对数式与指数式的互化:  $x = \log_a N \Leftrightarrow a^x = N (a > 0, a \neq 1, N > 0)$ 。

几个重要的对数恒等式

$$\log_a 1 = 0, \log_a a = 1, \log_a a^b = b$$

对数的运算性质:

如果  $a > 0, a \neq 1, M > 0, N > 0$ , 那么

$$\textcircled{1} \text{加法: } \log_a M + \log_a N = \log_a (MN)$$

$$\textcircled{2} \text{减法: } \log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N}$$

$$\textcircled{3} \text{数乘: } n \log_a M = \log_a M^n (n \in \mathbf{R})$$

$$\textcircled{4} a^{\log_a N} = N$$

$$\textcircled{5} \log_{a^b} M^n = \frac{n}{b} \log_a M (b \neq 0, n \in \mathbf{R})$$

$$\textcircled{6} \text{换底公式: } \log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a} (b > 0, b \neq 1)$$

负数和零没有对数。

对数式与指数式的互化:  $x = \log_a N \Leftrightarrow a^x = N (a > 0, a \neq 1, N > 0)$ 。

例题 1. 若函数  $f(x) = x^2 + \frac{a}{x} (a \in \mathbf{R})$ , 则下列结论正确的是 ( )

A.  $\forall a \in \mathbf{R}, f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上是增函数

B.  $\forall a \in \mathbf{R}, f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上是减函数

C.  $\exists a \in \mathbf{R}$ ,  $f(x)$  是偶函数

D.  $\exists a \in \mathbf{R}$ ,  $f(x)$  是奇函数

参考答案: C

### 考点二: 导数及微分中值定理

对于这一知识点, 一般考导数的应用, 要求求出导函数, 并根据导函数的符号判断函数在某个区间上的单调性, 进而求极值和最值。比如 2013 年下半年考了 1 道选择题, 根据导函数的图像, 来判断某点是不是极值点; 2014 年下半年的第 1 道选择题考察的内容是根据导函数的符号判断单调性。

如果函数  $y = f(x)$  在点  $x_0$  处导数  $f'(x_0)$  存在, 则在几何上  $f'(x_0)$  表示曲线  $y = f(x)$  在点  $(x_0, f(x_0))$  处的切线的斜率。

**切线方程:**  $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$

**单调性:** 设函数  $f(x)$  在  $(a, b)$  内可导, 如果恒有  $f'(x) > 0 (< 0)$ , 则  $f(x)$  在  $(a, b)$  内单调增加 (单调减少); 如果恒有  $f'(x) \geq 0 (\leq 0)$ , 则  $f(x)$  在  $(a, b)$  内单调不减 (单调不增)

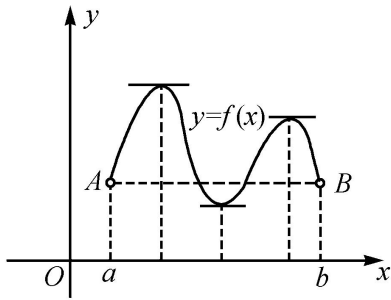
**极值点:** 设函数  $f(x)$  在  $(a, b)$  内有定义,  $x_0$  是  $(a, b)$  内的某一点, 则如果点  $x_0$  存在一个邻域, 使得对此邻域内的任一点  $x (x \neq x_0)$ , 总有  $f(x) < f(x_0)$ , 则称  $f(x_0)$  为函数  $f(x)$  的一个极大值, 称  $x_0$  为函数  $f(x)$  的一个极大值点;

如果点  $x_0$  存在一个邻域, 使得对此邻域内的任一点  $x (x \neq x_0)$ , 总有  $f(x) > f(x_0)$ , 则称  $f(x_0)$  为函数  $f(x)$  的一个极小值, 称  $x_0$  为函数  $f(x)$  的一个极小值点。

高次函数的零点个数综合应用了函数的单调性和极值。

### 罗尔中值定理:

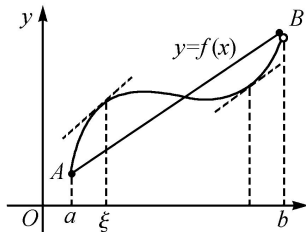
设函数  $f(x)$  满足 (1) 在闭区间  $[a, b]$  上连续; (2) 在开区间  $(a, b)$  内可导;  $f(a) = f(b)$ . 则存在  $\xi \in (a, b)$ , 使得  $f'(\xi) = 0$



拉格朗日中值定理:

设函数  $f(x)$  满足 (1) 在闭区间  $[a, b]$  上连续; (2) 在开区间  $(a, b)$  内可导。则存在  $\xi \in (a, b)$ , 使得

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(\xi)$$



例题 1: 与直线  $x+3y+1=0$  垂直且与曲线  $y=x^4-x$  相切的直线的方程为( )

- A.  $x-3y-3=0$
- B.  $3x-y-3=0$
- C.  $3x-y-1=0$
- D.  $x-3y-1=0$

答案: C

### 考点三: 概率与统计

考察的是高中的知识, 题目难度较小, 但是考察的频率非常高。比如 2013 年下半年考察了 1 道解答题, 考察在区间上均匀分布的两个独立事件的概率; 2014 年下半年考察了 1 道解答题, 在放回的条件下, 分别求两次摸出的球颜色相同和颜色不同的概率; 2015 年下半年考察了 1 道选择题和 1 道解答题, 分别考察的是样本容量对平均数的影响以及求简单随机事件的概率。

#### 古典概型及随机数的产生

古典概型的使用条件: 试验结果的有限性和所有结果的等可能性。

$$P(A) = \frac{A \text{ 包含的基本事件数}}{\text{总的基本事件个数}}$$

#### 几何概型

$P(A)$  = 构成事件 A 的区域长度 (面积或体积) / 试验的全部结果所构成的区域长度 (面积或体积)

### 条件概率

对任意事件 A 和事件 B, 在已知事件 A 发生的条件下事件 B 发生的概率, 叫做条件概率。记作  $P(B|A)$ , 读作 A 发生的条件下 B 的概率。

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}, P(A) > 0$$

### 独立事件

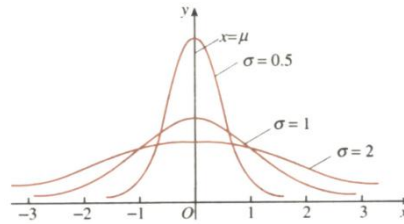
事件 A (或 B) 是否发生对事件 B (或 A) 发生的概率没有影响, 这样的两个事件叫做相互独立事件。

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

### 正态分布:

若概率密度曲线就是或近似地是函数

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x \in (-\infty, +\infty)$$



的图象, 其中解析式中的实数

$\mu$ 、 $\sigma$  ( $\sigma > 0$ ) 是参数, 分别表示总体的平均数与标准差. 则其分布叫**正态分布**。记作:  $N(\mu, \sigma)$ ,  $f(x)$  的图象称为正态曲线。

### 基本性质:

- ① 曲线在  $x$  轴的上方, 与  $x$  轴不相交。
- ② 曲线关于直线  $x = \mu$  对称, 且在  $x = \mu$  时位于最高点。
- ③ 当时  $x < \mu$ , 曲线上升; 当时  $x > \mu$ , 曲线下降. 并且当曲线向左、右两边无限延伸时, 以  $x$  轴为渐近线, 向它无限靠近。
- ④ 当  $\sigma$  相同时, 正态分布曲线的位置由期望值  $\mu$  来决定。
- ⑤ 正态曲线下的总面积等于 1。

例题 1: 考察正方体 6 个面的中心, 从中任意选 3 个点连成三角形, 再把剩下的 3 个点也连成三角形, 则所得的两个三角形全等的概率等于 ( )。

- A. 1      B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{3}$       D. 0

参考答案: A

#### 考点四：数列

特殊数列考的比较多，比如求满足一定条件的数列的通项公式以及前  $n$  项和。要掌握恰当的方法，如错位相减、裂项相消等。

##### (一) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项

1. 公式法：当已知  $S_n = f(n)$  时，直接运用公式  $a_n = \begin{cases} S_1 & n=1 \\ S_n - S_{n-1} & n \geq 2 \end{cases}$  求解。

2. 累加法：当已知  $a_{n+1} = a_n + f(n)$  时，运用累加法。

3. 累乘法：当已知  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = f(n)$  时，运用累乘法。

4. 待定系数构造法：当已知  $a_{n+1} = pa_n + f(n)$  ( $p$  为常数) 时，运用构造法。构造成等差数列或者等比数列来求解。

5. 倒数法：当已知  $a_{n+1} = \frac{Aa_n}{Ba_n + C}$  时运用倒数法。

##### (二) 求数列前 $n$ 项的和

1. 公式法：主要用于等差或者等比数列，直接套用公式。

2. 错位相消法：用于求  $\{a_n b_n\}$  型的数列，其中  $\{a_n\}$  为等差数列， $\{b_n\}$  是公比为  $q$  的等比数列，只需用  $S_n - qS_n$  便可转化为等比数列的求和，但要注意讨论  $q = 1$  和  $q \neq 1$  两种情况。

3. 分组化归法：主要用于无法整体求和的数列，可将其通项写成等比、等差等我们熟悉的数列分别进行求和，再综合求出所有项的和。

4. 裂相消项法：此方法主要针对  $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$  这样的求和，其中  $\{a_n\}$  是等差数列。

例题 1. 等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $4a_1, 2a_2, a_3$  成等差数列。若  $a_1 = 1$ ，则  $S_4 =$  ( )

A. 7

B. 8

C. 15

C. 16

【参考答案】C

#### 考点五：圆锥曲线及曲面方程



圆锥曲线包括椭圆、双曲线以及抛物线，希望广大考试要学会类比，掌握其标准方程，离心率以及准线等概念。这一块考解答题的时候，计算量往往会比较大，需要联立方程，并结合韦达定理去计算。曲面方程是将二维平面拓展到三维的空间，在空间中求曲面的方程。如 2014 年和 2015 年下半年都考了 1 道解答题，考察的是在一定条件下，求曲面方程。广大考生要掌握求曲面方程的基本方法，如代入法和参数法。

**椭圆：**平面内与两个定点  $F_1, F_2$  的距离之**和**等于常数  $2a$  ( $2a > |F_1F_2| = 2c$ ) 的点的轨迹称为椭圆。

标准方程：焦点在  $x$  轴上， $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ，参数方程： $\begin{cases} x = a \cos \varphi, \\ y = b \sin \varphi, \end{cases}$  ( $\varphi$  为参数)

**双曲线：**平面内与两个定点  $F_1, F_2$  的距离之**差的绝对值**等于常数  $2a$  ( $0 < 2a < |F_1F_2| = 2c$ ) 的点的轨迹称为双曲线。

标准方程：焦点在  $x$  轴上， $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$

**抛物线：**平面内与一个定点  $F$  和一条定直线  $l$  的距离相等的点的轨迹称为抛物线。

标准方程：焦点在  $x$  轴正半轴， $y^2 = 2px (p > 0)$

二次曲面类型：

(1) 椭圆锥面  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z^2$

(2) 椭球面  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

(3) 旋转单叶双曲面  $\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

(4) 旋转双叶双曲面  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2 + z^2}{c^2} = 1$

(5) 椭圆抛物面  $\frac{x^2 + y^2}{a^2} = z$

(6) 双面抛物面  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = z$  又称马鞍面

(7)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, x^2 = ay$  依次称为椭圆柱面、双曲柱面、抛物柱面。

旋转曲面：

设母线 $\Gamma$ 在 $yOz$ 平面上, 它的平面直角坐标方程为

$$F(y, z) = 0$$

$\Gamma$ 绕 $z$ 轴旋转所成的旋转曲面 $\Sigma$ 的方程为

$$F(\pm\sqrt{x^2 + y^2}, z) = 0$$

如在 $yOz$ 平面内的椭圆 $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 绕 $z$ 轴旋转所得到的旋转曲面的方程为 $\frac{x^2 + y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 。该曲面称为旋转椭球面。

例题 1: 方程 $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ 表示的二次曲面是 ( )

- A. 椭球面    B. 旋转双曲面    C. 旋转抛物面    D. 圆柱面

答案: B

例题 2: 将椭圆 $\Gamma: \begin{cases} y^2 + \frac{z^2}{4} = 1 \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 $z$ 轴旋转一周, 所得旋转曲面的方程为 ( )

- A.  $x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1$                       B.  $x^2 - y^2 + \frac{z^2}{4} = 1$   
C.  $\frac{x^2}{4} + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1$                       D.  $x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{4} = 1$

答案: A

### 考点六: 函数极限与函数连续(一致连续)

常考的知识点有级数的收敛性和函数列的一致收敛性。2014 年下半年考了 1 道选择题, 考察的是函数列收敛于函数的充要条件; 2015 年下半年考了一道选择题, 考察的是幂级数的收敛区间。对于正项级数的收敛性, 要掌握的方法有比式判别法、根式判别法、积分判别法和拉贝判别法。

#### 1、常用求极限的方法

1) 两个重要极限公式

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e; \text{ 或 } \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$



**方法：**遇到 $1^\infty$ 形式的极限，通常都需要将其化为 $(1+\alpha)^\frac{1}{\alpha}$ 的形式；或者利用对数恒等式，再利用洛必达法则；也可以先取对数，再利用洛必达法则（真数部分大于0）。

- 2) 代入法
- 3) 约公因式法
- 4) 最高次幂法

当函数是分式形式，且分子、分母都是多项式时，可以通过这种方法。主要是比较分子与分母次数的高低：

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \dots + a_m}{b_0 x^n + b_1 x^{n-1} + \dots + b_n} = \begin{cases} \frac{a_0}{b_0} & m = n \\ 0 & m < n \\ \infty & m > n \end{cases}$$

例题 1: 极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x = ( \quad )$

- A.1    B. $\infty$     C. $e^{-2}$     D. $e^2$

【参考答案】 C

### 考点七：积分(求积分，积分的应用)

包括积分的计算和积分的相关应用两个方面。首先，广大考生要掌握积分计算的两种方法，换元积分法和分部积分法，然后再多做练习。2013 年下半年考察了 1 道选择题，让我们求定积分的值。其次，在应用方面，要掌握定积分的几何意义，能根据定积分来求面积、用二重积分求体积。

积分部分的考查主要以定积分为主。定积分常与函数综合在一起考察，具体考的是定积分函数的导函数，以及定积分的几何意义。如 13 年上半年 1 道选择题是求定积分函数导函数零点的个数；又如 13 年上半年解答题考的是利用定积分求椭圆所围成图形的面积。17 年下半年简答题考查定积分的意义

#### 定积分的几何意义：

1. 设函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，定积分  $\int_a^b f(x) dx$  在几何上表示曲线  $y = f(x)$  和直线  $x = a, x = b$  以及  $x$  轴围成各部分面积的代数和，在  $x$  轴上方取正号，在  $x$  轴下方取负号

2. 设函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续， $y = f(x)$  两直线  $x = a, x = b$  以及  $x$  轴围成曲边梯形绕  $x$  轴旋转一周所成的旋转体的体积为  $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$

3. 设函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续,  $y = f(x)$  两直线  $y = a, y = b$  以及  $y$  轴围成曲边梯形绕  $y$  轴旋转一周所成的旋转体的体积为  $V = \pi \int_c^d [\phi(y)]^2 dy$

定积分中值定理:

设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 则存在  $\xi \in [a, b]$ , 使  $\int_a^b f(x) dx = f(\xi)(b-a)$

例题 1: 已知  $f(x) = \int (x + e^x) dx$ , 则  $f'(x) = ( )$ 。

- A.  $x + e^x$
- B.  $x^2 + e^x$
- C.  $\frac{x^2}{2} + e^x + C$
- D.  $x + e^x + C$

参考答案: A

**考点八: 行列式和逆矩阵及特征值特征向量**

这一知识点考察的难度不大, 要求广大考生会根据行列式的性质求行列式, 以及初等变换求逆矩阵即可。

(1) 矩阵的加法

$$A_{m \times n} + B_{m \times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \cdots & a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

(2) 矩阵的数乘

$$\lambda A_{m \times n} = A_{m \times n} \lambda = (\lambda a_{ij})_{m \times n} = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \cdots & \lambda a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \cdots & \lambda a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda a_{m1} & \lambda a_{m2} & \cdots & \lambda a_{mn} \end{bmatrix}$$

(3) 矩阵的乘法

$$C = (c_{ij})_{m \times n} = A_{m \times s} \times B_{s \times n} = (a_{ij})_{m \times s} \times (b_{ij})_{s \times n}$$

其中,  $c_{ij} = \sum_{k=1}^s a_{ik} b_{kj} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \cdots + a_{is} b_{sj}$

$AB \neq BA$

$AE = EA = A$

$$(A)^k = \underbrace{AA \cdots A}_k$$

(4) 矩阵的转置

$$A^T = A' = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1m} & a_{2m} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

$$(A^T)^T = A$$

$$(AB)^T = B^T A^T$$

$$(A+B)^T = A^T + B^T, (\lambda A)^T = \lambda A^T$$

(5) 矩阵的特征向量特征值

设  $A$  是  $n$  阶矩阵, 如果  $\lambda$  和  $n$  维非零向量  $x$  使关系式

$$Ax = \lambda x \quad (1)$$

成立, 那么, 这样的数  $\lambda$  称为矩阵  $A$  的特征值, 非零向量  $x$  称为  $A$  的对应于特征值  $\lambda$  的特征向量。

(1) 式也可以写成

$$(A - \lambda E)x = 0$$

这是  $n$  个未知数  $n$  个方程的齐次线性方程组, 它有非零解的充分必要条件是系数行列式

$$|A - \lambda E| = 0$$

即

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

上式是以  $\lambda$  为未知数的一元  $n$  次方程, 称为矩阵  $A$  的特征方程。其左端  $|A - \lambda E|$  是  $\lambda$  的  $n$  次多项式, 记作  $f(\lambda)$ , 称为矩阵  $A$  的特征多项式。显然,  $A$  的特征值就是特征方程的解。特征方程在复数范围内恒有解, 其个数为方程的次数 (重根按重数计算), 因此,  $n$  阶矩阵  $A$  在复数范围内有  $n$  个特征值。

设  $n$  阶矩阵  $A = (a_{ij})$  的特征值为  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , 不难证明

$$(i) \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n = a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn};$$

$$(ii) \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n = |A|$$

设  $\lambda_i = \lambda_j$  为矩阵  $n$  的一个特征值, 则由方程  $(A - \lambda_i E)x = 0$

可求得非零解  $x = p_i$ , 那么  $p_i$  便是  $A$  的对应于特征值  $\lambda_i$  的特征向量。(若  $\lambda_i$  为实数, 则  $p_i$  可取实向量; 若  $\lambda_i$  为复数, 则  $p_i$  为复向量。)

例题 1: 求矩阵  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  的特征值和特征向量。

参考答案:  $A$  的特征值为  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = \lambda_3 = 1$

当  $\lambda_1 = 2$  时, 解  $(A - 2E)x = 0$  得基础解系  $p_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

所以  $kp_1 (k \neq 0)$  是对应于  $\lambda_1 = 2$  的全部特征向量。

当  $\lambda_2 = \lambda_3 = 1$  时解  $(A - E)x = 0$  得基础解系  $p_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$

所以  $kp_2 (k \neq 0)$  是对应于  $\lambda_2 = \lambda_3 = 1$  的全部特征向量。

### 考点九: 整除性理论

教师资格证笔试考察的不再是简单的数的除法, 而是考察多项式除法, 考生需掌握因式分解这一知识点, 建议广大考生掌握方法即可。比如 2015 年考察了 1 道选择题, 关于两个多项式相除的商和余式。

### 考点十: 数学课程标准

考的比较多的有课程内容、课程目标、课程基本理念。

课程内容包括数与代数、图形与几何、概率与统计、综合与实践四个方面, 这是需要大家去识记的, 这一知识点基本上每年都以解答题的形式出现, 所以是非常重要的。2013 年下半年考察了 1 道解答题, 让我们简述“综合与实践”的教学特点。2014 年下半年考察了 1 道选择题, 2015 年下半年也出了 1 道解答题, 考察的是确定数学课程内容的依据。

关于课程目标, 2013 年下半年考察了 1 道解答题, 关于数学中“四基”的含义。课程基本理念, 着重掌握其中的教学活动和评价。2013 年下半年考察了 1 道解答题, 让我们解释教学活动中, 教师的引导作用体现在哪些方面。

### 考点十一: 数学史

在数学史方面, 数学家是常考的内容。需要考生去识记, 在平常看书的过程中, 留意有哪些数学家, 都做了哪些贡献。如 2013 年下半年考察了 1 道选择题, 考察祖冲之、秦九韶、孙思邈、杨辉中哪个是数学家; 2014 年下半年

也考察了 1 道选择题，让我们选创始解析几何的数学家。

1. 在现存的中国古代数学著作中，《周髀算经》是最早的一部。
2. 创造并首先使用“阿拉伯数码”的国家或民族是**印度**，而首先使用**十进位**值制记数的国家或民族则是**中国**。
3. 微积分的创建人有**牛顿、莱布尼兹、费尔马**。
4. 最早使用“**函数**”(function)这一术语的数学家是**莱布尼茨**。
5. 被称为“**现代分析之父**”的数学家是**魏斯特拉斯**，被称为“**数学之王**”的数学家是**高斯**。
6. 提出“**集合论悖论**”的数学家是**罗素**。
7. 《几何基础》的作者是**希尔伯特**，该书所提出的公理系统包括**五组公理**。
8. 古希腊的三大著名几何问题是**化圆为方、倍立方、三等分角**。
9. 20 世纪初对国际数学教育产生重要影响的是**贝利克莱因运动**。
10. 与意大利传教士利玛窦共同翻译了《几何原本》(I—VI 卷)我国数学家是**徐光启**。

#### 考点十二：教学设计

教学设计题真题考查课题涉及到函数，一元二次方程，四边形的性质，勾股定理等相关内容，考查形式上趋向于更细致，分析教材要关注到教学目标，教学重难点，导入部分，新授环节里的例题，探究活动，练习题，教材中的知识推导过程，具体知识点，数学思想等

##### 1. 教学目标

###### ①知识与技能目标

了解、理解、掌握、学会、运用

###### ②过程与方法

通过……过程/活动，提高……能力

###### ③情感态度价值观

体会……感情；产生……共鸣；培养……精神；陶冶……情操

注：写三维目标，主体一定是学生，因此避免使用：使学生……；让学生……

2. 教学重点：是教材中为了达到教学目的而着重指导学生必须熟练掌握的内容

3. 教学难点：是学生对教材中不易理解掌握的地方

4. 教学方法：一法为主，多法配合

常见的数学教学方法有：情景教学法，讲练结合法，启发式教学法，讲授法，练习法，多媒体教学法、讨论法等

5. 教学过程

①导入：吸引学生注意，激发学生兴趣引入新课

常见的导入方式：温故导入、练习导入、图片导入、视频/音频导入、故事导入、情境导入

②新授：注意学生活动，生生互动

③巩固：形式多样

④小结：学生小结，教师归纳

⑤作业：开放性的作业，学以致用



微信服务号：华图教师考试 (huatujks)

华图教师官网：<http://www.hteacher.net/>

全国咨询电话：400-815-6661